

文章编号: 1001-2486(2005)04-0013-05

## 振动矩形机翼非线性绕流数值研究\*

郭正<sup>1</sup>, 谭杰<sup>2</sup>, 刘君<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 湖南省邮政信息技术局, 湖南长沙 410016)

**摘要:** 发展了可用于模拟包含运动边界的非定常流动的数值方法。该方法采用非结构动网格技术并构造了一种 MUSCL 类型有限体积格式, 求解考虑了动网格效应的三维非定常 Euler 方程。非结构网格的变形运动由弹簧近似技术实现。用上述方法计算了作正弦振动的矩形机翼非线性绕流, 计算结果与实验结果吻合, 得到了流体运动与固体运动耦合的非线性流动特性。计算表明, 该数值方法具有较好的精度和可靠性, 完全可用于气动弹性或其他流固耦合问题的数值模拟。

**关键词:** 非结构动网格; 振动机翼; 运动边界; Euler 方程

**中图分类号:** V211.3 **文献标识码:** A

## A Research on the Numerical Value of the Nonlinear Flow of the Oscillating Rectangular Wing

GUO Zheng<sup>1</sup>, TAN Jie<sup>2</sup>, LIU Jun<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Information Technology Bureau of Hunan Post, Changsha 410016, China)

**Abstract:** A numerical method is developed to simulate the unsteady flows involving moving boundaries. For this method, dynamic unstructured grid technique was used, and a MUSCL type finite volume scheme was constructed to discretize the 3D unsteady Euler equations described in ALE frame. The deformation of unstructured grid was implemented by spring analogy. The whole methodology was then applied to simulate the unsteady transonic flow of the three-dimensional rigid wing undergoing a forced sinusoidal motion in angle of attack. Computational results are in agreement with the experimental data, and the nonlinear flow characteristics caused by the fluid and structure interaction was clearly obtained. It can be concluded from the research that the whole methodology presented here is adequately accurate and reliable, and can be applied in aeroelasticity study and a series of fluid and structure interaction problems.

**Key words:** dynamic unstructured grid; oscillating wing; moving boundaries; Euler equations

跨声速气动弹性问题是飞行器设计中的重要环节。数值模拟(CFD + CSD)能够提供全场参数以及结构变形的细节信息, 有利于缩短设计周期, 提高效率, 是风洞实验和飞行实验的必要的补充。在对复杂外形的气动弹性响应进行精确模拟之前, 有必要对强迫振动下的刚性翼绕流进行计算, 以检验数值方法的准确性和可信度。气动弹性是流体与结构耦合的包含运动边界的高度非定常流动问题, 数值模拟此类问题需要引入动网格技术。较成熟的技术是采用结构网格框架下的分区对接技术<sup>[1]</sup>或杂交重叠(Chimera, overlap grid)动网格<sup>[2]</sup>技术, 但这种结构化网格技术存在两方面的固有缺陷: 一方面对于复杂飞行器外形, 往往需要几十甚至上百个网格子块, 这些网格子块还要相互协调地进行变形运动, 处理起来费时费力; 另一方面, 采用杂交重叠动网格时不同子块之间的流动信息是通过插值进行交流的, 这种插值运算在每个时间步都要进行, 必然给数值解带来较大误差, 尤其是在物理量大梯度区域。正是由于结构网格方法存在上述缺点, 近年来较先进的方法开始采用非结构动网格<sup>[3]</sup>计算技术进行动边界绕流问题研究。非结构网格具有处理复杂外形的优越性, 并且可以引入网格变形机制, 避免了插值耗散误差。本文发展了一种非结构动网格技术, 其特色是采用改进的弹簧近似模型控制网格的变形, 在保持计

\* 收稿日期: 2005-03-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90205027, 10176037)

作者简介: 郭正(1974—), 男, 副教授, 博士。

算效率基本不变的前提下,使网格变形能力和网格质量大为提高。

## 1 基于变形的非结构动网格技术

非结构动网格技术(DUT)的实现一般采用网格变形和局部重构(local remeshing)相结合的方法<sup>[4]</sup>。对于本文所涉及到的强迫振动而言,单独应用网格变形方法就能满足要求,从而提高了计算效率并且避免了因重构而导致的插值耗散损失。

本文采用改进的弹簧近似方法实现网格变形,即把整个非结构网格看作一个弹簧网络系统,每一条边都认为是一根具有一定倔强系数的弹簧。进行了边界修正和扭转效应修正<sup>[5]</sup>的弹簧倔强系数可具体表示为

$$K_{ij} = \frac{\phi}{\beta} (l_{ij})^\Psi \quad (1)$$

其中, $\phi$ 为边界加强因子,是空间位置的函数; $\beta$ 表示扭转效应,其意义为与该边相对的最小的三角形内角的角度; $l_{ij}$ 是节点*i*、*j*之间的距离。在计算中,对于紧靠壁面边界的一层网格单元, $\phi = 5$ , $\Psi = -2$ ,对于内部单元 $\phi = 1$ , $\Psi = -2$ 。网格变形后认为网格点所受的弹簧合力始终等于初始状态的受力,即可表示为

$$f_i = \sum_{j=1}^{N_i} K_{ij} (x_j - x_i) \quad (2)$$

其中, $x_i$ 是节点*i*的位置矢量, $N_i$ 是与节点*i*相连的节点数。对于所有节点,(2)式可表示为线性系统 $A \cdot x = b$ ,其中 $A$ 是由倔强系数构成的矩阵,且对角占优。动网格节点坐标可以通过迭代求解弹簧线性系统进行更新。当边界运动时,固定边界点和主动边界点的位置解已知,因此弹簧系统的边界条件为Dirichlet型。对弹簧系统的求解一般经过3至4次Jacobi迭代即可达到满意的精度。

由(1)式可知,弹簧倔强系数依赖于网格点的空间位置,给弹簧系统引入了非线性效应,为避免求解发散,(1)式的刷新频度要根据具体问题试定。

## 2 数值离散方法

### 2.1 控制方程

ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian)有限体积描述下的三维可压缩非定常 Euler 方程可表示为如下的积分形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q dV + \iint_{\partial\Omega} F(Q) \cdot n dS = 0 \quad (3)$$

$\Omega$ 是控制体, $\partial\Omega$ 是控制体边界; $n$ 为控制体边界外法向单位向量;守恒变量 $Q$ 和对流项为

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{pmatrix}, F(Q) \cdot n = (U \cdot n) \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e + p \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ a_i \end{pmatrix}$$

其中 $U$ 为流体相对于网格的速度; $a_i$ 为网格运动的法向速度; $n_x, n_y, n_z$ 是 $n$ 的三个分量;

$$U = \{(u - x_t), (v - y_t), (w - z_t)\} \quad (4)$$

$$a_i = x_t n_x + y_t n_y + z_t n_z \quad (5)$$

$x_t, x_y, z_t$ 分别是网格运动速度的三个分量。

### 2.2 离散方法

在控制体(三维网格单元)内积分(3)式,有

$$\left( V^{m+1} \frac{dQ}{dt} + Q^m \frac{dV}{dt} \right) = - \sum_{k=1}^4 F_k \cdot S_k \quad (6)$$

其中  $m$  表示时间层,  $S_k$  是第  $k$  个积分面的矢量面积。为得到积分面上对流项通量的二阶近似, 首先采用泰勒展开法, 由单元中心处向积分面上对基本变量进行重建, 然后用通量矢量分裂方法 (Van-Leer 或 Steger 分裂法) 解决积分面上的 Riemann 问题, 即

$$F_k = F_k^+(q_L) + F_k^-(q_R) \quad (7)$$

式中  $q$  表示基本变量,  $q = (\rho, u, v, w, p)^T$ 。基本变量的重建值由下式计算

$$q_L = q_i + \phi_{ij} (\nabla q)_i \cdot r_{ik} \quad (8)$$

$$q_R = q_j + \phi_{ij} (\nabla q)_j \cdot r_{jk}$$

其中  $\phi_{ij}$  是限制器。采用传统的格林公式方法求解变量梯度, 即

$$\int_{\Omega} \nabla q dV = \oint_{\partial\Omega} q \cdot n dS \quad (9)$$

以三维网格单元为控制体, 近似计算上式右端的面积分, 可得单元中心处的变量梯度

$$(\nabla q)_i = \frac{1}{V_i} \oint_{\partial V_i} q \cdot n dS \quad (10)$$

上述公式中的变量定义见图 1。为了抑制流场中物理量间断处可能出现的数值振荡, 改进了 Barth 和 Jespersen<sup>[6]</sup> 的通量限制器, 即

$$\phi_{ik} = \begin{cases} \min\left(1, \frac{q_i^{\max} - q_i}{q_k - q_i}\right), & \text{if } q_k - q_i > 0 \\ \min\left(1, \frac{q_i^{\min} - q_i}{q_k - q_i}\right), & \text{if } q_k - q_i < 0 \\ 1, & \text{if } q_k - q_i = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中  $q_i^{\max} = \max(q_i, q_j, j = 1, \dots, 4)$ ,  $q_i^{\min} = \min(q_i, q_j, j = 1, \dots, 4)$ , 下标“ $j$ ”表示单元  $i$  的四个面相邻单元。

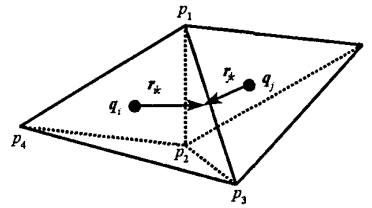


图 1 变量定义方式示意  
Fig.1 The definition of variables

$$q_k = q_i + (\nabla q)_i \cdot r_{ik} \quad (12)$$

$$\phi_i = \min(\phi_{ik}, k = 1, \dots, 4) \quad (13)$$

$$\phi_{ij} = \min(\phi_i, \phi_j) \quad (14)$$

时间离散采用四步 Runge-Kutta 方法。几何守恒律的离散形式可参考文献[7]。

### 3 算例与结果分析

问题的背景是 AGARD 的振动矩形机翼半模型风洞实验<sup>[8]</sup>, 该实验是在 Royal Aeronautical Establishment (RAE) 的风洞中完成的。该实验数据被广泛用来验证数值计算方法的准确性。对这一问题的数值模拟工作也有报道, 如文献[2]。

机翼截面为 NACA64A010 翼型, 展弦比为 4。来流马赫数  $M_\infty = 0.8$ 。机翼攻角  $\alpha(t)$  的变化规律是  $\alpha(t) = -\alpha_{\max} \sin(kt)$ , 其中振幅  $\alpha_{\max} = 1.0^\circ$ , 无量纲角频率  $k = \frac{\omega c}{u_\infty} = 0.268$ ,  $c$  表示弦长, 振动转轴在 1/2 弦线处。考虑到三维非定常计算工作量较大, 采用了较稀疏的网格。为了分辨出网格粗细对计算结果的影响, 生成了三个密度不同的网格以便于比较, 三个计算网格如图 2 所示。其中网格 1 具有 9968 个网格点, 51 676 个网格单元; 网格 2 具有 19 803 个网格点, 102 203 个网格单元; 网格 3 只在局部进行了加密, 具有 11 557 个网格点, 60 544 个网格单元。三个网格具有相同的计算区域, 弦向和法向的范围都是 12 倍弦长, 展向范围为 6 倍弦长。

定常解的计算是对平衡攻角即零攻角位置进行的。图 3 为定常计算得到的三个典型展向位置的压力系数分布。可以看出, 计算结果与实验数据吻合得很好, 其中网格 2 (较密网格) 的结果与实验值最为接近。网格 1 的结果耗散较大; 网格 3 由于局部加密, 计算结果与网格 2 的结果差别很小。可见, 局部加密既提高了计算效率, 又保持了计算精度。图中 50% 半展长位置的吸力峰值比实验值稍低, 其原因

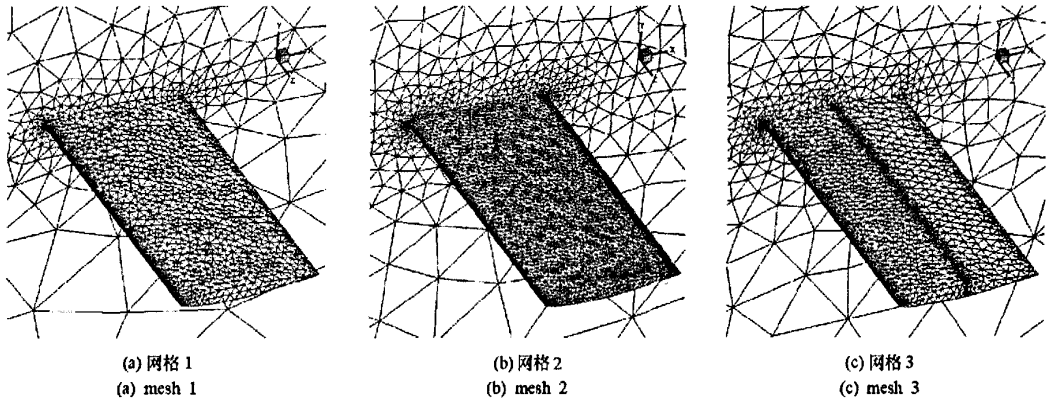


图2 机翼表面及对称面网格

Fig.2 Meshes on surface of the wing and symmetric plane

估计来自于三个方面,一是实验用的模型最大厚度为 10.6%<sup>[8]</sup>,比计算外形稍厚;二是洞壁效应对实验值有影响;三是计算网格不够密。图4是用网格2计算得到的物面及对称面压力等值线。图5是计算定常解的收敛曲线,两种收敛判据均能收敛五个量级以上,可见本文的数值方法具有较好的收敛性。

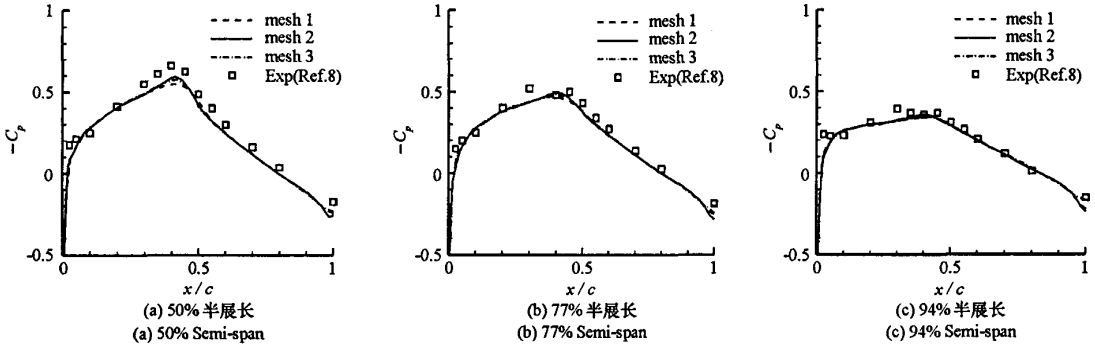


图3 定常压力系数分布比较

Fig.3 Comparison of steady pressure coefficients

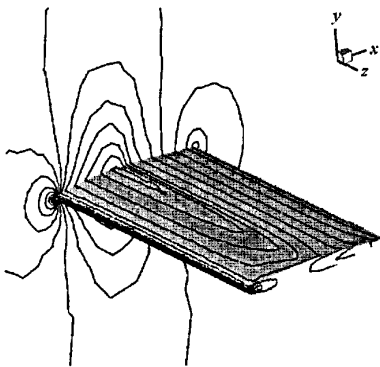


图4 用网格2计算的物面及对称面定常压力等值线  
Fig.4 Steady state pressure contours calculated using mesh 2

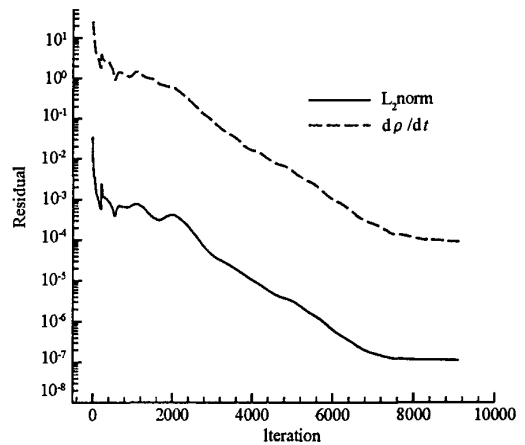


图5 计算定常解的收敛曲线  
Fig.5 Convergence history of steady state calculation

非定常计算只采用了网格1和网格3,以便于比较网格对结果的影响。为得到周期解,计算了两个周期。为区分相内(in-phase)和相外(out-of-phase)压力,非定常压力系数按傅立叶系数分解为实部和虚部,即

$$\frac{\text{Re}\{C_p\}}{\text{Im}\{C_p\}} = \frac{2}{\alpha_{\max}(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \left\{ C_p(\tau) \cdot \left[ \frac{\sin(k\tau)}{\cos(k\tau)} \right] d\tau \right\} \quad (15)$$

图 6 为三个典型展向位置的非定常实压力系数和虚压力系数分布。图 6(a)所示的 50%半展长位置的实压力系数中,激波位置比实验结果偏后,这主要是由于没有考虑粘性。因为网格 3 在激波附近局部加密,其结果的激波压力峰值高于网格 1 的结果。因此我们认为,由于计算网格不够密(包括网格 3),计算得到的激波压力峰值没有达到无粘流结果应有的高度。波前的压力降幅不及实验结果,同样也是因为网格较粗<sup>[2]</sup>。图 6 明显地表示出,在一个振动周期内,激波移动的范围约占 25%弦长。在图中所示的非定常结果中,77%和 94%半展长位置的计算值与实验值非常吻合。图 7 给出了升力系数随攻角的变化曲线,反映出了非定常效应导致的时滞环现象。

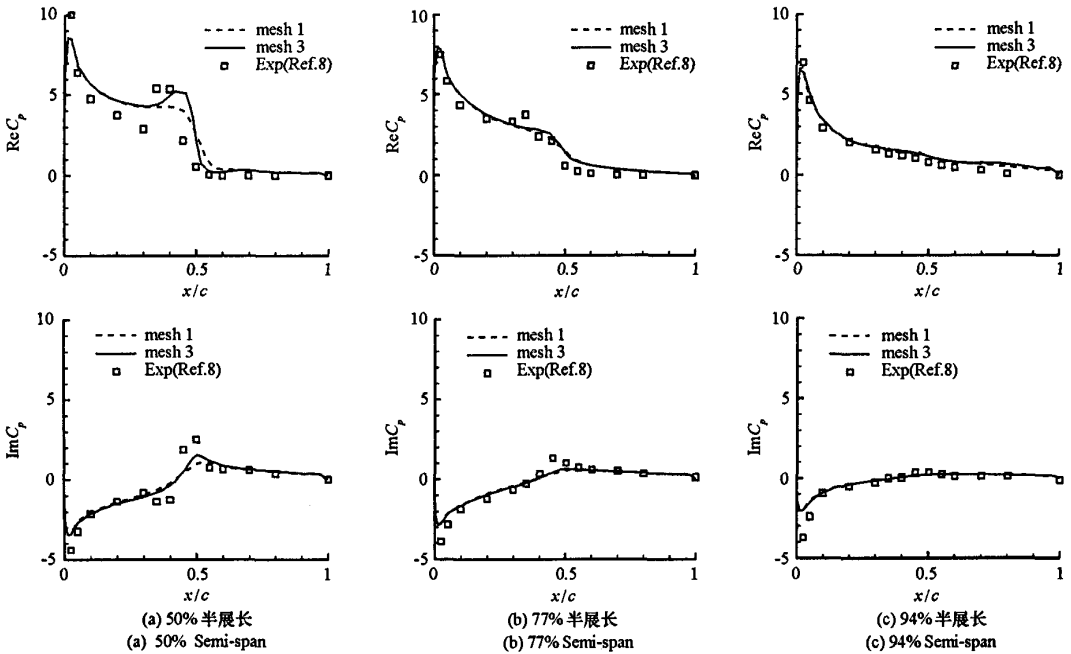


图 6 非定常压力系数分布比较

Fig.6 Comparison of unsteady pressure coefficients

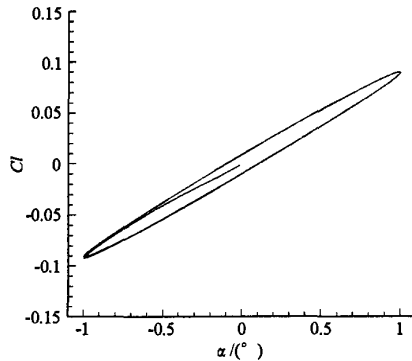


图 7 非定常升力系数随攻角的变化

Fig.7 Unsteady lift coefficients versus instantaneous angle of attack

出了不同时刻的侵彻和贯穿图像。首先,靶板表面形成一个比弹径略大的坑,随着弹丸的不断侵彻,弹丸头部出现“蘑菇头”形状,而弹坑周围的材料受到挤压往外“隆起”,弹坑边缘出现反唇现象,变形图像与实际比较相似。

#### 4 结论

通过自编 SPH 程序对高速碰撞问题作了数值模拟,初步分析表明,图 1 所示的侵彻和贯穿图像与有限元计算结果基本类似。由于光滑粒子流体动力学方法是将连续体离散成一系列携带质量的质点,这些粒子按流体力学运动的规律运动,从而在进行大应变、高应变率和高压作用下的计算时可以避免非物理处理,如锈蚀网格或网格重分,因此,这种方法适用于有大变形产生的高速侵彻数值模拟计算。

#### 参考文献:

- [1] Libersky L D, Petschek A G. Smoothed Particle Hydrodynamics with Strength of Materials[R]. Advances in the Free Lagrange Method, Lecture Notes in Physics, 1990,395:248.
- [2] Johnson G R, Beissel S R. Normalized Smoothed Functions for SPH Impact Computations[J]. Int J. Numer Meth Eng, 1996,39:2725.
- [3] Campbell J, Vignjevic R, Libersky L D. A Contact Algorithm for Smoothed Particle Hydrodynamics[J]. Comput Meth Appl Mech Eng, 2000, 184:49.
- [4] Parshikov A N, Medin S A, Loukashenko I I, Milekhin V A. Improvements in SPH Method by Means of Interparticle Contact Algorithm and Analysis of Perforation Tests at Moderate Projectile Velocities[J]. Int J Impact Eng, 2000,24:779.
- [5] 汤文辉,张若棋. 物态方程理论及计算概论[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999:321-326.

(上接第 17 页)

#### 4 结论

本文建立了基于改进的弹簧近似模型的非结构动网格技术以及适用于动网格的有限体积解算器,并成功地对振动矩形机翼绕流进行了模拟,计算结果与实验数据十分接近。对定常解的计算表明,利用本文的数值格式求解三维跨声速流动问题,具有较高的精度和较好的收敛性;非定常计算结果则表明,数值格式同样具有较高的时间精度;动网格技术与解算器相结合,能够较准确地计算出流体与结构相互作用的非线性流场特性。本文发展的整套技术可用于模拟气动弹性等流体与结构耦合问题。

#### 参考文献:

- [1] Yang G, Obayashi S, Nakamichi J. Aileron Buzz Simulation Using an Implicit Multiblock Aeroelastic Solver [J]. Journal of Aircraft, 2003,42(3): 580-589.
- [2] Chaderjian N M, Guruswamy G P. Transonic Navier-Stokes Computations for an Oscillating Wing Using Zonal Grids [J]. Journal of Aircraft, 1992, 29(3): 326-335.
- [3] Kim D H, Park Y M, Lee I, Kwon O J. Nonlinear Aeroelastic Computation of Wings with Pylon/Finned-Store Using Parallel Unstructured Euler Solver [C]. AIAA 2002-1289, 2002.
- [4] 郭正,何勇,刘君. 网格变形与局部重构相结合的非结构动网格实现[A]. 见:第十二届全国计算流体力学会议论文集[C],西安,2004.
- [5] BLOM F J. Considerations on the spring analogy [J]. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2000, 32: 647-668.
- [6] Barth T J, Jespersen D C. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes [C]. AIAA 89-0366, 1989.
- [7] 郭正,刘君,瞿章华. 用非结构动网格方法模拟有相对运动的多体绕流[J]. 空气动力学学报,2001, 19(3):310-316.
- [8] Mabey D G, Welsh B L, Pyne C R. A Summary of Measurements of Steady and Oscillatory Pressures on a Rectangular Wing [J]. Aeronautical Journal, 1988,92(911): 10-28.

