

文章编号:1001-2486(2005)04-0041-04

SPH 算法在高速侵彻问题中的应用*

徐志宏, 汤文辉, 罗永

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘要:采用光滑粒子流体动力学方法,数值模拟了弹丸高速侵彻靶板的过程。用黎曼问题中速度和压力的解代替基本粒子与近邻粒子速度和压力的平均值来描述粒子之间的相互作用,无需引入传统的人为粘性方法来处理冲击波过渡层。初步分析表明该数值模拟结果是合理的,因而所用数值方法对于冲击动力学问题的模拟是可行的。

关键词:侵彻;光滑粒子流体动力学;黎曼解

中图分类号:0351.2 **文献标识码:**B

Smoothed Particle Hydrodynamics Algorithm
Applied in Penetration Problem

XU Zhi-hong, TANG Wen-hui, LUO Yong

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The contact algorithm based on Riemann solution was used to simulate the penetration process of high velocity impact problems in two-dimension axisymmetric coordinates. The artificial viscosity hadn't been used when the velocities and stresses at the contact surface were determined by Riemann solution instead of the mean values of velocities and stresses between the contacting basic and surrounding particles. It shows the achieved result is the same as FEM, and the method can be applied in impact problems.

Key words: penetration; smoothed particle hydrodynamics; Riemann solution

在动力学数值计算领域中,常规有限元方法在处理材料裂缝或大变形问题时,局部可能出现计算网格扭曲造成的计算结果严重失真。虽然有一些改良的有限元方法能够在计算过程中不断重构单元网格,但导致了前处理工作计算量增大、计算结果振荡等问题。尤其对于高维问题,网格重构与细化将大量消耗计算资源,使大型结构断裂或大变形计算分析等工作难以进行。光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics,简称 SPH)方法的出现为这些问题的解决开辟了一个新的途径。

SPH 方法是于 1977 年提出出来的一种纯 Lagrange 粒子方法。该方法在计算空间导数时不需要使用任何网格,而是通过一个称为“核函数”的积分核进行“核函数估值”近似,将流体力学基本方程转换成数值计算的 SPH 方程。采用粒子方法可以避免高维拉氏网格方法中的网格缠绕和扭曲等问题,因而特别适合于计算有大变形存在的高速碰撞问题。1990 年,Libersky^[1]将材料强度效应引入 SPH 方法,成功地开展了高速碰撞数值模拟的计算。之后,Johnson^[2]和 Campbell^[3]先后在侵彻贯穿方面的数值计算取得了有意义的结果。2000 年,Parshikov^[4]基于黎曼解的思想,提出用黎曼解来描述粒子之间的相互作用,在改善界面计算精度的方面取得了一定的效果。

我们将改进后的 SPH 方法应用于二维轴对称坐标下的高速碰撞动力学问题,对弹丸高速侵彻薄板问题进行了数值计算,得到了合理的侵彻图像。

1 光滑粒子流体力学方法的基本思想

在 SPH 方法中,任意宏观变量(如密度、压力、温度等) $f(\mathbf{r})$ 在空间某一点 \mathbf{r} 上的核估计可以通过函

* 收稿日期:2005-03-15

作者简介:徐志宏(1977—),女,博士生。

数 $f(r)$ 在域 Ω 中的积分获得:

$$\langle f(r) \rangle = \int_{\Omega} f(r') W(r-r'; h) dr' \quad (1)$$

式中 $W(r-r'; h)$ 称为核函数, h 为光滑长度。核函数具有两个特性:

$$(1) \text{ 归一化条件, } \int_{\Omega} W(r-r', h) dr' = 1;$$

$$(2) W \text{ 在 } r' = r \text{ 处, 是一个强尖峰函数, } \lim_{h \rightarrow 0} W(r-r', h) = \delta(r-r').$$

通常称 $\langle f(r) \rangle$ 是 $f(r)$ 的一个核估计,它亦等价于围绕场 $f(r)$ 带有一个过滤器函数 $W(r-r', h)$,把其中的局部统计涨落都过滤掉。

设函数 $f(r)$ 在粒子 j 上的值为 f_j ,公式(1)可以写成粒子求和形式:

$$f_r(r_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j f_j}{\rho_j} W_{ij} \left(\frac{|r_i - r_j|}{h} \right) \quad (2)$$

式中 N 为计算区域内的粒子总数, m_j, f_j, ρ_j 分别代表位于空间点 r_j 处粒子 j 的质量、待求参数和密度。同样,函数 $f(r)$ 在粒子 i 上的一阶导数的核估计为

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i^s} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j f_j}{\rho_j h} W'_{ij} \frac{x_i^s - x_j^s}{|r_i - r_j|}, \quad s = x, y, z \quad (3)$$

核函数的选取有多种形式,在这里,采用B样条函数作为核函数:

$$W_{ij} = \begin{cases} (1 - 1.5\phi^2 + 0.75\phi^3)/\beta & 0 \leq \phi < 1 \\ 0.25(2 - \phi)^3/\beta & 1 \leq \phi < 2 \\ 0 & 2 \leq \phi \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\phi = |r_i - r_j|/h$,对一维问题 $\beta = 1.5h$,二维问题 $\beta = 0.7\pi h^2$,三维问题 $\beta = \pi h^3$ 。

连续介质力学粒子的守恒方程为

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot U \quad (5)$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot P \quad (6)$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot U \quad (7)$$

利用(2)式和(3)式,可以将上述守恒方程离散为下面的粒子求和形式:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j \rho_j}{\rho_j} (U_i - U_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (8)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = -\sum_j \frac{m_j (P_i + P_j)}{\rho_j \rho_i} \nabla_i W_{ij} \quad (9)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j (P_i + P_j)}{2\rho_j \rho_i} (U_i - U_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (10)$$

式中 $d\rho_i/dt, dU_i/dt, dE_i/dt$ 表示粒子 i 相应物理量的随体导数。

质点的运动位置一般由 $dr_i/dt = U_i$ 来决定。

2 二维坐标下的 SPH 方程

设粒子 i 与每个位于 $2h$ 范围内的粒子 j 交换动量和能量,并定义 A_{ij} 为粒子 i, j 接触点。 A_{ij} 处粒子间的相互作用可以用黎曼问题解的声速近似表示。设任意一个接触间断面左右两边的各参数为 U_i^R, ρ_i, p_i 及 U_j^R, ρ_j, p_j ,该间断从初始间断面出发,各自以声速 C_i, C_j 向左向右传播。在波后区域中,速度和压力相等。故在 A_{ij} 处的法向速度 U_{ij}^{*R} 和压力 p_{ij}^* 由质量和动量守恒方程可以得到:

$$U_{ij}^{*R} = \frac{U_i^R \rho_j C_j + U_j^R \rho_i C_i - p_j + p_i}{\rho_j C_j + \rho_i C_i} \quad (11)$$

$$p_{ij}^* = \frac{p_i \rho_j C_j + p_j \rho_i C_i - \rho_i C_i \rho_j C_j (U_j^R - U_i^R)}{\rho_j C_j + \rho_i C_i} \quad (12)$$

$$\text{其中 } U^R = U \cdot (r_j - r_i) / (|r_j - r_i|). \quad (13)$$

再将下面两个近似

$$U_i^R + U_j^R \rightarrow 2U_{ij}^{*R} \quad (14)$$

$$p_i + p_j \rightarrow 2p_{ij}^* \quad (15)$$

代入 SPH 方程(8)~(10),得到修正后的 SPH 方程:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_j \frac{m_j \rho_i}{\rho_j h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (16)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\rho_j \rho_i h} W'_{ij} \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|} \quad (17)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = - \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\rho_j \rho_i h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (18)$$

其中 E 为内能。

计算中物态方程采用常用的 Gruneisen 方程:

$$P_i = P_H + \Gamma \rho_0 (u_i - u_H)$$

式中

$$P_H = \frac{c_0 (V_0 - V_i)}{[V_0 - s(V_0 - V_i)]^2}$$

$$u_H = \frac{1}{2} P_H (V_0 - V_i)$$

其中, c_0 和 s 为介质材料激波速度关系式 $D = c_0 + sU$ 中的常数, $V_0 = 1/\rho_0$ 为初始比容, $V_i = 1/\rho_i$ 为比容, Γ 为 Gruneisen 系数。

3 算例

模型是由一钢质弹丸与同材料靶板正面碰撞。钢弹的长径比为 1:1,长 0.4mm,半径为 0.2mm,如图 1 所示,沿弹体长度设置 40 个粒子,径向设置 20 个粒子,钢质靶板厚度为 0.1mm,半径为 1mm,沿靶板厚度方向设置 10 个粒子,径向设置 100 个粒子。材料参数见文献[5],弹丸初速度为 720m/s。图 1 给

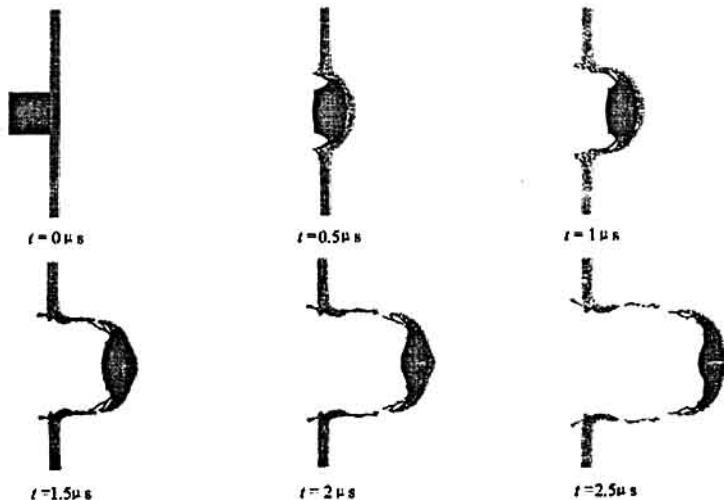


图 1 钢弹侵彻钢靶的过程

Fig. 1 Penetration diagram at different times during steel projectile impact

出了不同时刻的侵彻和贯穿图像。首先,靶板表面形成一个比弹径略大的坑,随着弹丸的不断侵彻,弹丸头部出现“蘑菇头”形状,而弹坑周围的材料受到挤压往外“隆起”,弹坑边缘出现反唇现象,变形图像与实际比较相似。

4 结论

通过自编 SPH 程序对高速碰撞问题作了数值模拟,初步分析表明,图 1 所示的侵彻和贯穿图像与有限元计算结果基本类似。由于光滑粒子流体动力学方法是将连续体离散成一系列携带质量的质点,这些粒子按流体力学运动的规律运动,从而在进行大应变、高应变率和高压作用下的计算时可以避免非物理处理,如锈蚀网格或网格重分,因此,这种方法适用于有大变形产生的高速侵彻数值模拟计算。

参考文献:

- [1] Libersky L D, Petschek A G. Smoothed Particle Hydrodynamics with Strength of Materials[R]. Advances in the Free Lagrange Method, Lecture Notes in Physics, 1990, 395:248.
- [2] Johnson G R, Beissel S R. Normalized Smoothed Functions for SPH Impact Computations[J]. Int J. Numer Meth Engng, 1996, 39:2725.
- [3] Campbell J, Vignjevic R, Libersky L D. A Contact Algorithm for Smoothed Particle Hydrodynamics[J]. Comput Meth Appl Mech Engng, 2000, 184:49.
- [4] Parshikov A N, Medin S A, Loukashenko I I, Milekhin V A. Improvements in SPH Method by Means of Interparticle Contact Algorithm and Analysis of Perforation Tests at Moderate Projectile Velocities[J]. Int J Impact Engng, 2000, 24:779.
- [5] 汤文辉,张若棋. 物态方程理论及计算概论[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999:321-326.

(上接第 17 页)

4 结论

本文建立了基于改进的弹簧近似模型的非结构动网格技术以及适用于动网格的有限体积解算器,并成功地对振动矩形机翼绕流进行了模拟,计算结果与实验数据十分接近。对定常解的计算表明,利用本文的数值格式求解三维跨声速流动问题,具有较高的精度和较好的收敛性;非定常计算结果则表明,数值格式同样具有较高的时间精度;动网格技术与解算器相结合,能够较准确地计算出流体与结构相互作用的非线性流场特性。本文发展的整套技术可用于模拟气动弹性等流体与结构耦合问题。

参考文献:

- [1] Yang G, Obayashi S, Nakamichi J. Aileron Buzz Simulation Using an Implicit Multiblock Aeroelastic Solver [J]. Journal of Aircraft, 2003, 42(3): 580-589.
- [2] Chaderjian N M, Guruswamy G P. Transonic Navier-Stokes Computations for an Oscillating Wing Using Zonal Grids [J]. Journal of Aircraft, 1992, 29(3): 326-335.
- [3] Kim D H, Park Y M, Lee I, Kwon O J. Nonlinear Aeroelastic Computation of Wings with Pylon/Finned-Store Using Parallel Unstructured Euler Solver [C]. AIAA 2002-1289, 2002.
- [4] 郭正,何勇,刘君. 网格变形与局部重构相结合的非结构动网格实现[A]. 见:第十二届全国计算流体力学会议论文集[C],西安,2004.
- [5] BLOM F J. Considerations on the spring analogy [J]. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2000, 32: 647-668.
- [6] Barth T J, Jespersen D C. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes [C]. AIAA 89-0366, 1989.
- [7] 郭正,刘君,瞿章华. 用非结构动网格方法模拟有相对运动的多体绕流[J]. 空气动力学学报,2001, 19(3):310-316.
- [8] Mabey D G, Welsh B L, Pyne C R. A Summary of Measurements of Steady and Oscillatory Pressures on a Rectangular Wing [J]. Aeronautical Journal, 1988, 92(911): 10-28.

