

文章编号:1001-2486(2005)04-0057-05

# 区间正交小波变换域 FLP 算法及其在捷联寻北中的应用\*

时 伟,贺汉根

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

**摘 要:**针对机抖激光陀螺角随机游走和发动机干扰等影响静态捷联寻北精度的问题,提出了一种新的基于区间正交小波变换的前向线性预测算法。该算法利用前向线性预测技术以及区间正交小波变换抑制边界效应的能力,有效地减小了角随机游走和发动机干扰。车载实验证明该算法的有效性。

**关键词:**角随机游走;发动机干扰;捷联寻北;前向线性预测;区间小波变换

**中图分类号:**V241.5 **文献标识码:**A

## Research on the Algorithm of Interval DWT Domain FLP and Its Application in SINS

SHI Wei, HE Han-gen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The paper deals with the effects of the angle random walk and engine jamming on SINS alignment. An algorithm is proposed which is based on the interval wavelet transform and forward linear prediction. The algorithm uses forward linear prediction and the ability of the interval wavelet transform to restrain terrible edge effects, thus, the angle walk and engine jamming are reduced effectively. The results prove the feasibility of the method.

**Key words:** angle random walk; engine jamming; SINS alignment; forward linear prediction; interval DWT

给定一组物理数据,线性预测是构成建模的基础,当前向线性预测(下面简称 FLP)在均方误差意义上达到理论上最优时,其权值与一个  $P$  阶 AR 过程的相应参数相同<sup>[1]</sup>。激光陀螺的角随机游走属于一种“短期(15min 以内)”效应的宽带噪声,其分布在整个陀螺输出频带中,对于有限数据长度的陀螺输出信号,角随机游走是主要的误差源<sup>[2]</sup>。有两种降低随机游走的方法,一种是提高硬件水平,另一种是用软件补偿。在提高硬件水平的同时,软件补偿也是不可忽视,目前采用的方法主要是实时信号处理。卡尔曼滤波被认为是一种重要的方法,但是其滤波性能受模型的影响;神经网络技术也是一种选择,但是,其真正的实用化也需要一段时间。机抖激光陀螺随机漂移模型可以看成是一个  $P$  阶 AR 过程,利用 FLP 技术降低角随机游走,提高初始对准精度是有意义的。

机抖激光陀螺受抖动的影响,其输出含有较多的抖动噪声<sup>[2]</sup>,另外,还可能会受到车辆发动机的干扰,取值间隔较短又会引入较多的噪声,严重影响输入信号自相关矩阵的特征值分散度。变换域自适应滤波算法可以较好地降低自相关函数特征值分散度,其中,小波变换域自适应滤波器是很有发展前景的一种。

基于一般  $L^2(R)$  中的小波变换,没能有效地抑制边界效应,使得在变换后的信号边缘处出现较大的值,并在随后的前向线性预测估计中产生较大的误差而影响算法的收敛效果。因此,本文提出了使用区间正交小波变换的思想以克服上述缺点,实验结果表明方法很有效。

### 1 区间正交小波变换

通常情况下,有限长度  $N$  信号的正交小波变换的边界假设为周期性的,此种假设会引起边界效应。

\* 收稿日期:2005-03-15

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(60234030)

作者简介:时伟(1975—),男,博士生。

针对这个问题, Mark D. Konezny 在文献[3]中给出了一种边界 DWT 正交变换矩阵的构造方法。

有限长度信号的离散正交小波变换表示为

$$[y(j, k)] = Tx(n)$$

其中,  $x(n)$  表示离散采样信号;  $T$  表示离散正交变换矩阵;  $[y(j, k)]$  表示小波系数集合。令

$$\bar{H}_p = \begin{bmatrix} \bar{H} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{H} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\bar{H}$  表示由等效小波低通和高通滤波器组成的向量,  $p$  代表高低通滤波器对数。

设滤波器长度为  $L$ , 单次正交分解的频带数为 2, 则矩阵  $\bar{H}_p$  的维数为  $2p \times 2(p + [L/2] - 1)$ 。为了保证变换的正交性, 需要补充  $L - 2$  个行向量, 构造一个  $2(p + [L/2] - 1) \times 2(p + [L/2] - 1)$  维的正交矩阵。一种简单的正交化处理方法就是边界向量的 Gram-Schmit 正交过程<sup>[4, 5]</sup>。一种经过边界处理后的正交变换矩阵表示为

$$\bar{T}_i = [\bar{H}_i, \bar{H}_1, \bar{H}_0, \bar{H}_i]^T \quad (3)$$

其中,  $\bar{H}_0$  和  $\bar{H}_1$  分别表示低通和高通滤波器;  $\bar{H}_i$  和  $\bar{H}_i$  分别表示左边界和右边界滤波器。式(3)表示第  $i$  层信号的正交分解矩阵。如果进行多层分解, 此时的正交变换矩阵  $T$  的构造形式为

$$T = T_{\log_2(N/L)+1} T_{\log_2(N/L)} \cdots T_2 T_1 \quad (4)$$

其中

$$T_i = \begin{bmatrix} \bar{T}_i & 0 \\ 0 & I_{N-N/2^{i-1}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$I$  是  $(N - N/2^{i-1}) \times (N - N/2^{i-1})$  阶的单位矩阵。

对于一般性问题, 单层分解小波系数保留不变的个数为  $(2p - 2)$ , 低通和高通系数不变的个数都是  $(2p - 2)/2$ 。可见, 单层正交分解小波系数保留不变的个数只与滤波器对数(决定数据长度)有关, 与其自身长度无关。正交分解的层次受数据长度和滤波器长度的限制, 最大分解层次为  $k_{\max} = 1 + \log_2(N/L)$ 。

## 2 区间正交小波变换前向线性预测

简单地说, FLP 是利用过去  $N$  个数据预测将来的采样值, 其中, 最常用的是具有一定阶数多延迟线结构的一步线性预测, 这种具有有限脉冲响应滤波特性的预测器, 没有任何反馈, 输出  $\hat{u}(n)$  就是当前实际采样  $u(n)$  的估计值, 如图 1 所示。

类似于其它转换域 LMS 算法, 正交小波变换通过改变自相关矩阵特征值分散度来提高算法的收敛

性能。但基于一般  $L^2(R)$  空间的正交变换 LMS 算法去相关能力较差, 并有边界效应。为了克服正交小波变换时的边界效应, 把区间正交小波变换引入到线性预测算法(下面简称为 INV-DWT-FLP)中。令  $T$  表示区间正交小波变换矩阵, 输入信号序列为  $X(n)$ , 则 INV-DWT-FLP 表示为

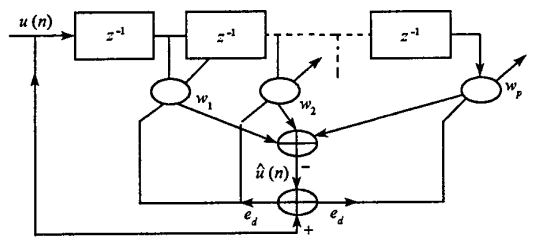


图 1 前向线性预测

Fig. 1 Forward linear prediction

$$\begin{cases} V_{N_1}(n-1) = T_{N_1} X(n-1) \\ V(n-1) = \{V_{N_0}(n-1) \quad V_{N_1}(n-1)\} \\ y(n) = \sum_{i=1}^M W_i^T(n) V_i(n-1) \\ e(n) = x(n) - y(n) \\ W_i(n+1) = W_i(n) + \mu_i(n) V_i(n) e^*(n) \\ i = 1:M \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $M$  表示小波正交分解的带数;  $T_{N_1}$  表示用于更新变换系数的行向量, 是区间正交变换矩阵  $T_N$  的子集,  $T_N$  的构造见(4)式;  $V_{N_1}(n-1)$  表示第  $n$  次迭代需计算系数的集合,  $V_{N_0}(n-1)$  表示第  $n$  次迭代系数保留不变的集合;  $W_i(n)$  表示前向线性预测权向量, 阶数为  $P$ ;  $e(n)$  表示前向线性预测误差;  $\mu_i(n)$  表示第  $i$  频带自适应步长。

### 3 算法性能分析

#### 3.1 收敛性与复杂性

在最小均方误差意义下, 变换域 FLP 算法的收敛性与变换域 LMS 算法一致, 都与自相关矩阵的特征值分散度有关。不难证明: 变换域 LMS 算法的收敛速度的改善, 在于自相关矩阵特征值分散度的降低<sup>[6]</sup>。

从计算复杂性来看, 从第  $n$  次迭代到第  $n+2$  次迭代, 小波系数保持不变的个数为  $N_0 = N(1 - 2^{-M+2}) - ML/2$ , 需要计算的个数为  $N_1 = N2^{-M+2} + ML/2$ 。正交小波分解所需的乘法量为  $N_1 N$ , 加法为  $N_1(N-1)$ 。线性预测需要的计算量为  $PM$  ( $P = N/2^{M-1}$ ) 个乘法和  $(P-1)M$  个加法, 权系数更新计算量包括  $M$  个加法和  $2M$  个乘法, 减法计算量忽略不计。所以, 总计算量为  $N_1 N + NM/2^{M-1} + 2M$  个乘法,  $N_1(N-1) + (N/2^{M-1} - 1)M + M$  个加法。很明显, 算法的计算复杂度依赖于数据长度、分解的带数以及滤波器的长度。同样的计算量可以应用到第  $n+1$  次迭代到第  $n+3$  次迭代。例如, 取  $N = 16, M = 2$ , 滤波器长度  $L = 4$ , 则 INV-DWT\_FLP 总计算量为 88 个乘法和 78 个加法。此外, 在预测迭代过程中, 需要保存  $2N_0$  个小波系数。随着数据长度的增加, 需要保存的数据量也较多, 但对于现代计算机发展水平来说, 计算量和存储量都不是主要因素。

#### 3.2 与其它滤波算法的比较

当系统模型和噪声统计特性准确时, 卡尔曼滤波器能够得出较准确的参数估计, 否则, 得出的只是有偏估计。小波理论不断成熟和完善, 其应用越来越广泛, 至今已成功地应用于信号分析、图像处理等方面。小波变换的最大优点在于其良好的时频局部化特性, 小波变换系数反映了信号的局部化特性。在进行噪声信号的小波消噪过程中, 不同的小波基会有不同的结果。小波变换与卡尔曼滤波器相结合(简称为 INV-DWT-KLM)可以得到较理想的滤波效果<sup>[7]</sup>。但是, 受系统模型和噪声统计特性不准确的影响, INV-DWT-KLM 估计可能是有偏的。而 FLP 不需要知道准确的系统模型, 在预测过程中, 实时估计信号的功率, 不断调整步长因子, 使 FLP 趋向于稳定状态。在机抖激光陀螺捷联系统静态初始对准过程中, 陀螺的输出信号一般是非平稳的, 其自相关函数矩阵的特征值分散度很大。小波变换应用到 FLP 算法中, 可以大大降低陀螺输出信号的自相关函数矩阵的特征值分散度, 提高 FLP 的性能。

### 4 INV-DWT-FLP 在机抖激光陀螺捷联寻北中应用

受角随机游走以及外界干扰的影响, 机抖激光陀螺捷联系统寻北在短时间内很难达到较高的精度。目前还没有看到有关 INV-DWT-FLP 技术在陀螺输出原始信息处理中的应用, 利用其降低陀螺角随机游走以及抗干扰是有意义的工作, 算法流程如图 2 所示。

#### 4.1 车载试验

车载实验的目的是验证 INV-DWT-FLP 除了可降低角随机游走,还可抗干扰。分别在开和关发动机情况下进行 5 组实验,陀螺采样时间为 10ms。初始时  $\alpha = 1.0, \beta = 0.0004$ ; 如果  $|e(n)| < 0.1 \times |e(0)|$ , 则  $\beta = 0.000001$ ; 发动机的干扰一般都在几赫兹以上,而  $\mu \approx 0.0004$  时,60 阶的 FLP 的截止频率为 0.009Hz 以内,且阶数越高,截止频率越低,实验中预测器阶数为 256。为了便于比较,取关发动机情况下的一小时东向陀螺输出脉冲(一个脉冲相当于  $6.5104e-005$  度,64.4 个脉冲/s)均值 ( $-0.2187$  个/10ms)作为标准值,分别用 INV-DWT-FLP、卡尔曼滤波、小波滤波和 INV-DWT-KLM 对原始信号(5min, 30 000 个样本数据)作处理。

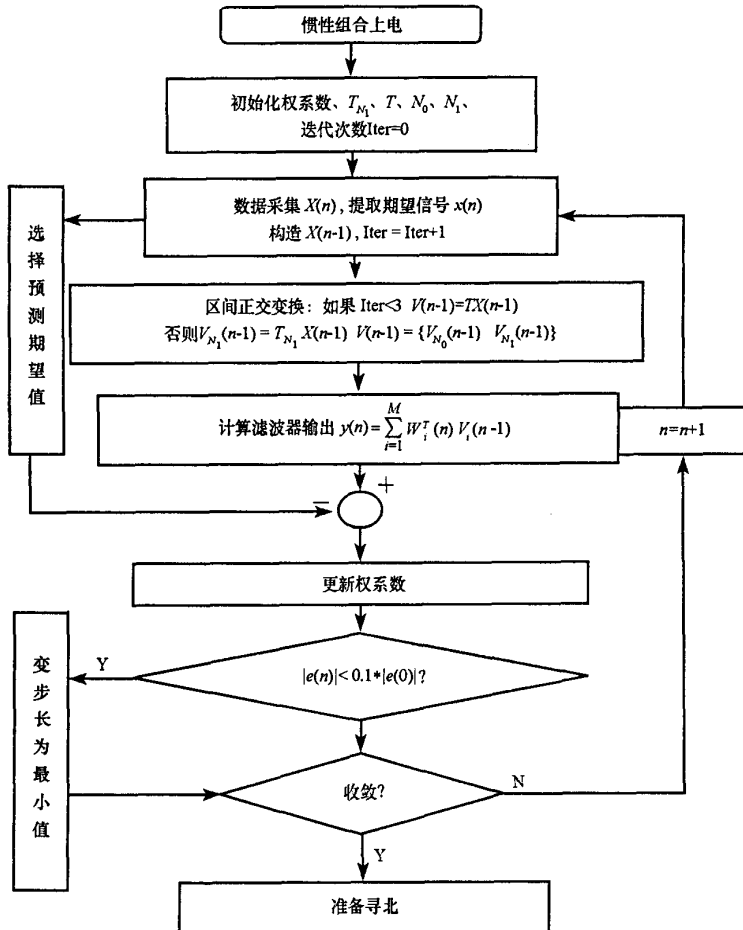


图 2 INV-DWT-FLP 算法流程图

Fig.2 Flow chart of INV-DWT-FLP

#### 4.2 结果分析

表 1 和表 2 分别描述了关、开发动机情况下各种算法的稳态输出均值、标准差、角随机游走 (ARW) 以及收敛时间的比较。从开发动机和关发动机的实验结果来看, INV-DWT-FLP 和 INV-DWT-KLM 都能够较好地消除了发动机和陀螺机械抖动的干扰,较好地减小了角随机游走,小波滤波次之,而卡尔曼滤波效果最差。这是因为小波变换的分频带特性降低了输入信号的自相关矩阵,同时提高了频带内信号的平稳性。

表 1 关发动机时的算法精度比较

Tab.1 Comparison of algorithm with engine-off

相对误差	标准值	INV-DWT-FLP	卡尔曼滤波	小波滤波	INV-DWT-KLM
均值	-0.2187	-0.2189	-0.2226	-0.2212	-0.2191
标准差	0	0.010	0.031	0.024	0.0105
ARW	0.05049	0.013	0.0403	0.0218	0.0104
收敛时间	0	30s	20s	/	13s

表 2 开发动机时的算法精度比较

Tab.2 Comparison of algorithm with engine-on

相对误差	标准值	INV-DWT-FLP	卡尔曼滤波	小波滤波	INV-DWT-KLM
均值	-0.2187	-0.2196	-0.2236	-0.2208	-0.2198
标准差	0	0.0102	0.02	0.024	0.0107
ARW	0.05049	0.0152	0.0421	0.0221	0.0151
收敛时间	0	32s	26s	/	15s

其中,表 1 和表 2 中均值和标准差表示 10ms 的陀螺输出均值和标准差。可见,INV-DWT-FLP 和 INV-DWT-KLM 把 10ms 陀螺测量误差降到了  $1.0e-4$  数量级,这对于提高寻北的绝对精度起到至关重要的作用。例如,在开发动机情况下,使用 INV-DWT-FLP 方法时,陀螺测量误差降到  $0.0211\text{deg/h}$ ,引起的寻北误差约为  $6'$ (纬度为  $40^\circ$ ),INV-DWT-KLM 方法与之精度相当。而使用卡尔曼滤波和小波滤波后的寻北误差都大于  $8'$ ,卡尔曼滤波效果最差。

从收敛时间上来看,不论是开发动机还是关发动机,卡尔曼滤波和 INV-DWT-KLM 收敛速度都好于 INV-DWT-FLP,INV-DWT-KLM 最好。这是因为 INV-DWT-FLP 存在输入参数延迟,阶数越高,延迟时间越长,当输入参数的个数达到 FLP 阶数的时候,INV-DWT-FLP 才开始收敛。但是,从滤波效果上来说,INV-DWT-FLP 要好于卡尔曼滤波。此外,INV-DWT-FLP 与 INV-DWT-KLM 都具有实时性,但前者不需要知道陀螺的模型,后者需要得到较准确的陀螺输出模型。

## 5 结 论

本文根据机抖激光陀螺角随机游走模型可以看成是一个  $P$  阶 AR 过程的性质,利用 FLP 技术减小角随机游走的影响。为了克服一般  $L^2(R)$  空间小波变换不能有效地抑制边界效应的缺点,以区间正交小波变换为基础,提出了 INV-DWT-FLP 算法。小波变换的分频带特性降低了输入信号的自相关矩阵,同时提高了频带内信号的平稳性,为 INV-DWT-FLP 提高收敛速度和稳态精度提供了条件。

## 参 考 文 献:

- [1] Haykin S. 自适应滤波器原理(第四版)[M].北京:电子工业出版社,2003.
- [2] 杨培根,龚智炳,等.光电惯性技术[M].北京:兵器工业出版社,1999.
- [3] Konezny M D. Improving the DWT-LMS Algorithm: Boundary Filter DWT Matrix Construction[A]. Proceeding of AS-ILOMAR-29 IEEE, 1996:75 - 81.
- [4] Herley C. Boundary Filters for Finite Length Signals and Time-Varying Filter Banks[A]. To appear IEEE Trans. on Circuits and Systems II, 1994.
- [5] Herley C, Vetterli M. Orthogonal Time-Varying Filter Banks and Wavelet Packets[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1994, 42: 2650 - 2663.
- [6] 彭志威,保铮,廖桂生. 子波变换域的快速自适应滤波算法[J]. 西安电子科技大学学报, 1998, 25: 420 - 525.
- [7] 时伟,吴美平,薛祖瑞. 基于小波-卡尔曼混合滤波的激光陀螺信号处理[J]. 兵工自动化, 2005, 24.
- [8] Noureldin A, Tabler H, Mintchev M P. New Technique for Reducing the Angle Random Walk at the Output of Fiber Optic Gyroscopes During Alignment Processes of Inertial Navigation System[A]. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2001.



