

文章编号: 1001-2486(2005)04-0066-05

LFM 脉冲雷达测距偏差分析与估计*

施龙飞, 李 盾, 王雪松, 肖顺平

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:研究了线性调频(LFM)脉冲体制雷达由于距离-多普勒耦合效应造成的测距偏差问题。推导、分析了该测距偏差的产生机理,指出了偏差中被大多数研究者遗漏的非线性余项,并分析了该余项与雷达发射信号及目标运动参数的关系;利用无约束优化方法对该偏差余项进行估计。最后,计算机仿真实验验证了分析结论和估计算法的正确性。

关键词:线性调频;距离-多普勒耦合;无约束优化

中图分类号:TN95 **文献标识码:**A

The Analysis and Estimation of the Ranging Bias in LFM Pulsed Radar

SHI Long-fei, LI Dun, WANG Xue-song, XIAO Shun-ping

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract:The problem of LFM pulsed radar's ranging bias due to the range-Doppler coupling is studied. The mechanism of the ranging bias is derived and analyzed. The nolinear residue of the bias neglected by most researchers is pointed out emphatically. And the relationship between this residue and the parameters of the radar waveforms and target motion is analyzed. An unconstrained optimization algorithms is proposed for the estimation of the bias residue. At last, experimental results prove the analytic conclusion and estimation algorithm are correct.

Key words: LFM; range-Doppler coupling; unconstrained optimization

LFM 脉冲体制雷达兼有作用距离远和距离分辨力强的优点,并且由于其对目标回波信号多普勒频移不敏感,因而得到了广泛的应用。但是,在探测运动目标时,由于距离-多普勒耦合效应^[1]影响,其测距存在系统偏差。

R. J. Fitzgerald 首次提及该测距偏差^[1],并认为它与目标的径向速度成线性关系。此后,众多学者针对如何在目标跟踪过程中补偿该测距偏差开展了大量研究:文献[2]分析了距离-多普勒耦合效应对跟踪精度的影响,但仅考虑了距离跟踪的情况;文献[4~7]提出了不同的 LFM 脉冲雷达目标跟踪算法,其中文献[7]对 LFM 信号调频斜率对目标跟踪精度影响问题进行了详细研究,对不同调频斜率组合下目标跟踪效果进行了比较,是一篇较有代表性的文献。

这些研究^[2-7]无一例外地采用了文献[1]中关于测距偏差与目标径向速度成线性关系的结论,而本文将通过分析指出:测距偏差中除了上述线性项之外,还存在非线性余项。在某些参数情况下,该非线性偏差余项较大,对于一些精密测量和跟踪雷达,其影响不能忽略,必须予以考虑。

1 LFM 脉冲雷达的测距偏差分析

1.1 测距偏差产生机理分析

雷达发射的线性调频脉冲信号可以表示为

$$s(t) = k_1 \cdot \exp(j2\pi f_0 t + j\pi K t^2) \text{rect}(t/\tau_p) \quad (1)$$

* 收稿日期:2005-01-27

基金项目:全国优秀博士论文专项资金资助项目(08100101)

作者简介:施龙飞(1978-),男,博士生。

其中, k_1 为线性调频信号的幅度, f_0 为中心载频, K 为调频斜率, τ_p 为脉冲宽度, $\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$ 。

目标回波信号可表示为^[8]

$$s_r(t) = k_2 \exp[j2\pi(f_0 + f_d)(t - \tau) + j\pi K(t - \tau)^2] \text{rect}(t - \tau/\tau_p) \quad (2)$$

其中, k_2 为接收信号幅度, τ 为脉冲回波时延, f_d 为多普勒频移, 且 $f_d = -2V_r/\lambda$, V_r 为目标径向速度, λ 为雷达波长。匹配滤波器时域响应表示为

$$h(t) = k_3 \exp[-j2\pi f_0(\tau_p - t) - j\pi K(\tau_p - t)^2] \text{rect}(t/\tau_p) \quad (3)$$

其中, k_3 为幅度。接收信号经匹配滤波后输出为

$$\begin{aligned} y(t) &= s_r(t) \otimes h(t) \\ &= k_2 k_3 \exp[j2\pi f_0(t - \tau - \tau_p) + j2\pi f_d(t - \tau) + j\pi K(t^2 + \tau^2 - 2t\tau - \tau_p^2) + \varphi_1] \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[j2\pi l(-f_d - tK + \tau K + \tau_p K)] \text{rect}(l/\tau_p) \text{rect}[(t - l - \tau)/\tau_p] dl \end{aligned}$$

其中, “ \otimes ”表示卷积, 上式可以记为

$$y(t) = k_2 k_3 A(t) \exp(j2\pi f_0 t) \exp[j\varphi(t)] \quad (4)$$

其中, $A(t)$ 为幅度调制函数, $\varphi(t)$ 为相位函数:

$$A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{j2\pi l[-K(t - \tau - \tau_p) - f_d]\} \text{rect}(l/\tau_p) \text{rect}[(t - l - \tau)/\tau_p] dl \quad (5)$$

理论上, 目标距离测量值对应于 $|A(t)|$ 的最大值点 t_0 , 即

$$|A(t_0)| = \max_{t \in [\tau, \tau + 2\tau_p]} \{|A(t)|\} \quad (6)$$

由 $\text{rect}(t)$ 的定义可以得到

$$A(t) = \begin{cases} A_1(t) = \int_0^{t-\tau} \exp\{j2\pi l[-K(t - \tau - \tau_p) - f_d]\} dl & \tau \leq t < \tau + \tau_p \\ A_2(t) = \int_{t-\tau-\tau_p}^{\tau_p} \exp\{j2\pi l[-K(t - \tau - \tau_p) - f_d]\} dl & \tau + \tau_p \leq t < \tau + 2\tau_p \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (7)$$

则由分段函数的性质有

$$\max_{t \in [\tau, \tau + 2\tau_p]} \{|A(t)|\} = \max_{t \in [\tau, \tau + 2\tau_p]} \{|A_1(t)|, |A_2(t)|\} \quad (8)$$

令 $\Delta(t) = f_d + K(t - \tau_p)$, 由式(7)有

$$|A_1(t)| = \text{rect}[(t - \tau)/\tau_p] \cdot |(t - \tau) S_a[\pi(t - \tau)\Delta(t - \tau)]| \quad (9)$$

$$|A_2(t)| = \text{rect}[(t - \tau - \tau_p)/\tau_p] \cdot |(t - \tau - 2\tau_p) S_a[\pi(t - \tau - 2\tau_p)\Delta(t - \tau)]| \quad (10)$$

其中, $S_a(\cdot)$ 为辛格函数。若记

$$S_1(t) = |S_a[\pi t \Delta(t)]| \cdot \text{rect}(t/\tau_p), \quad S_2(t) = |S_a[\pi(t - 2\tau_p)\Delta(t)]| \cdot \text{rect}[(t - \tau_p)/\tau_p] \quad (11)$$

并令 $t' = t - \tau$, 由于 t 与 t' 只相差一个 τ , 不影响问题的分析, 以下将 t' 简为 t , 则式(9)、(10)可简化为

$$|A_1(t)| = |t| \cdot S_1(t) \quad |A_2(t)| = |t - 2\tau_p| \cdot S_2(t) \quad (12)$$

分别令函数 $S_1(t)$ 、 $S_2(t)$ 中的 $S_a(\cdot)$ 括号里的部分为零: $\pi t \Delta(t) = 0$, $\pi(t - 2\tau_p)\Delta(t) = 0$, 可得到函数 $S_1(t)$ 、 $S_2(t)$ 的三个极值点: $t_1 = 0$ 、 $t_2 = \tau_p - \frac{f_d}{K}$ 、 $t_3 = 2\tau_p$ 。如图 1 所示, 显然, $|A(t)|$ 的最大值点 t_0 应在 t_2 附近。文献[1]认为 $t_0 = t_2$, 但实际上, 受式(9)、(10)中乘性算子 $|t|$ 、 $|t - 2\tau_p|$ 的影响, 在 $f_d \neq 0$ 时, $t_0 \neq t_2$ 。

1.2 测距偏差非线性余项分析

根据前面分析, 目标径向运动情况下($f_d \neq 0$), t_0 与 t_2 之间存在一个偏差余项 $\mu_t = t_2 - t_0$, 距离测量值可写为

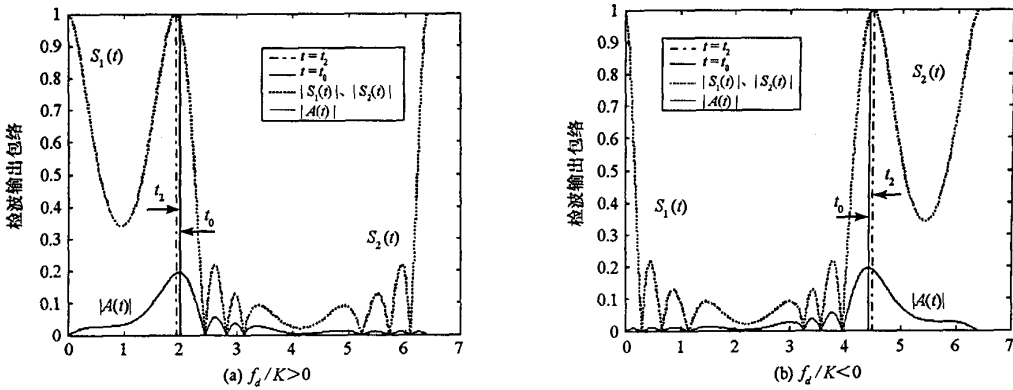


图1 LFM 检波输出包络示意图(横轴为时间)

Fig.1 The envelope diagram of LFM signal demodulation result (horizontal axis indicates time)

$$R_m = \left(R - \frac{c}{2} \cdot \frac{f_d}{K} \right) + \nu_r + \mu_r \tag{13}$$

式中, R 为目标真实距离值, ν_r 为测距随机误差, $\mu_r = \frac{c}{2} \mu_t$ 为测距偏差的余项。文献[1]只考虑了测距偏差的线性部分 $-\frac{c}{2} \cdot \frac{f_d}{K}$, 而忽略了非线性余项 μ_r 。事实上, 某些情况下, $|\mu_r|$ 值较大。

下面分析 μ_r 与雷达、目标运动参数的关系。

以 $f_d/K > 0$ 为例(如图 1(a)所示), $A_1(t)$ 的最大值点即为 $|A(t)|$ 的最大值点 t_0 , t_0 在函数 $S_1(t)$ 的峰值点 t_2 右侧。显然, $A_1(t)$ 在 t_0 处的一阶导数为零, 而在 t_2 处的一阶导数也可以求得: 令 $y(t) = t \cdot S_a(\pi t \Delta(t))$, 则 $\frac{\partial y(t)}{\partial t} = S_a(\pi t \Delta(t)) + t \cdot \frac{\partial S_a(\pi t \Delta(t))}{\partial t}$, 由于 $t = t_2$ 时, $\pi t \Delta(t) = 0$, 所以 $\frac{\partial y(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_2} = 1$, 即 $A_1(t)$ 在 t_2 处的一阶导数为 1。

进一步, 求 $y(t)$ 在 t_2 处的二阶导数:

$$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = 2 \frac{\partial S_a(\pi t \Delta(t))}{\partial t} + t \cdot \frac{\partial^2 S_a(\pi t \Delta(t))}{\partial t^2}$$

类似地, 由于 $t = t_2$ 时, $\pi t \Delta(t) = 0$, 通过变量替换可以进一步得到

$$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \Big|_{t=t_2} = -\frac{1}{3} t [\pi(2Kt + f_d - K\tau_p)]^2 \Big|_{t=t_2} = -\frac{\pi^2}{3} \cdot \tau_p \left(1 - \frac{f_d}{\Delta f} \right) (\Delta f - f_d)^2 \tag{14}$$

上式中, 利用了调频斜率 $K = \frac{\Delta f}{\tau_p}$, Δf 为信号带宽。

已经知道, $A_1(t)$ 在 t_0 和 t_2 处的一阶导数分别为 0 和 1, 而二阶导数在 t_0 和 t_2 之间变化不大, 显然, $\left| \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \right|_{t=t_2}$ 越大, 则 $\mu_t = t_2 - t_0$ 越小, 反之则 μ_t 越大。

对于一般的 LFM 脉冲雷达, 多普勒频移 f_d 小于带宽 Δf , 于是, 考察式(14)可以得到如下结论:

- (1) 波长越短或径向速度绝对值 $|V_r|$ 越大, 则 f_d 越大, 偏差余项 $|\mu_r|$ 越大;
- (2) 信号带宽 Δf 越小, 偏差余项 $|\mu_r|$ 越大;
- (3) 信号脉宽 τ_p 越小, 偏差余项 $|\mu_r|$ 越大。

1.3 等步长一维搜索法估计测距偏差余项

根据式(13), 距离 - 多普勒耦合效应造成的测距偏差含有一个非线性的余项 μ_r 。但是, 直接对式(12)求导并置零后, 得到的是一个非初等函数, 无法获得 t_0 的解析解, 从而无法求得余项 μ_r 的解析解。

鉴于此, 本文将测距偏差估计问题转化为无约束优化问题, 并采用一维搜索方法来估计函数 $|A(t)|$ 的峰值点时刻 t_0 。令目标函数为 $f(t) = -|A(t)|$, 显然, 测距偏差估计归结为求函数 $f(t)$ 在 t

$= t_2$ 附近的局部极小点。

记函数 $\varphi(l)$ 为 $\varphi(l) = f(t_2 + lp)$ (p 为目标函数 $f(t)$ 在 $t = t_2$ 处的下降方向), 则问题转化为求一个单变量函数的极小问题: $\min_{l>0} \{\varphi(l)\}$ 。在一维搜索诸方法中, 直接法无需计算 $\varphi(l)$ 的一阶导数, 较为实用^[9], 故采用直接法来寻求局部极小点 l^* , 方法描述如下:

- (1) 假设要求目标距离测量偏差 $\leq \delta_r$, 则换算到时间为 $\delta_t = 2\delta_r/c$, 那么 δ_t 即为预定误差限 $\epsilon_0 = \delta_t$;
- (2) $t = t_2$ 为初始搜索点(如图 2 所示), $f(t)$ 在 $t = t_2$ 处的下降方向取 $p = 1$ 或 $p = -1$ (当 $f_d/K > 0$ 时, 取 $p = +1$; 当 $f_d/K < 0$ 时, 取 $p = -1$);
- (3) 采用等步长搜索, 搜索步长为 $\Delta l = \epsilon_0$;
- (4) 构造搜索序列 $\{\varphi_k\}: \varphi_k = f(t_2 + k \cdot \Delta l \cdot p), k = 0, 1, 2, \dots$;
- (5) 终止条件为: $\varphi_k \leq \varphi_{k+1}$ 。

若第 k 个时刻满足终止条件, 则认为其对应于 $f(t)$ 的局部极小点, 即取 $\hat{t}_0 = t_2 + k \cdot \Delta l$ 。

用一维搜索方法寻找 $\varphi(l)$ 在 $l \in [0, +\infty]$ 上的第一个极小点, 而从图 2 可以看出, $|A(t)|$ 在 $t = t_2$ 附近的极值点确实是距离测量对应时刻 t_0 , 因此利用一维搜索方法进行测距估计是可行的。另一方面, 为了使最后收敛到的点是 $l \in [0, +\infty]$ 上的第一个极小点, 一维搜索必须保证选定的初始区间具有“单谷”特性, 所以初始步长往往难以选取。采用上述等步长搜索方法: $\Delta l = \epsilon_0$, 则简单地解决了初始步长选择问题。即使 $\Delta l = \epsilon_0$ 作为初始步长选得过大, 也一定会在第一次搜索时就满足终止条件, 且总能保证误差 $\delta_t < \epsilon_0/2$ (需要说明的是, 图 2 中目标速度为 4000m/s, 实际一般不会这么大, 这里只是为了使图 2 更直观)。

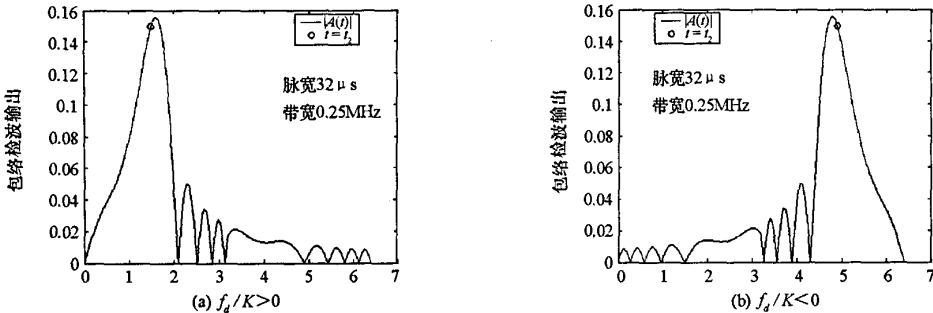


图 2 LFM 信号检波输出包络波形(横轴为时间)

Fig. 2 The waveform of LFM signal demodulation result (horizontal axis indicates time)

2 仿真结果与分析

为了验证 1.2 节测距偏差余项与雷达发射信号及目标运动参数关系的有关结论, 以及 1.3 节等步长一维搜索方法的有效性, 在计算机上进行了仿真实验。由于本文讨论的是测距系统偏差, 而非随机误差, 故仿真中没有考虑噪声。

仿真参数设置如下: 雷达发射 LFM 信号的载频为 5GHz, 脉宽 τ_p 分别取 $20\mu\text{s}$ 、 $80\mu\text{s}$ 以及 $160\mu\text{s}$ 和 $320\mu\text{s}$, 调制带宽 Δf 范围从 $0.1\text{MHz} \sim 1\text{MHz}$, 目标径向速度 V_r 分别取 250m/s 、 500m/s 和 750m/s 。利用等步长一维搜索方法估计偏差余项 $|\mu_r|$, 设定测距偏差限 δ_r 为 1m 。 $|\mu_r|$ 与雷达发射信号脉宽、带宽以及目标径向速度的关系曲线如图 3。

从图 3 中看出, 目标径向速度越大, 带宽或脉宽越窄, 偏差余项 $|\mu_r|$ 就越大。例如: 脉宽 $\tau_p = 20\mu\text{s}$, 带宽 $\Delta f = 0.2\text{MHz}$, 目标径向速度 $V_r = 250\text{m/s}$ 时, 偏差余项 $|\mu_r| \approx 60\text{m}$ (图 3(a)); 对于更大的时宽和带宽的情况, 偏差余项 $|\mu_r|$ 则相对较小(图 3(b) ~ (d)), 且与径向速度的关系不明显。这些结果与式(14)及 1.2 节的分析结论都是吻合的。

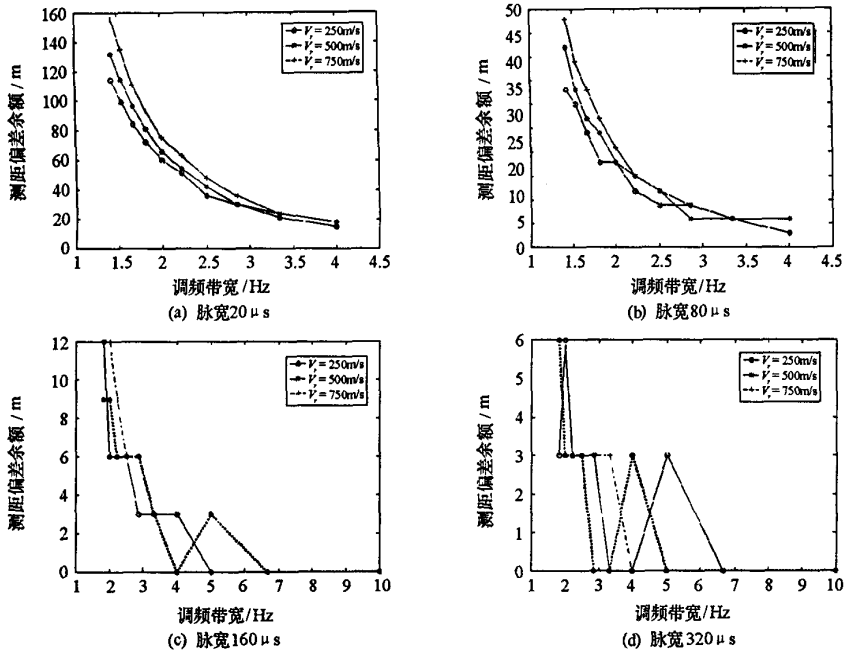


图 3 测距偏差余项 $|\mu_r|$ 与脉宽、调制带宽及目标径向速度的关系

Fig.3 The relationship between the ranging bias residue $|\mu_r|$ and pulse width, band width, radial velocity

3 结束语

针对线性调频(LFM)脉冲雷达体制,研究了距离-多普勒耦合效应造成的测距偏差问题。首先推导、分析了测距偏差的产生机理,然后重点分析了偏差非线性余项与雷达发射信号及目标运动参数之间的关系;由于难以写出该非线性余项的解析表达式,因此将偏差余项的估计问题转化为无约束优化问题,并利用了等步长一维搜索方法进行估计;最后,进行了仿真实验,结果证明文中关于偏差余项与雷达及目标运动参数关系的结论是正确的。

本文的分析结果对雷达信号波形设计有一定的借鉴作用,并且在工程实践中,对 LFM 脉冲雷达的距离-多普勒耦合偏差修正问题提供了依据。

参考文献:

- [1] Fitzgerald R J. Range-Doppler Coupling and Other Aspects of Reentry Vehicle Tracking[A]. Symposium on Nonlinear Estimation Theory and Applications. 1973(9).
- [2] Fitzgerald R J. Effect of Range-Doppler Coupling on Chirp Radar Tracking Accuracy [J]. IEEE Trans on AES, 1974, 10(4): 528 - 532.
- [3] Daum F E, Fitzgerald R J. Decoupled Kalman Filters for Phased Array Radar Tracking[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1983, 28(3): 269 - 283.
- [4] Woodward P M. Probability and Information Theory with Applications to Radar[M]. New York: Pergamon Press, 1953.
- [5] Wong W. Steady-State Tracking with LFM Waveforms [J]. IEEE Trans on AES, 2000, 36(2): 701 ~ 709.
- [6] 王建国, 龙腾, 何佩琨. 一种线性调频波形下的目标跟踪算法[J]. 现代雷达, 2003(2): 26 - 29.
- [7] Rago C, Willett P. Detection-Tracking Performance with Combined Waveforms [J]. IEEE Trans on AES, 1998, 34(2): 612 ~ 623.
- [8] 丁鹭飞, 耿富录. 雷达原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000: 244 - 247.
- [9] 粟塔山. 最优化计算原理与算法程序设计[M]. 长沙: 国防科技大学出版社. 2001: 36 - 39.

