

二维超声速混合层的大涡模拟*

孙明波,梁剑寒,金亮,侯中喜,王振国

(国防科技大学 航天与材料工程学院 湖南长沙 410073)

摘要 对二维超声速混合层流动进行大涡模拟。采用五阶精度的 WENO 格式求解大尺度涡的控制方程,小尺度涡的作用采用 Smagorinsky 亚格子模型进行模拟。模拟结果再现了二维超声速混合层拟序结构,计算得到了涡组对、合并等现象。通过对流场不同位置压力振荡历程的频谱分析,对超声速混合层中的谐波变化规律作了初步探讨。计算得到的速度剖面的时均统计结果与实验结果相比,吻合程度较好。

关键词 超声速混合层;大涡模拟;WENO 格式

中图分类号:V435.12 文献标识码:A

The Large Eddy Simulation of Two-Dimensional
Supersonic Mixing Layer

SUN Ming-bo, LIANG Jian-han, JIN Liang, HOU Zhong-xi, WANG Zhen-guo

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Large eddy simulations are conducted to investigate the coherent structures of a two-dimensional supersonic mixing layer. The governing equations of large scale eddies are solved with fifth-order WENO scheme and the effect of small scale eddies is simulated with Smagorinsky subgrid scale model. The results show that the development procedure of large structures and reveal the behavior of large eddies. Frequency spectrum analysis of the unsteady pressure data is performed to investigate the acoustic characteristics of different streamwise location in the mixing layer. Time-averaged velocity profiles obtained from the simulation are consistent with the experimental data.

Key words supersonic mixing layer; large eddy simulation; WENO scheme

对于超声速混合层的研究,具有十分重要的学术意义和应用价值。例如在超燃发动机中燃料与来流的超音速混合是一个难点。超燃发动机燃烧室内燃料混合的困难主要在于燃烧室气流的速度非常高,达几千米/秒,气流的滞留时间仅为毫秒量级,这加剧了混合的难度。燃料混合的不充分必然导致燃烧效率的降低,这样发动机的效率也不高。因此弄清超声速混合层的发展规律,采取一定的混合增强措施是非常必要的。

早期各种基于 RANS 的代码的校验结果表明其对于超声速湍流混合问题的预报有很大的缺陷^[1,2]。其原因莫过于湍流混合是以大尺度结构涡的运动为主,而 RANS 及建立的相关的湍流模式在空间和时间上抹杀了这种大尺度涡的作用。RANS 的这种缺陷带动了湍流的高级数值模拟,包括直接数值模拟(DNS)和大涡模拟(LES)。但由于高雷诺数的 DNS 的计算量严重超出目前计算机 CPU 和内存所能承受的水平,因此相对计算量大为减少而计算结果仍不失精确的 LES 就成为上选。

1 数值模拟对象及控制方程

超声速混合层的流动问题如图 1 所示,定义平板上股流动速度为特征速度,并且定义流动区域的宽度为特征长度。为了将计算结果与 Goebel 和 Dutton^[3]的实验结果相对照,所有条件均与 Goebel-Dutton 的实验条件相对应。实验中的混合区长度为 500mm,宽度 300mm。尖劈的厚度为 0.5mm,尖劈下平板的

* 收稿日期 2005-04-06

基金项目 国家部委基金资助项目(51413040901KG0145)

作者简介 孙明波(1980—),男,博士生。

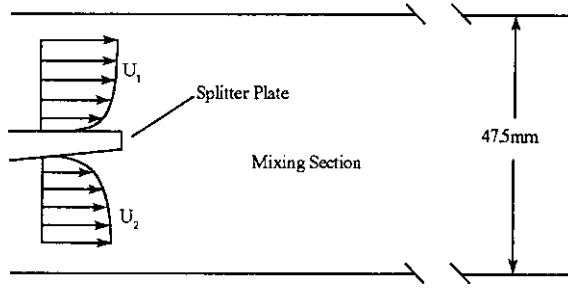


图1 Goebel-Dutton 混合层实验示意图

Fig.1 Schematic of Goebel – Dutton mixing layer experiment

倾角为 2.5°。为了方便,根据实验的结果,计算中取混合区的长度为 300mm,宽度为 47.5mm。

表 1 给出了 Goebel – Dutton 实验中上下两股射流在混合区入口的对应物理量。其中 U 、 T 、 P 、 δ 和 θ 分别代表来流速度、静温、静压、入口边界层的厚度和动量损失厚度。

表 1 Goebel-Dutton 混合层实验的流动参数

Tab.1 Flow conditions of the Goebel-Dutton experiments

	Top flow	Bottom flow
Mach number	1.91	1.36
U (m/s)	700	399
T (K)	334	215
P (kPa)	49	49
δ (mm)	2.9	2.5
θ (mm)	0.29	0.21

为了得到可压流动大尺度涡运动的控制方程,需要将大涡和小涡分离开来。大涡模拟的处理方法就是基于这一思想,通过对 NS 方程进行过滤,也就是在一定区域内对湍流变量进行某种加权平均,从而保留大于滤波尺度的涡信息,对小于滤波尺度的涡则通过建立亚格子模型来模拟。以来流速度、密度、静温、粘性系数和混合区宽度为特征量得到无量纲化后的大涡模拟控制方程为:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial (\bar{\tau}_{ij} + \tilde{\tau}_{ij})}{\partial x_j} \tag{2}$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{E} + P \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Re}(\gamma - 1)M_\infty^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_1}{\text{Pr}} + \frac{\mu^{sgs}}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial (\tilde{u}_j (\bar{\tau}_{ij} + \tilde{\tau}_{ij}))}{\partial x_j} \tag{3}$$

其中 $\bar{\tau}_{ij} = 2\mu_i S_{ij}$ 并且 $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$ 以及 $\tilde{\tau}_{ij} = 2\mu^{sgs} S_{ij}$ 。

Smagorinsky 的亚格子模型给出的粘性系数

$$\mu^{sgs} = \bar{\rho} C_s \Delta \sqrt{\pi} \text{Re} \tag{4}$$

C_s 通常为 $0.10 \leq C_s \leq 0.24$,本文取 $C_s = 0.10$ 。这里 $\pi = |2S_{ij}S_{ij}|$, $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$,对于二维问题 $\Delta = (\Delta x \Delta y)^{1/2}$ 。其他参数的选取均可以参见文献 [4]。

为了便于采用有限差分,从物理域转换到计算域,即 $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$,对原方程进行变换

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial \xi}, \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}$$

2 数值模拟方法

2.1 数值离散格式

对于 LES 的误差研究表明其数值离散格式需要慎重选择^[5,6]。文献^[7]的研究还表明二阶精度的一类格式以及三阶精度的 WENO 格式的模拟结果都明显低估了湍流动能,流动的大尺度结构也因为高数值耗散而严重受损,而五阶精度的 WENO 格式的计算结果甚至与 DNS 的结果都十分符合。基于此本文选用五阶精度的 WENO 格式对大尺度涡运动进行模拟。

WENO(Weighted Essentially Non-Oscillatory)格式通过选择性地对 ENO 重构值进行加权处理,在光滑区满足更高阶的计算要求,而在间断区保持原有的 ENO 性质。具体的算法参见文献^[8]。

所有的粘性通量用二阶中心差分离散,这一处理方法也为 Garnier 等所采用^[9],结果证明是可行的。在时间推进上采用二阶时间精度且具有 TVD 保持性质的 Runge-Kutta 方法^[10]。CFL 数取为 0.5。

2.2 网格与边界条件

计算区域网格取 800×200 ,将斜劈的厚度分为 10 等份,并且在上下平板入口处网格加密。入口按照边界层的厚度采用 $1/7$ 剖面率给出。壁面采用无滑移绝热条件,上下两股超声速来流的外边界采用滑移面条件,处理中按照对称面条件给出。出口用超声速出口条件,流动物理量进行二阶外推。对应于五阶 WENO 格式,壁面附近的第一、二层网格物理量的计算模板补充值采用镜像法处理,镜像点的速度值与对应点的速度值相反,其他物理量对应相等。滑移面条件也采用镜像法,镜像点流向速度与对应点要相同。入口、出口的一、二层网格物理量的计算模板补充值均采用一阶外推。

3 混合层的数值模拟结果

3.1 混合层的涡结构的发展

从图 2 可以清晰的看出混合层中拟序结构的存在,而且大涡的卷起、形成和配对合并也非常明显。超声速混合层的转捩过程与不可压混合层有很大的相似性。在混合层的初始阶段,从平板斜劈后缘产生脱落涡,两层流体之间的交界处,涡强达到最大。这一阶段的混合层是极不稳定的,在约 1.5 的距离处混合层开始卷成周期性的涡列。这个过程一直持续到约 3.0 的距离处。经过这一卷成涡列阶段,在下游处,相邻的旋涡开始组对合并,合并后的大旋涡又继续两组对合并,这种合并过程是指两个相对小的旋涡相互旋转形成一个相对大尺度的涡,通常被认为是导致混合层发展和厚度线性增加的原因。图 2 中横坐标给出的是无量纲距离。

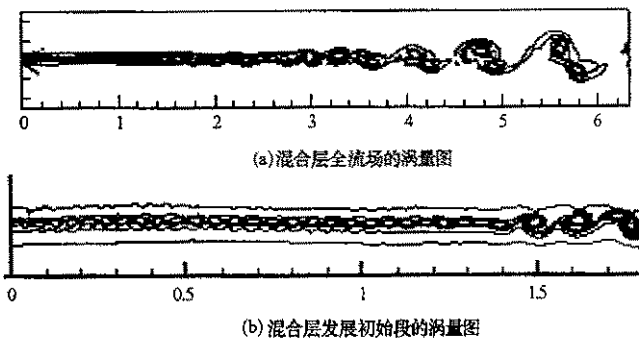


图 2 混合层的瞬时涡量图

Fig.2 Instantaneous vorticity contours of the mixing layer

(a) Entire mixing section (b) Beginning of mixing section

对应于实际的超声速混合层流动,流场中存在着各种频率的扰动谐波。为了考察混合层中谐波的变化规律,在混合区的中心位置上从混合区入口到出口沿流向均匀布置 50 个点。

经过 8 个特征时间长度后流场基本建立,在此后的计算过程中以定时间步长 $1.0179e-006s$ 记录这

50 个点上的压力振荡历程, 然后对压力振荡过程进行富里叶变换, 以参考声强强度 $2 \times 10^{-5} \text{Pa}$ 作出声压强度(SPL)与频率的关系图, 以此考查混合层中谐波的变化情况。限于篇幅, 仅依次列出第 2、9、13、17、32、47 点的幅频关系图。这六个点对应的无量纲距离分别为: 0.1322, 1.0177, 1.5213, 2.0304, 3.9485, 5.8527。

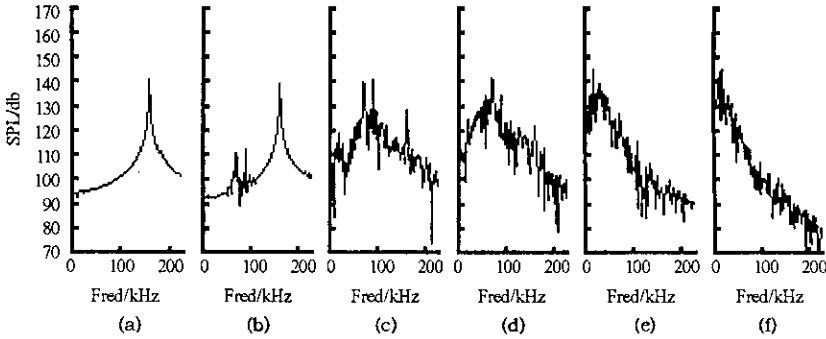


图 3 混合层流向不同位置压力振荡历程的富里叶幅频特性

Fig.3 FFT of unsteady pressure data for different streamwise location in the mixing layer

由图 3(a)可以看出, 在混合层的初始段存在着一个对应最大声压强度的增长频率。在下游流动非线性影响增强, 一个频率略低于 $\beta_m/2$ 的次谐波开始出现和增长(见图 3(b))。这一过程对应着涡列卷成阶段。再往下游即看到次谐波的迅速增长(见图 3(c))。随着往下游的运动, 频谱曲线中的峰值频率向低频方向运动(见图 3(d)、3(e)和 3(f))。这正对应于旋涡的组对合并过程, 较小尺度的涡通过配对形成更大尺度的涡, 涡强不断增强, 对应的谐波强度也在增强, 而通过频率则在递减。模拟得到的结果同不可压混合层中谐波发展规律基本类似。

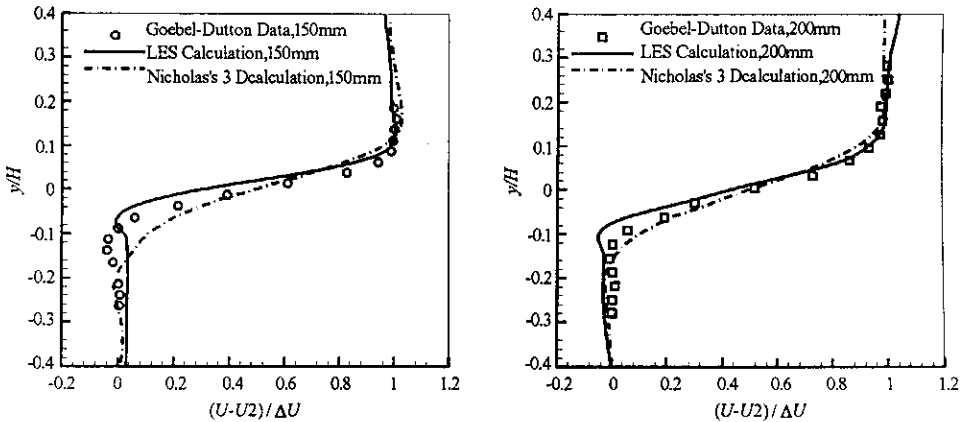


图 4 混合层的时均速度剖面

Fig.4 Time-averaged velocity profiles in the mixing section

3.2 时均结果与实验结果相比较

将二维的大涡模拟结果与实验结果相对照(见图 4), 可以发现在 150mm、200mm(无量纲距离分别为 3.158、4.211)处的时均统计的速度剖面与试验结果吻合较好, 这表明本文的模拟方法是可行的。定义混合层的厚度为从 $U = U_1 - 0.1\Delta U$ 到 $U = U_2 + 0.1\Delta U$ ($\Delta U = U_1 - U_2$) 的距离, 同文献 4 的三维大涡模拟结果相比, 可以看出, 二维模拟的混合层厚度始终小于三维模拟的结果, 这是由二维模拟不能模拟混合层的三维特性造成的。但是当计算条件受到限制时, 三维模拟也不能得到很好的结果, 文献 4 展开方向网格取得过少是造成计算中混合层增长过度的主要原因。

4 结 论

对二维超声速混合层流动进行大涡模拟。采用五阶精度的 WENO 格式求解大尺度涡的控制方程,小尺度涡的作用采用 Smagorinsky 亚格子模型进行模拟。模拟结果再现了二维超声速混合层拟序结构,并计算得到了涡的组对和合并等现象。通过对流场压力振荡历程的频谱分析,对超声速混合层不同发展阶段流场中的谐波变化规律作了初步探讨,认为超声速混合层谐波变化规律同不可压混合层的发展过程基本类似。计算得到的速度剖面的时均统计结果与实验结果吻合程度较好,这说明本文所采用的 LES 方法对湍流的数值模拟是可行的。

参 考 文 献 :

- [1] Barber T J , Chiappetta L M , et al . An Assessment of Parameters Influencing the Prediction of Shear Layer Mixing[J]. Journal of Propulsion and Power , 15(1) : 45 - 53 , 1999 .
- [2] Georgiadis N J , Yoder D A , DeBonis J R . A Comparison of Three Navier-Stokes Solvers for Exhaust Nozzle Flowfields[R]. AIAA Paper 99 - 0748 , 1999 .
- [3] Goebel S G , Dutton J C . An Experimental Study of Turbulent Compressible Mixing Layers[J]. AIAA Journal 29(4) : 538 - 546 , 1991 .
- [4] Nicholas J G . Development of a Hybrid RANS/LES Method for Compressible Mixing Layer Simulations[R]. AIAA paper 2001 - 0289 , 2001 .
- [5] Ghosal S . An Analysis of Numerical Errors in Large Eddy Simulations of Turbulence[J]. Journal of Computational Physics , 1996 , 125 : 187 - 206 .
- [6] Kravchenko A G , Main P . On The Effect of Numerical Errors in Large Eddy Simulations of Turbulent Flows[J]. Journal of Computational Physics , 1996 , 131 : 310 - 322 .
- [7] Blin L , Hadjadj A , Vervisch L . Large Eddy Simulations of Compressible Turbulent Flow[R]. AIAA paper 99 - 0787 , 1999 .
- [8] 侯中喜 . 超声速复杂流场并行数值模拟及高阶格式研究 [D]. 国防科技大学博士学位论文 , 2000 .
- [9] Gamier E , Sagaut P . Large Eddy Simulation of Shock/Boundary-Layer Interaction[J]. AIAA Journal 2002 , 40(10) .
- [10] Shu C W , Osher S . Efficient Implementation of Essentially Non-Oscillatory Shock-Capturing Schemes II[J]. Journal of Computational Physics , 1989 , 83(1) : 32 - 87 .

