

基于整数小波变换的多光谱遥感图像压缩技术*

罗建书,卓红艳,黎明君

(国防科技大学 理学院,湖南长沙 410073)

摘要 :在分析多光谱图像小波变换后系数特点的基础上,提出了一种基于整数小波变换的 3 维集合分裂嵌入块编码(3D SPECK)压缩方法。该方法将小波变换压缩技术中的零树编码推广到多光谱图像压缩中,采用整数小波变换去除空间冗余,对单波段图像,采用 2D SPECK 编码,对多波段图像,谱域上构成的小波矢量采用离散余弦变换(DCT)进行变换,对变换后的系数进行 3D SPECK 编码。实验结果表明,该方法硬件实现简单,编码解码时间快,对内存要求低。

关键词 :提升格式;整数小波变换;SPECK

中图分类号:TN911.73 文献标识码:A

Compression of Multispectral Remote Sensing Image Based on Integer Wavelet Transform

LUO Jian-shu, ZHUO Hong-yan, LI Ming-jun

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract 3D SPECK compression of multispectral remote sensing image is presented, which is based on integer wavelet transform (IWT) by analyzing the characteristics of transformed wavelet coefficient. By the method the zero-tree coding of the compression of wavelet transform is extended to the compression of multispectral remote sensing image. Integer wavelet transform is applied to reduce the spatial decorrelation, and DCT is applied to reduce the inter-band correlation. 3D SPECK is used in processing the transformed wavelet coefficient. The results of experiment indicate that hardware is easier to realize, the time of coding and decoding is less, and the requirement of EMS memory is lower.

Key words lifting scheme; integer wavelet transform; SPECK

遥感图像按照波段范围的大小可分为全色遥感图像和多光谱遥感图像,其所含信息量大,图像数据十分珍贵,而且具有长期或永久保存价值。由 Landsat - TM 传感器获取的多光谱图像包含 4 ~ 7 个离散的谱带,且具有大容量、细节丰富、纹理多的特点。

多光谱遥感图像中各像素之间存在两种冗余:谱内的空间冗余和谱间冗余。与自然图像相比,遥感图像含有丰富的纹理信息,空间相关性较差,因此只靠谱内压缩很难获得很高的压缩比。但对多光谱图像来说,由于各谱段图像的成像对象是同一地物,虽然各图像在灰度值上会有很大差异,但其结构是非常相似的,如果利用这种谱间冗余对多光谱图像进行压缩,就可能获得较大的压缩比。在多光谱图像压缩中,通常采用预测、变换或矢量量化的方法去除以上两种冗余。

在多光谱图像的有损压缩中,常用的是矢量量化和变换编码方法。由于遥感图像中,同一类地物的光谱反射特性大致相同。目前用于多光谱图像的变换编码方法主要有(1)三维 DCT 变换(2)一维 K - L 变换加二维 DCT 变换(3)一维 DPCM 加二维 DCT 变换(4)一维小波变换加二维小波变换(5)三维小波变换。

2000 年,Dragotti、Poggi 和 Ragozini 为多光谱遥感图像的压缩提出了三维 SPIHT 算法^[1]。它的基本思想是对图像作三维变换,以三维树型结构来组织小波系数,同样利用集合的划分来进行编码。

* 收稿日期:2005 - 06 - 12
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60572135)
作者简介:罗建书(1956—),男,教授,博士。

本文采用整数 97 小波变换取代一般的浮点小波变换去除空间冗余,无需量化过程,避免了图像信息的丢失,用 DCT 去除谱间冗余,对变换后的小波系数进行三维 SPECK 编码。实验证明,该方法对多光谱图像的压缩效果较好,并且速度和 SPIHT 相比有所提高。

1 Landsat - TM 光谱图像小波系数特点

1.1 Landsat - TM 图像的分布特点

多光谱遥感图像是一定地域在不同光谱段的成像,它可用三维数组($L \times M \times N$)表示,其中 $L \times M$ 为图像的空间尺寸, N 为图像集的波段数。每一波段的图像本身存在空间冗余,即每一点域其邻域点很可能是相似的。不同波段图像之间存在谱间冗余,谱间冗余表现在各波段图像的灰度分布是相关的(见图 1),这一冗余可以用整数小波变换去除。

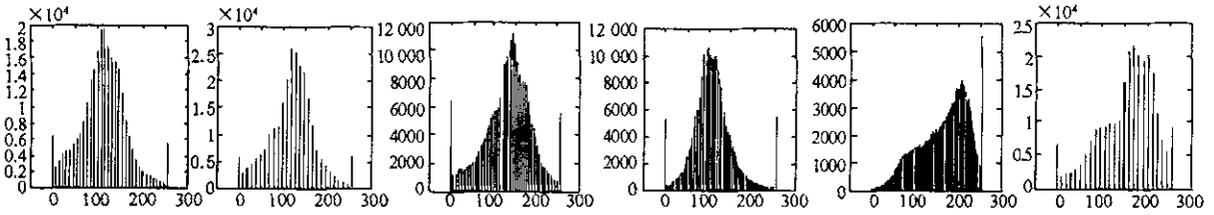


图 1 TM 图像 1~6 波段灰度直方图

Fig.1 Grey histogram of TM image with band 1 to band 6

1.2 TM 图像的统计特性

TM 光谱图像中的 3、6 波段,灰度级为 256,大小为 512×512 。采用双正交 9-7 整型小波进行 5 级小波分解,其中多光谱 3 波段和 6 波段的 16 个子带小波系数统计如表 1、2 所示。可见,尺度 1~4 级高频子带的小波系数方差都近似为 0;尺度 5 级时,在 LL5 和 HL5 子带具有较高的方差。图像的方差越大,说明子图像含有的信息越多;反之,子图像包含的信息越少。图像的信息主要集中在低频子图中。TM 图像在 LL5、HL5、LH5、HH5 的子带上方差要大些。所以,TM 光谱图像的高频部分也有丰富的细节。由均值数据可以看出 TM 图像的 LL5 子带的值相对于其它子带要高,其它子带的均值集中在 0 附近内波动,与标准灰度图像、普通遥感图像比较,TM 图像的均值波动范围要相对激烈些。这表明 TM 图像的高频子带图像也具有较高的系数,其细节要比标准灰度图像和普通遥感图像丰富。

1.3 小波变换后的 TM 遥感图像的特点

遥感图像的纹理特征明显,细节部分较多,因此在做小波变换后高频部分仍然集中了许多的能量。遥感图像和人像在做一层小波变换后各频带的能量分布情况对比如表 1 所示(表中的数据均为百分数)。由此我们可以看到遥感图像的和人像的巨大差异。遥感图像的高频部分所含大量能量,使得高频部分在压缩时要保留的数据量加大,这样会导致压缩比的降低。另外,由于遥感图像的特殊应用,使得必须保证其恢复质量。从上述分析可知:高保真图像压缩必然比其它类型的图像如人像的压缩比低。

表 1 遥感图像与人像小波分解后的能量分布对比(小波基为 97)

Tab.1 Contrastion of energy distribution of decomposing remote sensing images and portraits with wavelet transform

图像名称	LL 子带	LH 子带	HL 子带	HH 子带
Landsat TM 1 波段	96.69	0.61	0.73	1.97
Landsat TM 3 波段	98.29	0.40	0.49	0.82
Lena	99.859	0.057	0.025	0.023

下面从直方图的角度来看看小波变换后图像的一些性质。

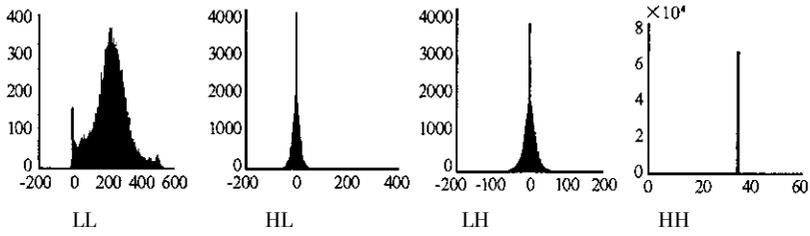


图 2 TM 图像小波变换分解一层后各子带的灰度直方图

Fig.2 Grey histogram of bands in first level of decomposing Image with wavelet transform

从图 2 中可以发现:小波变换后图像的三个高频部分的灰度分布有相似之处,不同的只是它们的方差。低频部分图像则不然,它的直方图变化范围很大。由此我们想到,三个高频部分可以根据各自的方差进行合理的比特分配,采用适当的量化方式。低频部分由于灰度分布的特殊性,而且由于它集中了图像绝大部分的能量,因此要特殊对待,分配较多的比特数。

2 Landsat - TM 光谱图像压缩方法

2.1 变换编码

提升方法^[2]作为整数小波变换的基础,分为分裂(split)、预测(predict)和更新(update)3个步骤。由于提升模型实现了真正意义上的无损可逆小波变换,因此在图像压缩传输领域得到广泛应用,并成为 JPEG2000 标准的核心部分。此外,提升模型避免了一般小波变换借助快速傅立叶变换完成卷积操作的步骤,仅含有移位运算和加减运算,便于硬件实现。

在小波变换编码中,小波基的选择关系到系统设计和压缩的质量。在许多准则中,正则性、对称性、消失矩的个数、滤波器长度以及有理数系数、精确重构特性,都成为面向不同实际问题的选取因素。在遥感图像编码中,更侧重于保留原始图像中的点、线等小目标信息,尤其是小目标的形状和位置信息,因为它们往往是一幅遥感图像的重要价值所在,这就要求适合于该类图像的小波基满足两两正交、支集短、正则性好及保持线性相位等特性。我们主要考虑双正交小波基,这是因为双正交小波基能构成具有线性相位的、正则性的、完全重构的、FIR 滤波器。经过实验比较,本文选择了双正交 9-7 整型小波变换对波段内图像进行变换,它的分析低通滤波器有 9 个系数,而分析高通滤波器有 7 个系数,分析和合成高通滤波器都有 4 阶消失矩。它的整型变换形式来自于文献[3]的提升分解。具有小波快速算法,可以实现整数到整数的变换,无须量化过程。

对称双正交 9-7 整型小波变换:

$$\begin{cases} d_{1,l}^{(1)} = s_{0,2l+1} + [\alpha(s_{1,2l} + s_{1,2l+2}) + 1/2] \\ s_{1,l}^{(1)} = s_{0,2l} + [\beta(d_{1,l}^{(1)} + d_{1,l-1}^{(1)}) + 1/2] \\ d_{1,l} = d_{1,l}^{(1)} + [\gamma(s_{1,l}^{(1)} + s_{1,l+1}^{(1)}) + 1/2] \\ s_{1,l} = s_{1,l}^{(1)} + [\delta(d_{1,l} + d_{1,l-1}) + 1/2] \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\alpha \approx -1.586134342$, $\beta \approx -0.05298011854$, $\gamma \approx 0.8829110762$, $\delta \approx 0.4435068522$, 给出了满足消失矩条件与一种归一化条件下的 9-7 对称双正交完全重构滤波器系数。

2.2 SPECK 算法

SPECK 也是基于集合的划分的一种嵌入式编码算法,算法思想与 SPIHT 类似,根据系数的重要性来排序并划分集合,优先编码幅值大的系数。但 SPECK 的集合划分准则不同于 SPIHT,它是将大的系数集合划分成四个子集。由于 SPECK 未用到空间定位树的父子关系,其排序算法较 SPIHT 简单,因此 SPECK 的编码速度更快。

对小波变换系数的分析可以看出,在系数中存在许多不重要系数,尤其对于高频子带更是如此。在 EZW 算法和 SPIHT 算法中,主要是利用树结构来表示这些不重要系数。这两种方法虽然利用了子带间

不重要系数的相关性,但是没有充分利用同一子带中不重要系数的相关性。为此,Asad 和 Pearlman^[4]提出了 SPECK 算法,该算法是近期嵌入式分级图像编码算法中性能较好的一种。

集合定义:LIS——不重要系数集合列表,用最低频子带系数初始化(如三级分解中的 LL3)。

LSP——重要系数列表,存放重要系数以便进一步量化。

集合 T——放置待处理的块,用最低频子带系数初始化(如三级分解中的 LL3)。

集合 I——放置除了 S 之外的剩余块集合, $I = X - S$, X 是所有块的集合。

块:相应小波分解的每一个子带定义一个相应的块。块可以是只包含单个元素,如 8×8 系数阵经过三级分解后对应的 LL3、HL3、LH3 和 HH3 都只包含一个元素。一般一个块中包含 2^{2N} ($N = 0, 1, 2, \dots, n$) 个元素,其中, $n - 1$ 是小波分解的层数。

集合划分准则是:初始划分为 $\{(i, j) | (i, j) \in T\}$ 和 I;其中 T 表示小波分解后的所有顶层节点的坐标集合,如图 3。

(1) 若 T 是重要的,即 $S_n(T) = 1$, 则将 T 划分成四个同样大小的子集合,如图 4;

(2) 若 I 是重要的,则将 I 划分成三个同样大小的集合 T 和新的 I 集合,如图 5。

SPECK 只用两个链表 LIS(重要像素链表)和 LIS(次要集合链表)来存放被编码的系数坐标的集合,因而内存消耗小于 SPIHT。

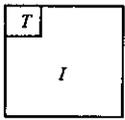


图3 初始划分

Fig.3 Initial partition

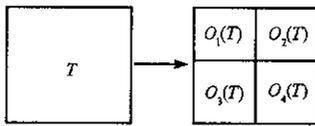


图4 一般集合的划分

Fig.4 Partition of general sets

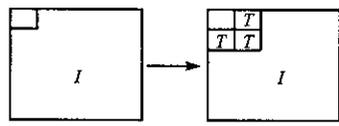


图5 集合 I 的划分

Fig.5 Partition of set I

算法流程如下:

(1)初始化

将变换系数坐标集合 X 划分成两个集合:

$T = \{\text{小波变换最低频带的系数坐标}\}, I = X - T.$

输出 $n = \lfloor \log_2(\max_{(i,j) \in X} |C_{i,j}|) \rfloor$, 将 T 加入 LIS, 置 $LSP = \Phi$ 。

(2)加细

对 LSP 中的每一个点 (i, j) , 输出 $|C_{i,j}|$ 的第 n 位。

(3)排序

(3.1)对于 LIS 中的每一个集合 T 输出 $S_n(T)$ 。若 $S_n(T) = 1$ 则

(3.1.1)若 T 是一个单点集合,输出该点的符号,并将其插入 LSP;

(3.1.2)否则,把 T 划分成四个同样大小的子集合 $O(T)$:

· 对于每个 $O(T)$ 输出 $S_n(O(T))$:

若 $S_n(O(T)) = 1$ 则

· 若 $O(T)$ 是单点集合,输出该点的符号,并将其插入 LSP;

· 否则,将其划分成四个同样大小的子集合,.....

(相当于返回(3.1.2),只不过所处理的集合改变了)

(3.1.3)从 LIS 中删除 T。

(3.2)输出 $S_n(I)$ 。若 $S_n(I) = 1$ 则

(3.2.1)将 I 划分成三个 T 和一个新的 I,如图 3 所示。

(3.3.2)对于每一个 T 输出 $S_n(T)$ 。

· 若 $S_n(T) = 1$, 则如同步骤(3.1.1)(3.1.2)处理;

· 否则,将 T 插入 LIS。

(3.3.3)返回(3.2)。

(4)如果 $n = 0$, 则终止, 否则 $n = n - 1$, 并转到(2)继续执行。

SPECK 算法的特点如下: ①在扫描顺序和量化过程中和 SPIHT 是一样的, 差别在于对不重要系数的表示方法, SPIHT 采用空间方向树, SPECK 采用块结构。SPIHT 算法在一个集合中包含了更多的不重要系数, 提高了压缩率, 而 SPECK 算法采用易于计算和并行处理的块结构, 提高了编码速度。②另外, SPECK 算法还有其它一些特点, 如需要小的动态存储, 有强的容错性。因为块间是独立编码的, 在传输发生误码时, 只有误码所在的块受到影响。而在 EZW 和 SPIHT 中误码将影响到整个树结构, 对图像的破坏较大。因此为提高压缩速度, 本文将 SPECK 编码扩展到三维上, 对多光谱图像进行压缩编码。

2.3 改进的三维 SPECK 算法

超光谱图像经 3 维小波变换后, 重要性小波系数大部分集中到最低频子带的 3 维系数块中, 而不重要系数分散到各个高频子带的 3 维系数块中。在用 SPECK 算法对系数进行编码时, 程序处理的系数块是 3 维的。相应地, 算法也将扩展到 3 维, 构造出一种 3 维 SPECK 算法, 对这些系数块进行分割排序。在 3 维 SPECK 算法中, 系数块分成两种类型: T 类型和 I 类型块。初始时, 将所有小波系数分割为一个 3 维的 T 块和一个 3 维的 I 块。T 块包含最低频子带的系数, I 块则包含除去 T 块系数以后剩余的系数。

为使 SPECK 适用于三维图像的压缩, 必须对其做出改进, 这需要对初始化步骤和处理集合 I 作改动, 初始将每一个平面的系数集合划分成 T_i 和 I_i ($i = 1, \dots, m$), m 表示频带的个数。将 T_i ($i = 1, \dots, m$) 置入 LIS。在算法执行到处理集合 I 时, 依次处理各频段的 I_i ($i = 1, \dots, m$)。当 I_i 是重要的, 则将其分成三个同样大小的集合 T 及新的 I_i (见图 6)。对重要的 T 块, 将其分割为大小相等(或近似相等)的子块, 对每一个子块, 测试其重要性, 对重要的子块进行再次分割, 直至定位到重要性系数, 将重要性系数放入 LSP 中, 对不重要的 T 块, 放入 LIS 中, 在下一阈值重新处理。在分割过程中, 如果 T 块的第 3 维即光谱维的大小为 1 时, 则 T 块只在空间进行分割, 分割为大小相等的子块。对重要的 I 块, 将其分割为 T 块和一个较小的 I 块, 每个 T 块包含相应尺度下一个子带的系数, 对分割后得到的 T 块和 I 块分别做相应的分割处理, 对不重要的 I 块, 将其保留, 不做分割, 在下一阈值重新处理。

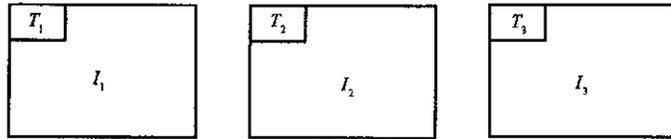


图 6 初始划分

Fig.6 Initial partition

3 实验结果与分析

实验中对 512×512 的 8 位 TM 单波段和多波段图像进行编解码实验, 并给出了 TM 图像 147 波段合成图像的重构图(如图 7), 经实验分析后, 选用 Daubechies97 双正交小波基(式(1)), 该基的光滑性好且具有较高的消失矩, 选择较高的消失矩是为保证小波分解后能量更加集中到低频, 使信息损失尽可能地小, 分解 5 层。对于图像边界处采用周期延拓。变换的顺序是先做空间域的整数小波变换, 再对谱域作 DCT 变换, 对变换后的数据进行三维 SPECK 编码, 不再经过算术编码或其它熵编码。实验对 TM 图像在 3 维 SPIHT 和 3 维 SPECK 方法下的编解码时间、峰值信噪比(PSNR)进行了比较, 并对图像的小波变换、编码、压缩时间进行了数据比较, 时间单位是 s, 峰值信噪比的单位是 dB(见表 4、5)。

$$\begin{cases} \text{压缩时间} = \text{小波变换时间} + \text{编码时间} \\ \text{解压缩时间} = \text{逆小波变换时间} + \text{解码时间} \end{cases}$$

4 结论

本文深入研究了整数小波变换与 SPECK 编码在多光谱遥感图像压缩中的应用, 利用提升整数小波变换有效地去除空间冗余, 取代了传统的小波变换, 实现整数到整数的变换, 并且能在当前位置完成小波变换, 减小了内存的分配, 提高了算法的速度, 避免了丢失图像信息。实验比较了改进的 SPECK 与三

维 SPIHT 算法的性能,可以看出,SPECK 方法在编码时间、压缩时间、解码时间、解压缩时间都快于 SPIHT,其编码效果稍差于 SPIHT,但随着码率的降低,两者的差距也将减小。该方法不仅硬件实现简单,而且对内存要求低,编解码速度快,实验结果表明这是一种有效的多光谱图像压缩方法。

表 2 高频子带小波系数的统计

Tab.2 Statistical of coefficients of high frequency bands

Landsat - TM Band 3

子带	Max	Min	Average	Var
LL5	1647	350	1083.4	4.8365
HL5	451	-401	16.672	2.2502
LH5	337	-490	-5.8672	1.7508
HH5	444	-461	-4.9102	1.6728
HL4	569	-440	0.21387	1.0008
LH4	390	-342	1.668	0.82066
HH4	481	-329	6.7969	0.63983
HL3	341	-320	2.9116	0.3594
LH3	312	-319	0.94897	0.34533
HH3	270	-277	2.22	0.25532
HL2	213	-261	3.1604	0.13124
LH2	271	-261	0.70013	0.13619
HH2	211	-234	1.9673	0.099071
HL1	154	-201	2.8676	0.032086
LH1	167	-191	0.86664	0.041476
HH1	92	-108	1.4407	0.01717

Landsat - TM Band 6

子带	Max	Min	Average	Var
LL5	1851	377	1259.6	10.965
HL5	583	-568	10.852	2.9603
LH5	557	-526	4.5117	2.7871
HH5	396	-638	4.6367	2.4176
HL4	395	-488	-3.291	1.067
LH4	427	-478	-0.32324	0.94921
HH4	334	-372	4.3008	0.5563
HL3	206	-297	2.679	0.18478
LH3	269	-215	1.6816	0.20575
HH3	150	-126	1.5222	0.063795
HL2	117	-144	2.6439	0.012842

(续表 2)

子带	Max	Min	Average	Var
LH2	99	- 133	0.58887	0.015099
HH2	36	- 29	1.3925	0.0020779
HL1	71	- 128	2.3721	0.002601
LH1	71	- 93	0.71783	0.0020215
HH1	18	- 14	1.2049	0.001204

表 3 子带小波系数的能量统计(Landsat - TM 图像和 Lena512 图像、boston 图像能量分布比较)

Tab.3 Energy statistic of coefficients of wavelet band(Contrastion of energy distribution of Landsat - TM ,Lena512 and boston image)

子带	Band 1	Band 2	Band 3	Band 4	Band 5	Band 6	Band 7
LL5	53.512	56.123	61.047	60.485	71.219	85.227	68.416
HL5	1.1251	1.1002	1.1336	1.0795	0.92028	1.4879	1.0748
LH5	0.94538	0.83692	0.87291	0.99336	0.77725	1.3963	0.92784
HH5	0.78224	0.77285	0.83357	0.81584	0.75167	1.2114	0.88535
HL4	1.9056	1.9416	1.9979	2.1314	1.6415	2.1451	1.8871
LH4	1.6855	1.655	1.6388	1.8655	1.4252	1.9064	1.585
HH4	1.2982	1.3153	1.2865	1.4487	1.0206	1.121	1.1762
HL3	2.9469	3.0188	2.8787	3.164	2.4706	1.4913	2.674
LH3	2.8504	2.8494	2.7602	2.9494	2.2377	1.6564	2.4117
HH3	2.2502	2.2313	2.0441	2.253	1.6067	0.51475	1.7478
HL2	4.6042	4.6561	4.2275	4.5314	3.2415	0.43555	3.5028
LH2	4.9319	4.8806	4.3556	4.4459	3.2446	0.48677	3.4801
HH2	3.9851	3.7656	3.1796	3.0582	2.1719	0.073071	2.3386
HL1	5.8607	5.1373	4.2084	4.0824	2.8548	0.40705	3.1358
LH1	7.2169	6.5845	5.3136	4.606	3.1302	0.26673	3.3001
HH1	4.0995	3.1316	2.2223	2.091	1.2863	0.17358	1.4567

表 4 TM1、4、7 波段图像在 97 + SPIHT 97 + SPECK 下压缩和解压缩时间比较

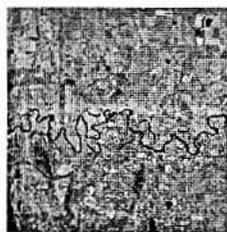
Tab.4 Compare time of compression and decompression with TM band 1 ,band 4 ,band 7 image under 97 + SPIHT 97 + SPECK

码率 (bpp)	编码方法	TM1 波段			TM4 波段			TM7 波段		
		编码	解码	PSNR	编码	解码	PSNR	编码	解码	PSNR
0.08	SPIHT	0.0630	0.0310	18.325	0.0620	0.0310	20.1018	0.0630	0.0310	18.7800
	SPECK	0.0620	0.0150	17.5740	0.0620	0.0150	19.6852	0.0470	0.0150	18.0515
0.15	SPIHT	0.0940	0.0620	19.4045	0.0940	0.0470	21.2860	0.0930	0.0630	20.1093
	SPECK	0.0620	0.0470	19.4177	0.0620	0.0310	21.4044	0.0620	0.0310	20.0904
0.5	SPIHT	0.1870	0.1410	22.6352	0.2030	0.1560	22.9210	0.2190	0.1570	23.7793
	SPECK	0.1560	0.1090	21.3684	0.1400	0.1100	21.5938	0.1570	0.1090	23.2584

表5 TM147波段合成图像在97+DCT+SPECK下压缩和解压缩时间比较

Tab.5 Compare time of compression and decompression with TM band1 ,band4 ,band7 image under 97 + DCT + SPECK

码率 时间	编码方法	变换时间	编码时间	压缩时间	逆变换时间	解码时间	解压缩时间	PSNR
0.08	SPIHT	0.3910	0.2340	0.6250	0.3750	0.0780	0.4530	18.9612
	SPECK	0.3900	0.1720	0.5620	0.3750	0.0460	0.4210	18.3056
0.15	SPIHT	0.4060	0.3280	0.7340	0.3750	0.1560	0.5310	19.9132
	SPECK	0.4060	0.2190	0.6250	0.3750	0.1090	0.4840	19.5402
0.5	SPIHT	0.4060	0.6570	1.0630	0.3750	0.4370	0.8120	22.6981
	SPECK	0.4060	0.4840	0.8900	0.3750	0.3130	0.6880	21.9314



原图



重构图 峰值信噪比 = 21.9314 ,比特率 = 0.5

图7 TM147合成图像原图和重构图(分解5层)

Fig.7 Primal image and reconstruction image of synthesis TM image with band 1 and band 4 and band 7 (decompose 5 level)

参考文献:

- [1] Dragotti P L, Poggi G, Ragozini R P. Compression of Multispectral Images by Three-dimensional SPIHT Algorithm[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(1): 416 - 428.
- [2] Sweldens W. The Lifting Scheme: A Construction of Second Generation Wavelet[J]. SIAM Journal of Mathematical Analysis, 1998, 29(2): 511 - 546.
- [3] Daubechies I, Sweldens W. Factoring Wavelet Transform into Lifting Steps[R]. Technical Report, Bell Laboratories, Lucent Technologies, 1996.
- [4] Islam A, Pearlman W A. An Embedded and Efficient Low-complexity Hierarchical Image Coder[A]. Proc. of SPIE, Visual Communications and Image Processing '99, San Jose, CA, 1999, 3653: 294 - 305.
- [5] Said A, Pearlman W A. A New Fast, and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees[J]. IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol., June 1996, 6: 243 - 250.
- [6] 郭武, 梅丽, 罗建书. 一种基于 SPIHT 的 ROI 图像编码[J]. 中国空间科学技术, 2003, 23(1): 61 - 66.
- [7] Reichel J, Menegaz G, Nadenau M J, et al. Integer Wavelet Transform for Embedded Lossy to Lossless Image Compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(3): 383 - 392.

