

## DDS 输出信号频谱结构的系统分析\*

刘朝军,许人灿,陈曾平

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** :首先介绍了直接数字合成(DDS)技术的基本原理和理想情况下 DDS 的输出信号频谱结构,然后分析了工程实际中 DDS 的误差信号来源,从信号与系统理论的角度解释了相位截断和幅度量化引起的 DDS 输出信号频谱的杂散,并在最后对 D/A 的非理想特性和参考时钟相位噪声的影响作了简要的说明。

**关键词** :DDS;背景杂散;相位截断

**中图分类号** :TN95      **文献标识码** :A

## The Systematic Analysis of the Spectrum Structure of DDS Signal

LIU Chao-jun, XU Ren-can, CHEN Zeng-ping

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :The fundamental theory of direct digital synthesize(DDS) and the spectrum of the output signal under the ideal conditions are introduced firstly. Then the error signal in engineering is analyzed. The output signal background spurious brought about by phase truncation and digital amplitude are explained from the angle of the theory of signal and system, and in the end the effects of D/A's none ideal characteristics and the clock's phase noise are expounded.

**Key words** :DDS; background spurious; phase truncation

DDS(direct digital synthesize)是一种新兴的频率合成技术。1971年, Tinery 等人撰写的“ A Digital Frequency Synthesizer ”一文第一次提出了 DDS 的概念<sup>[1]</sup>。与传统的直接或间接频率合成技术相比, DDS 频率分辨率高, 输出相对带宽宽, 频率捷变速度快, 频率捷变时相位连续, 频率的合成全部在数字域完成, 便于进行相位、幅度和频率的数字调制, 极大地适应了数字化信号处理时代的要求。

但是, DDS 技术也有自身固有的弊病, 它输出的信号中含有大量的谐波和杂散<sup>[2,3]</sup>, 这曾一度限制了 DDS 技术的推广与应用。本文结合前人的工作基础<sup>[4~6]</sup>, 对理想 DDS 的输出信号频谱结构和相位截断引起的输出信号频谱杂散进行了建模和分析, 对造成 DDS 输出信号杂散的多种因素, 如相位截断效应、幅度量化效应、D/A 非理想特性<sup>[7]</sup>、参考时钟相位噪声等进行了综合分析。本文所做工作对改善 DDS 输出信号的频谱质量、进行 DDS 性能分析有理论意义和工程应用价值。

## 1 DDS 数学模型

对于正弦波信号, 信号频率由相位变化速率唯一确定:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (1)$$

DDS 正是利用这一原理进行频率综合的。将  $2\pi$  弧度作  $N$  位量化, 相位增量  $d\Phi(t)$  对应的量化后的值定义为频率控制字  $K$ , 参考时钟  $F_c = 1/dt$ , 故有:

$$f(t) = \frac{K}{2^N} F_c \quad (2)$$

在时钟控制下, 每个周期对相位控制字累加, 对所得到的相位编码作正弦函数转换, 便可以得到该

\* 收稿日期: 2005-08-15  
基金项目: 国家 863 基金资助项目(2002AA731130)  
作者简介: 刘朝军(1977-), 男, 博士生。

相位对应的幅度输出。可以用以下公式表示 DDS 的输出序列：

$$S(n) = \cos\left(2\pi \sum_0^n \frac{nK}{2^N}\right) \tag{3}$$

在工程中,DDS 包含相位累加器、波形存储器、数模转换器、低通滤波器、参考时钟源等五个部分。要想得到理想的单一频率波形,DDS 各部分的性能必须是理想的,即：

- (1) 相位累加器的位数  $N$  趋于无穷大,并且所有输出位用于寻址波形存储器。
- (2) 波形存储器地址线位数为  $N$ ,趋于无穷大;并且每个单元波形采样数据位数  $D$  趋于无穷大。
- (3) 数模转换器输入数据位数  $D$  趋于无穷大,并且有理想的数模转换特性。
- (4) 低通滤波器具有理想的低通特性。
- (5) 参考时钟频率稳定,无相位抖动,且频率趋于无穷大。

在实际中,理想 DDS 是不可能实现的。各器件的非理想特性会给 DDS 输出信号带来杂散。图 1 为实际中 DDS 的误差信号模型。

### 2 理想情况下 DDS 输出频率分析

设相位累加器位数为  $N$ ,且全部用于寻址 ROM,ROM 地址线  $N$  位,数据线  $D$  位;D/A 输入数据线  $D$  位,D/A 转换特性可以用门函数  $h(t) = U(t) - U(t - T_c)$  表示,其频谱为：

$$H(\omega) = Sa\left(\frac{\omega T_c}{2}\right) \exp\left(\frac{j\omega T_c}{2}\right) \tag{4}$$

正弦函数查找表(ROM)的系统转换函数可以用公式(3)表示。由数字信号处理理论可知, $S(n)$  可以看作是对标准正弦信号的理想采样：

$$S(t) = \sum_n \cos(2\pi f_0 t) \delta(t - nT_c), \quad f_0 = \frac{K}{2^N} F_c \tag{5}$$

$\cos(2\pi f_0 t)$  的频谱为  $\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)$ , $S(t)$  的频谱是  $\cos(2\pi f_0 t)$  的频谱的周期延拓：

$$S(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\delta(\omega - n\omega_c - \omega_0) + \delta(\omega - n\omega_c + \omega_0)] \tag{6}$$

经过 D/A 后,DDS 输出的模拟信号表示为: $S_d(t) = S(t)h(t)$ ,信号频谱为  $S_d(\omega) = H(\omega)S(\omega)$ ,可表示为：

$$S_d(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa\left[\frac{(nF_c - f_0)\pi}{F_c}\right] \exp\left[\frac{j\pi(nF_c - f_0)}{F_c}\right] \delta(\omega - n\omega_c + \omega_0) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa\left[\frac{(nF_c + f_0)\pi}{F_c}\right] \exp\left[\frac{j\pi(nF_c + f_0)}{F_c}\right] \delta(\omega - n\omega_c - \omega_0) \tag{7}$$

由上式可知,理想 DDS 的输出信号频谱以 SINC 函数为包络,输出信号包含以下频率分量: $f = nF_c \pm f_0$ ,如图 2 所示。

$n = 0$  时,取得频率控制字  $K$  对应的理想输出频率  $f_0$ 。杂散分量  $F_c - f_0$  对输出信号质量影响最为严重。当  $f_0$  趋近于  $F_c/2$  时, $F_c - f_0$  也趋向于  $F_c/2$ ,两者很难区分,信号质量无法保证。为了使低通滤波器有效地滤除杂散, $f_0$  一般小于  $2F_c/5$ 。

### 3 相位截断对输出信号频谱的影响

在实际应用中,为了提高频率分辨率,相位累加器的位数  $N$  尽量做得大,这就要求 ROM 的容

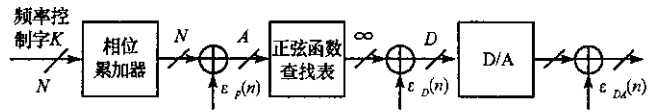


图 1 DDS 误差信号模型  
Fig.1 Error signal model of DDS

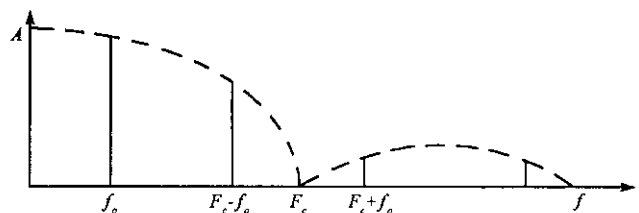


图 2 理想 DDS 输出频谱结构  
Fig.2 The spectrum of ideal DDS

量很大。当  $N = 32$  时,就需要 ROM 的容量达 4GB,这在实现上是很困难的。一般都是用相位序列的高  $A$  位寻址 ROM,舍去相位序列的低  $B (= N - A)$  位。这就引入了相位截断误差。以下的分析设  $K$  和  $2^B$  互质。当它们有公约数时,可以先化简,然后可归于以下模型或理想信号模型:

$$\epsilon_p(n) = nK \bmod 2^B \quad (8)$$

$\epsilon_p(n)$  是周期为  $\lambda = \frac{2^B}{(k \bmod 2^B)}$  的阶梯波,其中,  $k = K \bmod 2^B$ 。 $\epsilon_p(n)$  可以看作是对周期为  $\lambda T_c$  的锯齿波  $e(t)$  的采样,即  $\epsilon_p(t) = \sum_n e(t) \delta(t - nT_c)$ ,如图 3 所示。虚线表示锯齿波  $e(t)$ ,实线表示相位截断误差信号  $\epsilon_p(t)$ 。

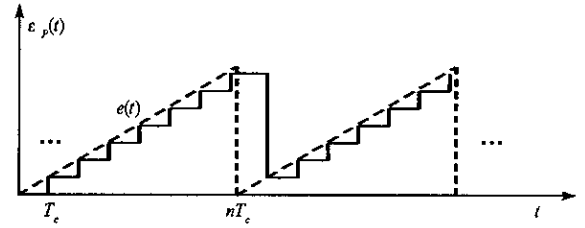


图 3  $\epsilon_p(n)$  与  $e(t)$  关系

Fig.3 The relation  $\epsilon_p(n)$  of and  $e(t)$

锯齿波  $e(t)$  的频谱为:

$$E(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} j \frac{2^B}{n} [\delta(\omega - n\omega_x) - \delta(\omega + n\omega_x)] + 2^B \pi \delta(\omega) \quad (9)$$

其中,  $\omega_x = \frac{R}{2^B} \omega_c$ ,  $R = K \bmod 2^B$  为阶梯波的梯度。经过 ROM 相位—幅度转换后输出的信号波形序列为:

$$S(n) = \cos[2\pi \frac{nK}{2^N} - \frac{2\pi}{2^N} \epsilon_p(n)] = \cos(2\pi \frac{nK}{2^N}) \cos[\frac{2\pi}{2^N} \epsilon_p(n)] + \sin(2\pi \frac{nK}{2^N}) \sin[\frac{2\pi}{2^N} \epsilon_p(n)] \quad (10)$$

因为  $\epsilon_p(n) \ll 2^N$ , 所以有:

$$S(n) \approx \cos(2\pi \frac{nK}{2^N}) + \sin(2\pi \frac{nK}{2^N}) \frac{2\pi \epsilon_p(n)}{2^N} \quad (11)$$

由相位舍位引起的输出误差信号为:

$$\Delta S(n) = \frac{2\pi}{2^N} \epsilon_p(n) \sin[2\pi \frac{nK}{2^N}] \quad (12)$$

把  $\Delta S(n)$  看作对连续信号的采样:

$$\Delta S(t) = \sum_n \frac{2\pi}{2^N} e(t) \sin(2\pi f_0 t) \delta(t - nT_c) \quad (13)$$

$\sin(2\pi f_0 t)$  的频谱为  $\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)$ ,  $e(t)$  的频谱  $E(\omega)$  为(9)式,所以  $e(t) \sin(2\pi f_0 t)$  的频谱为二者的频域卷积:

$$\varphi(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} j \frac{2^B}{n} [\delta(\omega - \omega_0 - n\omega_x) - \delta(\omega - \omega_0 + n\omega_x)] - \sum_{n=1}^{\infty} j \frac{2^B}{n} [\delta(\omega + \omega_0 - n\omega_x) - \delta(\omega + \omega_0 + n\omega_x)] + 2^B \pi [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] \quad (14)$$

误差信号  $\Delta S(t)$  的频谱为  $\varphi(\omega)$  的周期延拓:

$$\Delta S(\omega) = \sum_m \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} j \frac{2^B}{n} [\delta(\omega - m\omega_c - \omega_0 - n\omega_x) - \delta(\omega - m\omega_c - \omega_0 + n\omega_x)] - \sum_{n=1}^{\infty} j \frac{2^B}{n} [\delta(\omega - m\omega_c + \omega_0 - n\omega_x) - \delta(\omega - m\omega_c + \omega_0 + n\omega_x)] + 2^B \pi [\delta(\omega - m\omega_c - \omega_0) - \delta(\omega - m\omega_c + \omega_0)] \right\} \quad (15)$$

误差信号经过 D/A 后的模拟信号表达式为  $\Delta S_0(t) = \Delta S(t)h(t)$ , 所以最终输出的误差信号频谱为  $\Delta S_0(\omega) = \Delta S(\omega)H(\omega)$ ,  $H(\omega)$  对信号频谱的影响是一个 SINC 函数的幅度调制,对谱线的位置分布没有影响,从信号的频谱结构角度可以把它带来的影响忽略。由式(15)可以得出,相位截断效应带来的频谱杂散位于:

$$f = mF_c \pm f_0 \pm nf_x, \quad f_x = \omega_x/2\pi \quad (16)$$

可见,有相位截断的 DDS 输出信号频谱杂散分量十分丰富,并且有大量的频率值落在  $[0, f_0]$  之间,从理论上也无法将其完全滤掉。由  $\omega_x$  的表达式还可以发现,它和频率控制字  $K$  有关,不同的输出频率

其频谱结构也会不同,这就为提高信号质量增加了困难。

#### 4 幅度量化误差对输出信号频谱的影响

ROM 数据位宽的有限使得 DDS 输出的信号为阶梯波。这将对输出信号引入幅度量化误差  $\varepsilon_D(n)$ 。设 ROM 数据位宽为  $D$ ,不考虑相位截断效应,幅度量化误差表示为:

$$\varepsilon_D(n) = \cos\left(2\pi \frac{nK}{2^N}\right) - \frac{1}{2^D} \text{in}\left[2^D \cdot \cos\left(2\pi \frac{nK}{2^N}\right)\right] \quad (17)$$

由取整函数  $\text{in}(\cdot)$  的性质可知,误差函数  $\varepsilon_D(n)$  是一个位于区间  $\left[\frac{-1}{2 \cdot 2^D}, \frac{1}{2 \cdot 2^D}\right]$  上的随机序列,概率密度服从均匀分布,幅度量化对信号频谱的影响可以归于白噪声。但是当  $K$  和  $2^N$  成整数比例关系时,由噪声信号表达式可知,多个周期的噪声具有重复性,因此噪声分布也具有一定的周期性。

#### 5 D/A 非理想特性及参考时钟相位噪声对输出信号频谱的影响

D/A 的非理想特性主要包括动态非线性、静态非线性、有限分辨率及内部闪烁噪声等。D/A 的非理想特性难于建模,不同的器件性能各异,只能根据具体的器件参数分别考虑。而且 D/A 对输出信号频谱的影响跟相位截断效应和幅度量化误差比起来是很小的。只有在对信号频谱质量要求非常高的应用中才根据具体情况对这个问题进行深入的研究。这也是为什么在 DDS 技术发展的二十多年间,对这个问题的研究不是很多。随着电子制作工艺的迅猛发展,D/A 期间的非理想特性逐渐得到改善,一般可以通过选用高性能的 D/A 器件来满足应用的要求。

参考时钟的相位噪声会传递到输出信号中去。DDS 实际上可以看作一个分频器。从理论上来说,输出信号的相位噪声会对参考时钟的相位噪声有  $20\log(F_c/f_0)$  dB 的改善。在对 DDS 信号频谱作理论分析时,这些都不是主要的研究对象,但是在实际应用中,尤其是在对信号质量有苛刻要求的场合,这些因素的影响必须引起重视。

#### 6 结束语

本文从信号与系统理论及数字信号处理的研究方法着手,推导了 DDS 频率综合方法的原理,并从实际工程实现的角度,深入研究了各种因素对 DDS 输出信号频谱分布的影响。本文重在研究 DDS 输出信号的频谱结构,对各频率分量的能量分布即信杂比没有考虑,因此在公式推导上,有些系数已经略去。随着半导体制作工艺的日新月异,高性能的 DDS 器件不断出现,在雷达、通信、任意波形发生器及智能仪器仪表等领域得到了广泛的应用。因此,深入研究提高 DDS 信号质量的方法,对拓宽 DDS 应用领域、更好地发挥 DDS 技术优势有重要理论和现实意义。

#### 参考文献:

- [1] Tinery J. A Digital Frequency Synthesizer[J]. IEEE Trans. 1971, AE-19(1):48-57.
- [2] Nicholas H, Samuel H. Noise Spectra of Digital Sine-generators Using the Table Look up Method[A]. IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Processing[C], 1983.
- [3] Nicholas H, Samuel H. An Analysis of the Output Spectrum of Digital Frequency Synthesizers in the Presence of Phase Accumulator Truncation[A]. Proc. 41<sup>st</sup> Annual Freq. Control Symp.[C], 1987.
- [4] 费元春,等.宽带雷达信号产生技术[M].北京:国防工业出版社,2002.
- [5] 张玉兴,彭清泉. DDS 的背景杂散信号分析[J]. 电子科技大学学报, 1997, 26(4):362-365.
- [6] 张玉兴,彭清泉. 相位舍位对 DDS 谱分布的影响[J]. 电子科技大学学报, 1997, 26(2):137-142.
- [7] 邱兆坤,等.一种新的高分辨率 ADC 有效位数测试方法[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(4):1-5.



