

文章编号 :1001 - 2486(2005)06 - 0088 - 05

## 有耗媒质中目标体散射特性的 TSNU - PSTD 模拟\*

姜永金,刘立业,杨 虎,毛钧杰

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** 结合 PML 边界条件的傅立叶时域伪谱(PSTD)算法已被广泛用于模拟电磁波传播和目标散射,但传统的 PSTD 方法在每个坐标方向上需要均匀分布的空间坐标网格点,因而不能够很好地模拟曲面目标和与网格空间尺寸不一致的目标,基于变空间非均匀网格的 PSTD(TSNU - PSTD)方法可以很好地克服这些不足。将 CFS - PML 边界条件应用在 PSTD 算法中,并将其与 TSNU - PSTD 方法相结合模拟了大范围有耗媒质中介质体目标的电磁散射,部分计算结果与 FDTD 计算结果进行了比较。仿真结果表明,TSNU - PSTD 算法只需平均每波长分成 3 个网格就可以得到令人满意的计算结果,可高效地分析大范围有耗媒质中曲面形状目标体的散射特性。

**关键词** 探地雷达;变空间非均匀网格时域伪谱法(TSNU - PSTD);复频率参数 PMI(CFS - PML)

**中图分类号** :TN820.1      **文献标识码** :A

## Simulations of Scattering by the Objects Buried in Lossy Media Using TSNU - PSTD Algorithm

JIANG Yong-jin, LIU Li-ye, YANG Hu, MAO Jun-jie

(College of Electronics Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** A technique based on the combination of Fourier pseudospectral time-domain method (PSTD) and PML absorbing boundary conditions is widely used to simulate the scattering and propagation problems. However, one of the known disadvantages of this method is that it requires a uniformly distributed spatial grid-set along each orthogonal direction. But its accuracy is lower when applied to the objects involving the curved boundary or their dimensions are not commensurate with the cell size. The PSTD method involving space transformations (TSNU - PSTD) alleviates this limitation. The CFS - PML is implemented in the PSTD and the TSNU - PSTD algorithm combined with the CFS - PML has been applied to model ground-penetrating radar (GPR) application involving objects in a large-scale lossy half space, and the results are compared with the FDTD. Numerical simulations show that it can achieve a satisfactory result with a grid density of only 3.0 nodes per minimum wavelength, and can simulate the scattering of curved objects in large-scale lossy media efficaciously.

**Key words** :ground-penetrating radar(GPR); transformed-space non-uniform pseudospectral time-domain (TSNU - PSTD); complex frequency shifted PMI(CFS - PML)

探地雷达(GPR)是当今各种地下浅层目标非破坏性探测技术中最具有应用前景和发展前途的方法之一,常用来检测地下浅层目标,如管道、电缆、地雷以及路面隐患等。在地下浅层目标的探测和识别方面,除了进行探测设备的研制和改进外,理论上的模拟计算也是这一领域的重要内容之一。L. Carin 等人采用频域方法(矩量法、快速多极子等)研究了无限大有耗媒质空间和分层有耗媒质中导体旋转体和介质旋转体的电磁散射特性<sup>[1,2]</sup>。G. S. Smith 等人采用时域有限差分法(FDTD)研究了天线位于地表面时地下目标的电磁散射<sup>[3,4]</sup>。由于探地雷达一般使用宽带脉冲,因而频域方法具有较低的计算效率,而 FDTD 虽然可以直接模拟目标的时域散射,但大尺寸目标的模拟很难在个人微机上实现。

傅立叶时域伪谱(PSTD)方法于 1997 年由 Q. H. Liu 提出,该方法成功地模拟了地下目标电磁和声波散射特性<sup>[4]</sup>,并运用于各向异性的损耗介质之中<sup>[5]</sup>,是一种较新的数值方法。该方法最大的特点是在麦

\* 收稿日期 2005 - 09 - 02

作者简介:姜永金(1977—),男,博士生。

克斯韦方程中利用傅立叶变换及反变换来完成空间微分,这不同于 FDTD 方法的中心差分。由于 FFT 理论上精度可以无限高,在每一个最小波长上只需要剖分成两个网格,从而对计算机的内存和计算量的需求大为降低,具备了对电大尺寸物体进行计算的特点,因而受到越来越多人的青睐。然而传统 PSTD 算法的一个主要限制是标准的 FFT 与 FCT 算法要求采样点是均匀的。事实上,实际中不均匀采样是普遍需要的,如果我们采用均匀采样的 PSTD 算法,那么 PSTD 算法一个波长只需要两个网格的优点就消失了,相比之下,不均匀采样 PSTD 算法就显得更为有效。对于非均匀采样的 PSTD 算法,有两种实现方法,一种是基于非均匀快速傅立叶变换对来实现的非均匀网格 PSTD(NU - PSTD)方法<sup>[6]</sup>;另一种是基于变空间方法实现的变空间非均匀网格 PSTD(TSNU - PSTD)方法<sup>[7]</sup>。两种方法相比,前者实质上是通过在均匀采样点间插值实现的,由于计算域中的场量在某些地方变化剧烈,因此在这些区域中就不能通过插值准确描述场量的分布,反而可能使结果变得不稳定,降低准确度,而后者可以根据计算需要采用不均匀网格点,这样就可以照顾一些场量变化剧烈的区域,使得计算稳定、准确。

由于傅立叶变换只适用于空间周期问题,必须利用 PML 边界条件衰减来自其它周期的波,这样才能使两个周期的边缘值不会叠加,消除了周期性串扰。由于 CFS - PML 与传统 PML 边界条件相比不仅便于实现,而且可以明显节省内存存储量<sup>[8]</sup>,因此将 CFS - PML 边界条件在 PSTD 算法中实现并将其与 TSNU - PSTD 方法相结合模拟了大范围有耗媒质中介质体目标的电磁散射,与 FDTD 计算结果比较,表明了该方法的准确性。计算结果表明,该方法只需要每波长分成 3 个网格就可以达到较好的精度,可以高效地模拟电大尺寸空间曲面形状目标体的散射特性。

## 1 TSNU - PSTD 算法

麦克斯韦方程的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{H} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \sigma_m \mathbf{H} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma_m$  分别为电场强度、磁场强度、介质介电系数、磁导系数、电导率和导磁率。

对方程中的空间和时间微商进行中心差分,就是目前求解电磁问题时广泛采用的时域有限差分法。与 FDTD 相比, PSTD 方法仅对方程中的时间微商作中心差分,而对空间微商则采用 FFT 算法代替中心差分<sup>[4]</sup>,即

$$\left. \frac{\partial F(\eta, t)}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_i} = \frac{1}{L} \sum_{m=-N_\eta/2}^{N_\eta/2-1} j k_m \tilde{F}(m) e^{j k_m \eta_i} \quad (3)$$

$$\tilde{F}(m) = \Delta \eta \sum_{i=0}^{N_\eta-1} F(\eta_i) e^{-j k_m \eta_i} \quad (4)$$

式中,  $\eta = x, y, z$ ,  $F$  代表电场或磁场分量。把长度为  $L$  的求解空间分割成  $N_\eta$  等份,  $N_\eta = p \Delta \eta$  ( $p = 0, 1, 2, \dots, N_\eta - 1$ ) 及  $\Delta \eta = L/N_\eta$ ,  $k_m = 2\pi m/L$ 。式(3)和(4)可通过 FFT 求得,即  $\frac{\partial F}{\partial \eta} = f^{-1}[j k_\eta \cdot f[F]]$ , 其中  $f, f^{-1}$  分别是 FFT 和 IFFT,  $j k_\eta$  是空间微分变换到谱域时的系数。如果空间网格分布是不均匀的,则式(3)和(4)不能直接采用 Fourier 变换对,为了能够采用 FFT 变换对,我们采用变空间方法<sup>[7]</sup>,对于  $N_\eta$  个非均匀网格,计算空间被离散为  $N_\eta - 1$  个非均匀网格,坐标分别为  $\{\eta_k \mid k = 0, 1, \dots, N_\eta\}$  场量  $F$  在  $\eta_k$  处的导数能写为

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_i} = \left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_i} \cdot \left. \frac{\partial F}{\partial u} \right|_{u=u_i} = \left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_i} \cdot f^{-1}[j k_\eta \cdot f[F]] \Big|_{u=u_i} \quad (5)$$

式中,  $u$  为非均匀网格空间变换到均匀网格后的空间变量。 $\frac{\partial u}{\partial \eta}$  能够通过二阶多项式被给出<sup>[4]</sup>。

## 2 CFS - PML 在 PSTD 算法中的实现

CFS - PML 中的麦克斯韦方程可以用扩展坐标空间的形式被给出<sup>[9]</sup>,如电场  $E_x$  分量在扩展坐标中的形式为

$$j\omega\epsilon_0 E_x + \sigma E_x = \frac{1}{s_y} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{1}{s_z} \frac{\partial}{\partial z} H_y \quad (6)$$

式中  $s_i = k_i + \frac{\sigma_i}{\alpha_i + j\omega\epsilon_0}$  ( $i = x, y, z$ ), 此处  $\sigma_i, \alpha_i$  是正实数,  $k_i \geq 1$ 。将其转到时域并采用 PSTD 算法, 得公式(7), 公式中卷积项可采用迭代卷积的方法高效处理<sup>[9]</sup>。

$$\epsilon_r \epsilon_0 \frac{E_x^{n+1} - E_x^n}{\Delta t} + \sigma \frac{E_x^{n+1} + E_x^n}{2} = \frac{1}{k_y} f^{-1} [2\pi j r f (H_z^{n+\frac{1}{2}})] - \frac{1}{k_z} f^{-1} [2\pi j r f (H_y^{n+\frac{1}{2}})] + \psi_{E_{xy}}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{E_{xz}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\psi_{E_{xy}}^{n+\frac{1}{2}} = b_y \psi_{E_{xy}}^{n-\frac{1}{2}} + a_y f^{-1} [2\pi j r f (H_z^{n+\frac{1}{2}})] \quad (8)$$

$$\psi_{E_{xz}}^{n+\frac{1}{2}} = b_z \psi_{E_{xz}}^{n-\frac{1}{2}} + a_z f^{-1} [2\pi j r f (H_y^{n+\frac{1}{2}})] \quad (9)$$

$$a_i = \frac{\sigma_i}{(\sigma_i k_i + k_i^2 \alpha_i)} (b_i - 1) \quad (10)$$

$$b_i = e^{-\left(\frac{\sigma_i}{k_i} + \alpha_i\right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0}} \quad (11)$$

式中  $f$  与  $f^{-1}$  表示 Fourier 正变换和 Fourier 逆变换,  $r_i$  ( $i = x, y, z$ ) 是 Fourier 变换中的一个系数。

## 3 数值仿真

损耗媒质中目标的 GPR 探测如图 1 所示, 水平分界面上半空间为空气区域 ( $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1, \sigma = 0\text{s/m}$ ), 下半空间为土壤区域 ( $\epsilon_r = 4, \mu_r = 1, \sigma = 0.002\text{s/m}$ )。地下目标分别为目标体 A ( $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1, \sigma = 0\text{s/m}$ )、目标体 B ( $\epsilon_r = 2, \mu_r = 1, \sigma = 0.002\text{s/m}$ )、目标体 C ( $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1, \sigma = 0.002\text{s/m}$ )。目标 A 和 C 的尺寸分别为  $0.24\text{m} \times 0.12\text{m}$  和  $0.24\text{m} \times 0.24\text{m}$ , 目标 B 的半径为  $0.13\text{m}$ , 目标体所处位置如图 1 所示。整个计算空间  $\Delta = 0.12\text{m}$ , 为了在 PSTD 算法中更好地描述目标体 B, 将目标体 B 所在局部区域采用细化的网格 ( $\Delta = 0.03\text{m}$ ), 为了不使空间网格的分布不均匀造成数值误差, 在两种尺度的网格分辨率之间采用了两个网格的渐变网格分布  $\Delta_1 = 0.08\text{m}, \Delta_2 = 0.05\text{m}$ 。这样, 相邻网格尺寸之比最大约为 1.5, 整个计算空间每个方向分成 64 个网格, 每波长约为 3 个网格, 靠近计算域边界的最外层 8 个网格为 PML 吸收层, 采用 CPML 边界条件, 参数分别为  $k_{\max} = 15, m = 2, \alpha = 0.10$ 。发射天线和接收天线从坐标点 ( $1.2\text{m}, 4.14\text{m}$ ) 开始到坐标点 ( $5.22\text{m}, 4.14\text{m}$ ), 沿  $x$  方向网格点发射和采集数据。为了避免 Gibb's 现象, 激励源采用空间分布的 Gauss 脉冲源激励<sup>[5]</sup>, 最高频率为  $f_{\max} = 1.0\text{GHz}$ 。下面采用了 TSNU - PSTD 方法分别分析了在 TM 波情形下目标体 A、B、C 的散射特性, 以及三个目标体共存时的散射特性, 仿真结果如图 2 ~ 5 所示。图 6 为分别采用 TSNU - PSTD 方法和 FDTD 方法, 计算目标体 B 在坐标点 ( $3.21\text{m}, 4.14\text{m}$ ) 的散射场分量  $E_z$ 。从图中可以看出, 二者能够较好地吻合, 说明了所采用方法的准确性。

## 4 结论

将 CFS - PML 边界条件在 PSTD 算法中实现, 并将其与 TSNU - PSTD 方法结合分析了损耗媒质中无耗介质、空气洞、损耗介质的散射特性, 部分结果与 FDTD 计算结果做了比较。同时也将 PSTD 与 FDTD 方法计算时间做了比较, 就本例而言, 两种方法采用相同的时间步, PSTD 方法计算一个采样点处目标散射场所需要的时间为  $t_1 = 63.515\text{s}$ , 相比之下, 若采用 FDTD 方法, 每波长分成 10 个网格, FDTD 方法计算一个采样点处目标散射场所需要的时间为  $t_2 = 155.594\text{s}, t_2/t_1 = 2.45$ 。仿真结果表明, 采用 TSNU - PSTD 算法平均每最小波长只需要 3 个网格就可以得到令人满意的计算结果, 可高效、准确地模拟电大尺寸有耗媒质空间中曲面形状目标体的散射特性。

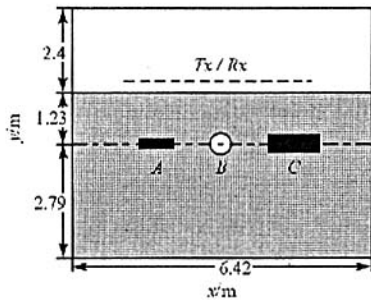


图 1 GPR 探测示意图及目标分布

Fig.1 GPR measurement geometry and distribution of object

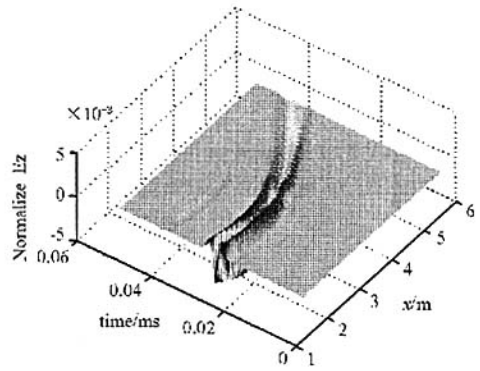


图 2 目标 A 的散射场分布

Fig.2 Scattered field distribution by objects A

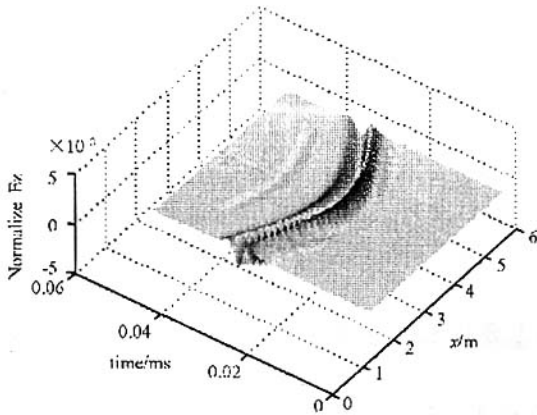


图 3 目标 B 的散射场分布

Fig.3 Scattered field distribution by objects B

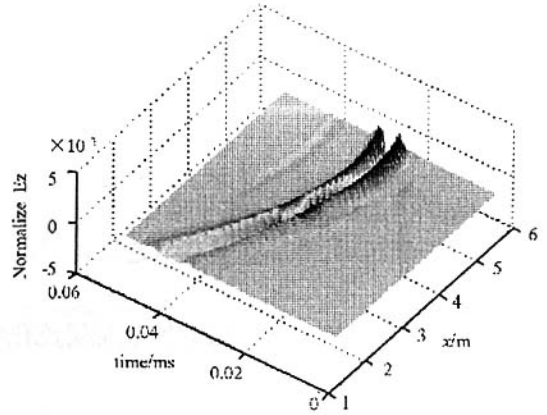


图 4 目标 C 的散射场分布

Fig.4 Scattered field distribution by objects C

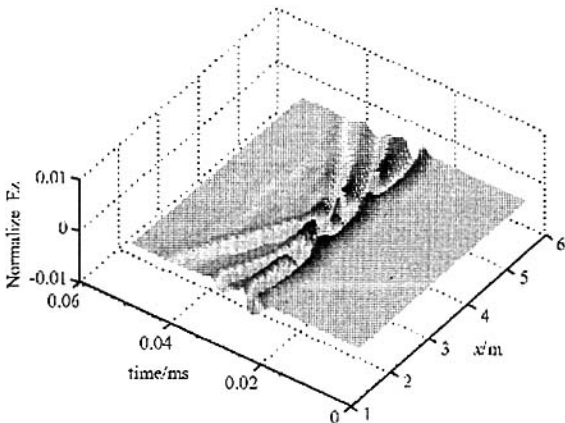


图 5 目标 A、B、C 共存时的  
散射场分布

Fig.5 Scattered field distribution by  
objects A, B and C

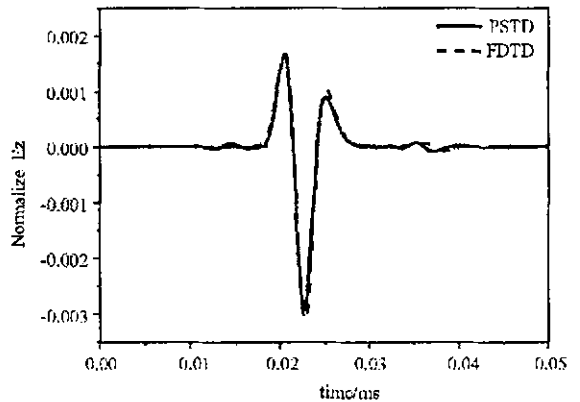


图 6 目标 B 在接收点(3.21m, 4.14m)的  
散射场及其与 FDTD 结果的比较

Fig.6 Comparison of the PSTD result with FDTD result for Scattered  
field of objects B at the point( 3.21m, 4.14m)

参考文献:

[1] Vitebskiy S, Carin L. Ultra-wideband, Short-pulse Ground-penetrating Radar: Simulation and Measurement[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 1997, 35(3): 762 - 772.

[2] He J Q, Cui T J. Method of Moments Analysis of Electromagnetic Scattering from a General Three-dimensional Dielectric Target Embedded in a Multilayered Medium[J]. Radio Science, 2000, 35(2): 305 - 313.

- [3] Bourgeois J M, Smith G S. A Fully Three-dimensional Simulation of a Ground-penetrating Radar: FDTD Theory Compared with Experiment[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 1996, 34(1): 36-44.
- [4] 周蔚红, 周东明, 刘克成. 二维 FDTD 分析土壤及地下管道的时域散射场[J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(6): 53-55.
- [5] Liu Q H. The PSTD Algorithm: A Time-domain Method Requiring only Two Cells Per Wavelength[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 1997, 15(18): 158-165.
- [6] Liu Q H. PML and PSTD Algorithm for Arbitrary Lossy Anisotropic Media[J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1999, 9(2): 48-50.
- [7] Liu Q H, Nguyen N. An Accurate Algorithm for Nonuniform Fast Fourier Transforms[J]. IEEE Microwave Guide Wave Lett., 1998, 8(1): 18-20.
- [8] Liu X, Chen Y. TSNU - PSTD Modeling of a Simplified Indoor Wave Propagation for Wireless Network Communications[A]. Proceedings IEEE Southeast Conference[C], 2002.
- [9] Chew W C, Weedon W H. A 3D Perfectly Matched Medium from Modified Maxwell's Equations with Stretched Coordinates[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 1994, 7(13): 599-604.
- [10] Roden J A, Gedney S D. Convolutional PML (CPML): An Efficient FDTD Implementation of CFS - PML for Arbitrary Media[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 2000, 27(5): 334-339.

(上接第8页)

(2) MQWT-120 具备低噪声能力, 在  $P_0$  为 0.4MPa 的运行条件下, 在喷管出口上游 21.3cm 和下游 5cm 之间的菱形区间, 静压脉动值不超出 0.1%。风洞在 0.1~0.4MPa 范围具备静风洞小模型的基础试验研究能力。

(3) 喷管前方收缩段边界层的抽吸是层流化喷管的重要技术措施, MQWT-120 收缩段抽吸槽的设计与技术处理是适当的。

(4) 轴向移动探头, 测量皮托管压强脉动的变化是诊断喷管壁面边界层转捩是否发生的简明方法, 配合热线信号测量, 则可细致了解噪声特性。但超声速高压下的热线技术, 还要系统探索, 这次研究由于某些条件不具备, 运行总压还不够高, 仅限于  $P_0 \geq 0.4\text{MPa}$ 。

## 参 考 文 献:

- [1] Chen F J, Malik M R. Boundary-layer Transition on a Cone and Flat Plate at Mach 3.5[J]. AIAA Journal, 1994, 27: 687-693.
- [2] Beckwith I E. Aerothermal Dynamics and Transition in High-speed Wind Tunnels at NASA Langley[J]. Annu. Rev. Fluid Mech, 1990, 22(4): 419-439.
- [3] Laufer J. Factor Affecting Transition Reynolds Numbers on Models in Super Sonic Wind Tunnel[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1954, 21(7): 447-498.
- [4] 周勇为, 常熹钰. 超声速静风洞的气动设计[J]. 流体力学实验与测量, 2002(1).



