文章编号:1001-2486(2006)01-0013-04

利用数值优化技术设计周期性绕飞的编队轨道※

杏建军,李海阳,唐国金,郗晓宁

(国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:考虑非线性和椭圆参考轨道等因素,选择编队卫星周期性绕飞的初始条件,设计自然周期性绕飞轨道,对长期编队飞行是十分必要的。然而利用 Hill 方程确定初始绕飞条件,设计长期编队飞行的轨道,具有很大的误差。本文在考虑非线性和椭圆参考轨道等因素的条件下,利用数字优化技术寻找周期性绕飞的初始条件,设计不消耗任何燃料的编队卫星轨道。优化的结果可用来研究周期性绕飞轨道必须满足的条件,加强对编队机理的认识。数值仿真结果验证了优化结果的正确性和有效性。

关键词:卫星编队;周期性绕飞轨道;数值优化

中图分类号:V412　　文献标识码:A

Periodic-relative Rotating Orbits Design for Spacecraft Formations by Numerical Optimization

XING Jian-jun, LI Hai-yang, TANG Guo-jin, XI Xiao-ning

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: It is of great necessity for the long term relative motion of formation flying to choose initial conditions and design the nature-periodic-relative rotating obits with the reference orbit eccentricity and the nonlinear relative motions. It is recognized that it yields considerable errors and is insufficient to employ Hill equations in choosing initial conditions and designing formation flying orbits without fuel consumption. With a consideration of the effects resulting from the reference orbit eccentricity and the nonlinearity relative motion, the numerical optimal technology was utilized in the present study. Results of numerical optimization can be used to determine the invariant-periodic-relative rotating conditions, thus gaining a good insight into formation flying. Numerical simulations demonstrate the correctness and effectiveness of the optimaized results.

Key words: spacecraft formation; periodic rotating orbits; numerical optimization

研究邻近航天器的相对运动,设计空间自然条件下周期性相对绕飞轨道,对长期编队飞行的卫星是十分重要的。文献[1]利用 Hill 方程或 Clohessy-Willshire 方程(简称 HCW 方程)进行编队卫星构形设计,在圆参考轨道、无摄动和线性化的假设条件下,找到了编队卫星周期性相对运动轨道存在的初始条件。HCW 方程周期性绕飞轨道的初始条件是基于圆参考轨道,无摄动和线性化的基础上推导的,因此适用范围小,精度差,对于长期飞行的编队来说具有很大的误差。Lawden[2]研究了基于一般开普勒轨道的相对运动方程。Carter[3,4]扩展了 Lawden 的工作,给出了相对运动方程的解析解,并消除了解析解中的奇异性。Gökhan Inalhan[5]将 Carter 的结果应用到椭圆轨道编队卫星相对运动中,在无摄动和线性化的条件下,给出了参考卫星轨道为椭圆时,编队卫星周期性相对运动的初始条件。

以上研究都是在对编队卫星相对运动进行线性化的假设基础上,寻找编队卫星周期性相对运动存在的条件,设计不消耗燃料的相对运动轨道。当编队卫星运行时间较长,编队卫星之间的距离较大时,这种方法难免带来较大的误差。本文利用数值优化技术,在考虑非线性和椭圆参考轨道等因素的条件下,寻找周期性相对运动的初始条件,设计不消耗燃料的编队卫星轨道。

※ 收稿日期:2005-09-18
作者简介:杏建军(1975—),男,博士生。

1 问题描述

1.1 坐标系的选取

记参考卫星为 c、伴随卫星为 s。设参考卫星 c 在任意开普勒轨道上运动，取参考卫星的轨道坐标系 $c\text{-}xyz$ 作为相对运动坐标系，其原点与参考卫星的质心固连，并随其沿轨道运动，x 轴与参考卫星的地心矢量 r_c 重合，由地心指向 c，y 轴在参考卫星的轨道面内垂直于 x 轴，并指向卫星运动方向为正，z 轴由右手规则确定，即 z 轴与参考卫星轨道动量矩矢量方向一致。

1.2 椭圆参考轨道非线性相对运动方程

参考卫星轨道为任意椭圆，以参考卫星的真近点角 θ 为自变量，编队卫星的非线性相对运动方程（推导过程略）为

$$\begin{cases}\ddot{x}-2\dot{y}-x+\dfrac{2e\sin\theta}{1+e\cos\theta}y-\dfrac{2e\sin\theta}{1+e\cos\theta}\dot{x}=\left[\dfrac{\mu}{r_c^2}-\dfrac{\mu(r_c+x)}{[(r_c+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}}\right]\dfrac{1}{\dot{\theta}^2}\\ \ddot{y}+2\dot{x}-\dfrac{2e\sin\theta}{1+e\cos\theta}x-y-\dfrac{2e\sin\theta}{1+e\cos\theta}\dot{y}=-\dfrac{\mu y}{[(r_c+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}}\dfrac{1}{\dot{\theta}^2}\\ \ddot{z}-\dfrac{2e\sin\theta}{1+e\cos\theta}\dot{z}=-\dfrac{\mu z}{[(r_c+x)^2+y^2+z^2]^{3/2}}\dfrac{1}{\dot{\theta}^2}\\ r_c=\dfrac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta}\\ \dot{\theta}=\dfrac{\sqrt{\mu}(1+e\cos\theta)^2}{\sqrt{a^3}(1-e^2)^{3/2}}\end{cases}\tag{1}$$

其中：a、e 为参考卫星的半长轴和偏心率，μ 为地球引力常数，x、y、z 为伴随卫星在参考卫星轨道坐标系中的位置分量，$\dot{x}$、$\dot{y}$、$\dot{z}$ 为速度分量。

设 $\boldsymbol{X}=[x\quad y\quad z\quad \dot{x}\quad \dot{y}\quad \dot{z}]^{\mathrm{T}}$，式(1)记为：

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},\theta)\tag{2}$$

1.3 周期性相对绕飞

编队卫星在少消耗或不消耗燃料的情况下，保持编队构形，则要求设计的编队轨道是周期性绕飞的，即编队卫星运行一个周期后，每个卫星的运动状态与初始状态相同。

$$\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{X}(T)\tag{3}$$

其中：T 为编队卫星相对运动轨道周期。对于二体轨道而言，编队卫星的相对运动周期一般与参考卫星的轨道周期相同，即 $T=2\pi$。

2 优化模型

在研究相对运动时，以前的方法[1,5]都是对式(1)进行线性化，在线性假设的基础上求解相对运动方程的解析解，在解析解中寻找长期漂移项为零的条件，作为周期性相对绕飞的初始条件。当考虑任意参考椭圆轨道和非线性等因素时，式(1)不存在解析解，利用这种方法，存在很大的困难。可以将上述问题转化为一个优化问题，利用数值优化技术确定周期性绕飞的条件，设计周期性运动的编队轨道。

2.1 目标函数

周期性绕飞要求编队卫星运行一个周期后，每个卫星的运动状态与初始状态相同，则优化问题的目标函数可以处理为

$$\min f[\boldsymbol{X}(0)]=[\boldsymbol{X}(0)-\boldsymbol{X}(2\pi)]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{X}(0)-\boldsymbol{X}(2\pi)]\tag{4}$$

$$\boldsymbol{X}(2\pi)=\int_0^{2\pi}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},\theta)\,\mathrm{d}\theta\tag{5}$$

2.2 约束条件

可以根据具体的编队任务需求，对编队卫星的相对轨道进行约束。根据约束类型的不同，可大致将其分为两类。

等式约束：$G(X,\theta)=0$。

不等式约束：$P(X,\theta)<0$。

2.3 优化初值

对于圆参考轨道，可采用 Hill 方程的周期性绕飞条件作为优化的初值[1]：

$$\dot{y}(0) = -2x(0) \tag{6}$$

对于任意椭圆参考轨道，可采用文献[5]中的周期性绕飞条件作为优化的初值：

$$\dot{y}(0) = -\frac{e+2}{e+1}x(0) \tag{7}$$

3 问题求解

数值优化条件：$\mu = 3.986\,004\,418 \times 10^{14}\mathrm{m^3/s^2}$，$a = 10\,000\mathrm{km}$，$e = 0.3$.

以 HCW 方程水平圆的解[1]为比较的对象，水平圆的半径取 10km。HCW 方程水平圆初始条件为

$$x_0 = 0, y_0 = 10\mathrm{km}, z_0 = 0, \dot{x}_0 = 5\mathrm{km/arc}, \dot{y}_0 = 0, \dot{z}_0 = 10\mathrm{km/arc} \tag{8}$$

以式(8)为优化的初始条件，利用 MatLab6.5 的优化工具箱，对上述优化模型进行求解，得编队卫星周期性相对运动所满足的初始条件为

$$\begin{gathered} x_0 = -0.141\,85\mathrm{km}, y_0 = 9.999\,98\mathrm{km}, z_0 = 0.022\,49\mathrm{km}, \\ \dot{x}_0 = 5.139\,86\mathrm{km/arc}, \dot{y}_0 = 0.236\,67\mathrm{km/arc}, \dot{z}_0 = 9.983\,49\mathrm{km/arc} \end{gathered} \tag{9}$$

目标函数的值为

$$f[X(0)] = 5.973\,24 \times 10^{-3} \tag{10}$$

以式(9)为初值，对式(1)进行数值积分，看式(9)设计的编队卫星轨道是否保持周期性相对运动，验证优化结果的正确性。

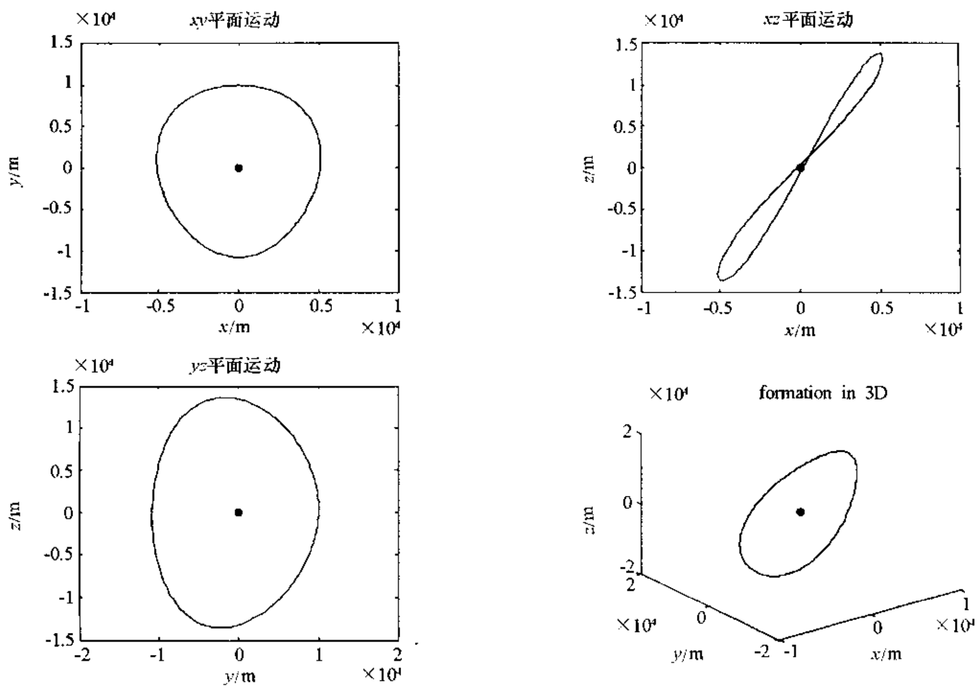

图 1 采用优化初始条件时非线性相对运动方程的轨道积分

Fig.1 Numerical Integration of the nonlinearity relative equations with the optimal initial conditions

图1给出了采用优化的初始条件时非线性相对运动在3个坐标平面内的投影和空间的轨迹。由图可知,采用优化的初始条件,编队卫星在空间形成周期性的绕飞轨道,可在不消耗任何燃料的情况下,保持这种不变的绕飞轨道。

采用优化的初始条件,对非线性运动方程进行数值积分,求解伴随卫星的轨道根数,比较参考卫星半长轴与伴随卫星的半长轴,图2给出了仿真结果。由图2可知,在二体情况下,考虑非线性和椭圆参考轨道,编队卫星保持周期性相对运动的条件是参考卫星与伴随卫星的半长轴相等。编队卫星半长轴相等,即卫星的机械能相等,运动周期匹配,编队卫星不会发生长期的相对漂移。如果采用HCW方程或文献[5]中的初始绕飞条件,编队卫星之间的半长轴不相等,运动周期不匹配,伴随卫星相对参考卫星会发生长期漂移,在不消耗燃料的情况下,不可能长期保持编队飞行。

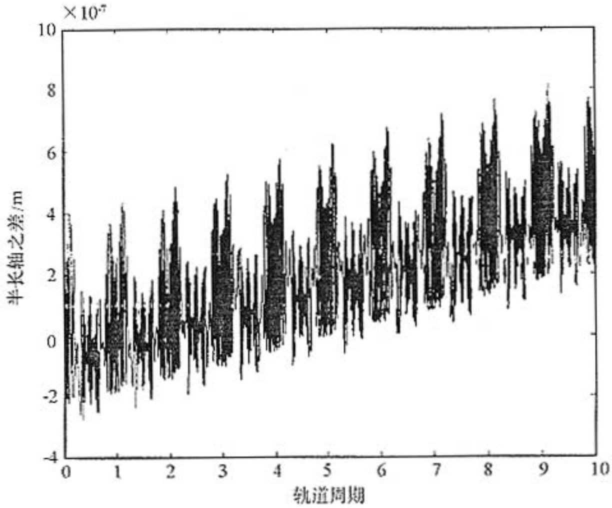

图2 参考卫星与伴随卫星半长轴之差

Fig.2 The semi-major axis difference between the chief satellite and the deputy satellite

由优化结果可知,当考虑非线性因素时,编队卫星在不进行主动控制的条件下,除了个别时刻可以保持水平圆运动,在多数情况不能严格保持水平圆运动。

4 小结

当考虑非线性和椭圆参考轨道,利用Hill方程或文献[5]中的线性化方程设计长期周期性相对绕飞的编队轨道时,由于采用的初始绕飞条件不满足编队卫星周期性伴飞的条件,编队轨道会发生长期漂移,带来很大的误差。将所研究的问题转化为优化问题,利用数值优化技术,可高精度地解决此问题。利用数值优化技术,还可以考虑更多的真实情况,如摄动力和编队构形等因素的影响(下一步研究的问题),设计出更具有工程实用价值的编队轨道,具有广阔的应用前景。

参考文献:

[1] Chris S, Richard B, McLaughlin C A. Satellite Formation Flying Design and Evolution [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2001, 38(2), 270 – 278.

[2] Lawden D F. Optimal Trajectories for Space Navigation [M]. Buttersworths, Lodon, 1963.

[3] Carter T E. Humi M. Fuel-Optimal Rendezvous near a Point in General Keplerian Orbit [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1987, 10(6): 567 – 573.

[4] Carter T E. New Form for the Optimal Rendezvous Equations near a Keplerian Orbit [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(1): 183 – 186.

[5] Inalhan G, Tillerson M, How J P. Relative Dynamics and Control of Spacecraft Formation in Eccentric Orbits [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(1): 48 – 59.