

## 基于相对观测量的多机器人定位\*

王 玲,邵金鑫,万建伟

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** 研究了多机器人队列利用相对观测信息在未知环境中进行同时定位的问题。当队列中某个机器人观测到另外一个或几个机器人时,利用这些信息来同时更新整个队列的位置及协方差矩阵,也即整个队列共享所获得的观测,来得到更精确的位置估计。每个机器人都携带内部及外部传感器,内部传感器感知机器人自身的运动,外部传感器能提供机器人之间的相对观测量,如相对距离和相对方位。利用扩展卡尔曼滤波(EKF)算法融合内部及外部传感器信息,对多机器人队列进行同时定位;并对不同的观测量及机器人个数进行了仿真分析,给出了不同情况下的滤波器结构,研究比较了它们的定位精度。仿真结果表明,利用机器人之间的相对观测信息,可以显著提高定位精度。

**关键词** 多机器人 相对观测量 扩展卡尔曼滤波(EKF)

中图分类号:TP391.41 文献标识码:A

## Simultaneous Localization for Multi-robot Based on Relative Observations

WANG Ling, SHAO Jin-xin, WAN Jian-wei

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The problem of multi-robot simultaneous localization in an unknown environment based on relative observation was studied. Each robot was equipped with proprioceptive sensors and exteroceptive sensors. Exteroceptive sensors provided relative observations between robots, such as relative distance and bearing. Considering the nonlinear problem, we used extended Kalman filter to fuse proprioceptive and exteroceptive data. Different relative observations and the number of the robots were studied and simulated. The filter structure for each case was presented and the performances of the algorithm were compared as to the accuracy and other aspects. Simulation results prove that the location accuracy has been improved effectively by using relative observations among robots.

**Key words** multi-robot, relative observation, EKF

移动机器人的定位问题是提高移动机器人自主能力的关键问题之一。很多情况下,机器人的位置信息是完成任务的前提。目前,解决定位问题的方法通常是利用机器人内部传感器与外部传感器信息的融合来得到机器人位置信息。但是,传感器的误差积累(如编码器)以及缺乏未知环境的先验知识,往往使机器人不能有效地获得其位置信息。而且大多的定位方法是针对单个机器人的定位,对于多机器人队列并不是最优的。多机器人队列能够利用机器人之间的观测信息,如相对距离和方位,得到比单个机器人定位更精确的位置。

近年来,多机器人的合作定位受到了越来越多的重视和研究。在一些面向任务的应用中,多机器人必须协同合作才能完成任务,如协同作战、机器人足球赛、多机作业等,多机器人的协同工作发挥了重要作用。在这些应用中,要确定机器人群的位置,通常的方法是机器人群的每个成员单独定位,从而确定机器人群的位置。但是这种方法并不是最优的,因为任何一个机器人都只是对环境的局部观察,它所获得的观测信息都会受到随机误差的干扰。通过融合不同机器人的观测信息,可以提高对环境感知的准确性和全面性,从而使得多个机器人合作定位要比单个机器人定位效率高、精度高。Fox<sup>[1]</sup>等应用基于

\* 收稿日期 2005 - 09 - 05

基金项目 国家部委基金资助项目(51416070305KG0180)

作者简介 王玲(1966—),女,副教授,博士生。

样本的马尔可夫定位方法,提出了多机器人合作定位的一种统计算法。Stroupe 等<sup>[2]</sup>基于贝叶斯规则及卡尔曼滤波理论,应用简单的两维高斯分布表示,融合多个机器人的目标位置估计信息,可更快、更准确地得到目标位姿的估计。文献[3]应用最大似然估计和数值优化方法,利用机器人队列的相对观测信息来提高定位精度。文献[4]把机器人队分为不同的组,每次只有一组(个)机器人运动,而其他的机器人则作为路标来进行机器人队的合作定位。文献[5]利用分布的卡尔曼滤波方法,融合相对位置信息(相对坐标、相对方位),对一组机器人进行定位。

## 1 基于相对观测量的 EKF 定位

多机器人定位的关键思想是融合不同机器人所获得的信息,使得每个机器人都能利用这些信息获得更精确的位置。在一组移动的机器人中,每个机器人都安装有内部传感器(如光电编码器等)及外部传感器(如超声波测距、激光传感器及视觉等)。每个机器人根据它的运动模型,由内部传感器感知它的运动状态,可得到机器人移动的距离和方位变化,进而计算出移动机器人的位置坐标和运动方向。由外部传感器来检测识别其他的机器人,并提供与其它机器人之间的相对观测量。利用扩展卡尔曼滤波方法融合内部传感器信息及外部传感器提供的相对观测量,从而预测、更新机器人组中每个机器人的位置。只有当获得相对观测量时,机器人之间才需要进行通信。

考察由  $N$  个机器人组成的队列在未知二维环境中移动,用  $X_i = (x_i, y_i, \theta_i)^T$  表示第  $i$  个机器人在某时刻的位置,则对于整个队列在某时刻的位置可以表示为:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T \quad (1)$$

其位置误差方差阵为:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{N1} & P_{N2} & \dots & P_{NN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

我们的目的就是要利用机器人的运动及相对观测,来更新整个队列的位置(1)及协方差(2)。

### 1.1 状态的预测及推演

在机器人组中,每个机器人  $R_i$  具有相同的运动模型,为:

$$X_i^{k+1} = f(X_i^k, w_i^k) = \begin{bmatrix} x_i^k \\ y_i^k \\ \theta_i^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_i^k \cos(\theta_i^k + \alpha_i^k) \\ D_i^k \sin(\theta_i^k + \alpha_i^k) \\ \alpha_i^k \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $w_i^k$  为编码器的测量值,为  $k$  到  $k+1$  时刻机器人的位移和旋转角度( $D_i^k, \alpha_i^k$ ),其误差模型为零均值

的高斯白噪声,方差矩阵为  $Q_i^k = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}$ 。对于线性系统而言,卡尔曼滤波器是一个统计意义上最优的状态估计。而对于(1)式所示的非线性系统,必须将卡尔曼滤波器进行扩展,即将状态方程和观测方程进行线性化,而后再进行估计,即扩展卡尔曼滤波器(EKF)。由运动测量对状态(1)式的预测为:

$$\hat{X}_i^{k+1} = f(\hat{X}_i^k, w_i^k) \quad (4)$$

预测协方差:

$$P_{ii}^{k+1} = F_{x_i}^k P_{ii}^k F_{x_i}^{kT} + F_{w_i}^k Q_i^k F_{w_i}^{kT} \quad (5)$$

$$P_{ij}^{k+1} = F_{x_i}^k P_{ij}^k F_{x_j}^{kT} \quad (6)$$

其中,  $F_{x_i}^k$  是  $f$  关于  $X_i$  的 Jacobian 矩阵,  $F_{w_i}^k$  是  $f$  关于  $w_i$  的 Jacobian 矩阵。

### 1.2 状态的更新

在机器人队列中,某一时刻机器人  $R_i$  观测到机器人  $R_j$ ,通过它携带的外部传感器测量出它们之间

的相对信息,包括相互之间的距离、方位等,如图 1 所示, $d_{ij}$ 是它们之间的距离, $\theta_i, \theta_j$ 分别是它们的方位角, $\phi$ 是机器人 $R_j$ 相对于 $R_i$ 的方位角, $\beta$ 是机器人 $R_i$ 相对于 $R_j$ 的方位角,则

$$d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (7)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) - \theta_i \quad (8)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{-(y_j - y_i)}{-(x_j - x_i)}\right) - \theta_j = \pi + \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) - \theta_j \quad (9)$$

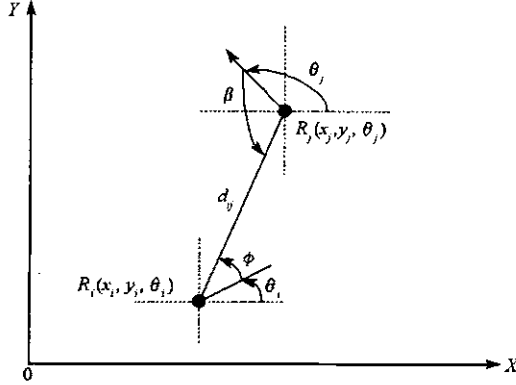


图 1 两个机器人之间的相对观测量

Fig.1 Relative observations between two robots

可以把观测方程写为一般的形式:

$$z = h(X_i, X_j) + v \quad (10)$$

我们所关心的是如何利用这些观测来更新整个队列机器人的位置及方差,即式(1)和式(2)的更新。 $H$ 是观测方程(10)中 $h$ 关于状态 $X$ 的 Jacobian 矩阵,则有:

$$H = [0 \dots 0, H_i, 0 \dots 0, H_j, 0 \dots 0] \quad (11)$$

其中 $H_i, H_j$ 分别是 $h$ 关于 $X_i, X_j$ 的 Jacobian 矩阵。由 Kalman 滤波方程有:

$$\hat{X}_{new} = \hat{X} + PH^T(HPH^T + R)^{-1}[z - h(\hat{X})] \quad (12)$$

$$P_{new} = P - PH^T(HPH^T + R)^{-1}HP \quad (13)$$

针对式(10)所表示的具体的观测,由式(11)和(12)以及式(11)和(13)可得式(1)和(2)各元素的更新为:

$$\hat{X}_l^{new} = \hat{X}_l + (P_{li}H_i^T + P_{lj}H_j^T)S_{ij}^{-1}[z - h(\hat{X}_i, \hat{X}_j)], \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

$$P_{lj}^{new} = P_{lj} - (P_{li}H_i^T + P_{lj}H_j^T)S_{ij}^{-1}(H_iP_{ij} + H_jP_{ji}), \quad l, j = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

其中 $S_{ij}$ 是 $z - h(\hat{X}_i, \hat{X}_j)$ 的协方差,为:

$$S_{ij} = HPH^T + R = H_iP_{ii}H_i^T + H_iP_{ij}H_j^T + H_jP_{ji}H_i^T + H_jP_{jj}H_j^T + R \quad (16)$$

### 1.2.1 相对距离

针对相对距离观测量来讨论扩展卡尔曼滤波算法。其相对距离的观测方程可写为:

$$z = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} + v_d \quad (17)$$

$v_d$ 为零均值、方差为 $\sigma_d^2$ 的高斯白噪声,且与 $w$ 不相关,则 $h$ 的 Jacobian 矩阵为:

$$H_i = \left[ \frac{-\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \frac{-\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, 0 \right]$$

$$H_j = \left[ \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, 0 \right]$$

其中 $\Delta x = x_j - x_i, \Delta y = y_j - y_i$ 。在 $k$ 时刻,如果机器人队列中 $R_i$ 观测到不止一个同伴,如它观测到 $R_j(j = 1, 2, \dots, m, i \neq j)$ 获得 $n$ 个相对观测距离 $d_{ij}(j = 1, 2, \dots, n)$ ;且队列中还有其它机器人观测到同伴,如机器人 $R_m$ 观测到 $R_n(m, n \neq i, j)$ 。设每个观测距离之间互不相关,且其误差为零均值的高斯白噪

声,方差都为  $\sigma_d^2$ , 则  $h$  的 Jacobian 矩阵为:

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-\Delta x_1}{\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2}} & \frac{-\Delta y_1}{\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2}} & 0 \\ \frac{-\Delta x_2}{\sqrt{\Delta x_2^2 + \Delta y_2^2}} & \frac{-\Delta y_2}{\sqrt{\Delta x_2^2 + \Delta y_2^2}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-\Delta x_n}{\sqrt{\Delta x_n^2 + \Delta y_n^2}} & \frac{-\Delta y_n}{\sqrt{\Delta x_n^2 + \Delta y_n^2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_j = \left[ \frac{-\Delta x_j}{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}} \quad \frac{-\Delta y_j}{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}} \quad 0 \right], \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

则式(11)可写为:

$$\begin{bmatrix} \left( \begin{matrix} H_1 \\ Q_{n-1} \times 3 \end{matrix} \right)_{n \times 3} & \left( \begin{matrix} 0_{1 \times 3} \\ H_2 \\ Q_{n-2} \times 3 \end{matrix} \right)_{n \times 3} & \dots & \left( \begin{matrix} 0_{n-1} \times 3 \\ H_n \\ Q_{n-1} \times 3 \end{matrix} \right)_{n \times 3} & \rho & \dots & \rho & \left( H_i \right)_{n \times 3} & \rho & \dots & \rho \\ \left( H_m \right)_{n \times 3} & \rho & \dots & \rho & \left( H_n \right)_{n \times 3} & \rho & \dots & \rho \end{bmatrix}$$

分别利用相应的  $H_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $H_j$ ,  $H_m$ ,  $H_n$  对式(1)(2)进行更新,得到整个队列机器人位置及协方差的滤波校正。也即融合不同机器人所获得的信息,使得每个机器人都能利用这些信息获得更精确的位置。

### 1.2.2 相对方位

相对方位的观测方程为:

$$z = \arctan \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} - \theta_i + v_\beta \quad (18)$$

设每个观测方位之间互不相关,且其误差为零均值的高斯白噪声,方差都为  $\sigma_\beta^2$ , 则  $h$  的 Jacobian 矩阵为:

$$H_i = \left[ \frac{\Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad \frac{-\Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad -1 \right]$$

$$H_j = \left[ \frac{-\Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad \frac{\Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad 0 \right]$$

同样,机器人也可获得多个同伴的方位,并相应更新整个队列的位置及协方差。

## 2 仿真实验及分析

为了验证融合多个机器人之间的相对测量信息对提高定位精度的有效性,我们做了精确的仿真试验。在仿真实验中,各机器人沿直线运动,采样频率为 1Hz,速度为 1m/s(即  $D(k) = 1m$ )。对于编码器的位移测量误差,采用  $\sigma_d^2 = (0.05m)^2$  的零均值高斯白噪声;与其对应,方位  $\alpha(k)$  中加入均值为零、方差为  $\sigma_\alpha^2 = (\pi/60)^2$  的高斯白噪声。位移和旋转角度所加入的噪声应与实际相对应,且不相关。一般可按下列式粗略计算:

$$\text{旋转角度的噪声标准差} \approx \arctan[\text{D}(k) \text{ 中加入噪声的标准差} / \text{D}(k)]$$

对于相对距离及相对方位观测量,其方差分别为  $\sigma_d^2 = (0.05m)^2$  和  $\sigma_\beta^2 = (\pi/60)^2$ 。

图 2~4 是 2 个机器人通过分别利用观测到的相对距离和相对方位而得到的运动轨迹和定位误差。定位误差的计算是重复定位 100 次,取统计平均值。从结果中可以看到,利用相对观测量可以显著提高机器人的定位精度,而且相对方位比相对距离效果更好。

图 5~7 是 5 个机器人通过分别利用观测到的相对距离和相对方位而得到的运动轨迹和定位误差。定位误差的计算是重复定位 100 次,取统计平均值。利用相对距离观测量 5 个机器人时的定位精度显然要好于 2 个机器人时的情况。在利用相对方位观测量进行定位时,并不是总能得到这么好的效果。

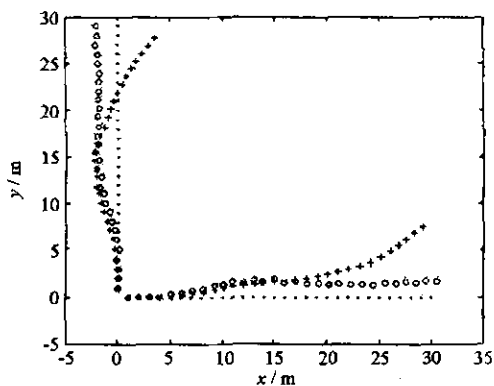


图 2 2 个机器人作如图的运动。黑点 (...) 是其运动轨迹 (+ + +) 是编码器估计轨迹 (ooo) 是观测量为相对距离的滤波轨迹

Fig.2 Two robots move as above. (...) is the real motion, (+ + +) is the trajectory estimated by using only odometry (ooo) is that by fusing the odometry with the relative distances

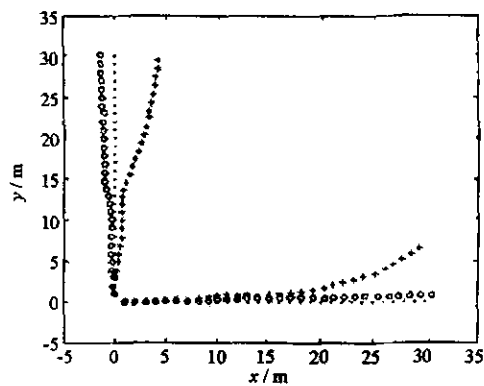


图 3 2 个机器人作如图运动。黑点 (...) 是其运动轨迹 (+ + +) 是编码器估计轨迹 (ooo) 是观测量为相对方位的滤波轨迹

Fig.3 As in figure 2, but (ooo) is the trajectory estimated by fusing odometry with the relative bearing

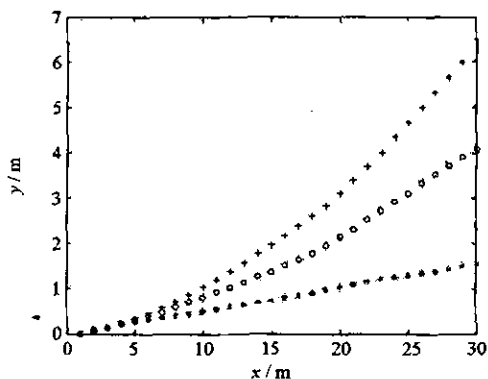


图 4 定位误差比较。( + + +) 是编码器估计误差 (ooo) 是观测量为相对距离的 EKF 滤波误差 (\*\*\* ) 是观测量为相对方位的 EKF 滤波误差

Fig.4 The error compare. (+ + +) is the error when the estimation is carried out with only odometry, (ooo) is the error fusion of odometry with the relative distance (\*\*\* ) is the error fusion of odometry with the relative bearing

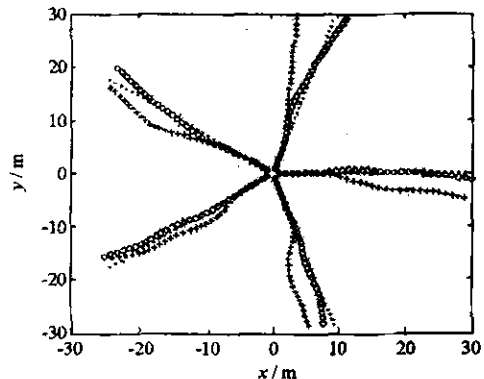


图 5 5 个机器人作直线运动。黑点 (...) 是其运动轨迹 (+ + +) 是编码器估计轨迹 (ooo) 是观测量为 4 个相对距离的滤波轨迹

Fig.5 Five robots move straightly. (...) is the real motion. (+ + +) is the trajectory estimated by using only odometry. (ooo) is that by fusing the odometry with 4 relative distances

当测量到的相对方位在  $\pi/2$  附近时,会出现比较大的定位误差,这是因为  $\arctan \frac{\Delta y}{\Delta x}$  函数值接近  $(\frac{-\pi}{2})$  或  $\frac{\pi}{2}$  时,导致其观测方位出现模糊性,也即其滤波定位结果出现较大的误差。这种情况可从定位误差的比较中反映出来。比较图 4 与图 7 中的融合相对方位的滤波误差,可以看出在 5 个机器人的情况下,滤波误差反而大于 2 个机器人时的情况,这说明在重复定位的过程中,观测相对方位时,出现了方位模糊的状况,导致出现了较大的滤波误差,使得统计平均误差大于 2 个机器人时的平均误差。这一结果表明,并非融合的观测信息越多,定位精度越高。在观测误差一定的情况下,还与机器人群的分布有一定的关系。

以上的模拟实验中,取编码器位移测量误差的方差为  $\sigma_D^2 = (0.05m)^2$ 。但在实际运动中,该方差是与运动的距离成比例的,即  $v_D \sim N(0, K|D|)$ ,  $D$  是编码器在一个采样周期测量的位移,  $K$  为系统参数,由实验测得。当机器人的运动速度发生较大变化时,需要采用变化的方差来估计定位误差。在 EKF 中对运动模型进行线性化时,只取 Taylor 级数展开的一阶小量,而省去了高阶项,由此而引入的非线性误

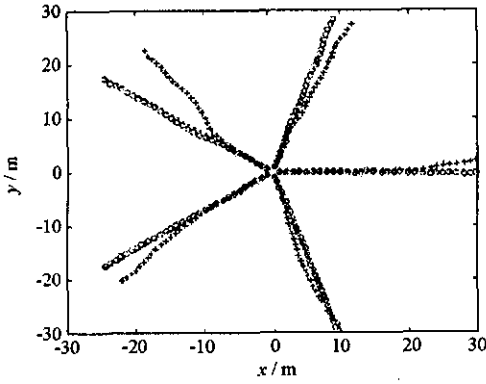


图6 (ooo)是观测量为4个相对方位的滤波轨迹  
 Fig.6 As in figure 5, but the (ooo) is the trajectory estimated by fusing odometry with the relative bearing

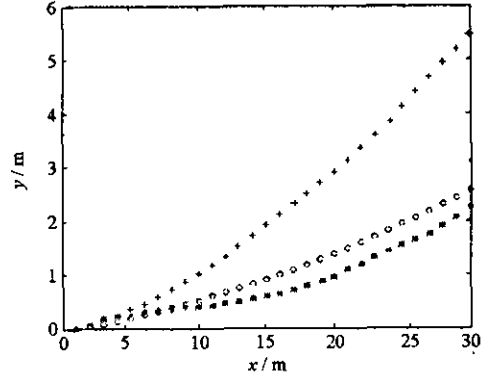


图7 定位误差比较。(++)是编码器估计误差，  
 (ooo)是观测量为4个相对距离的EKF滤波误差，  
 (\*\*\*)是观测量为4个相对方位的EKF滤波误差  
 Fig.7 The error compare. (++) is the error when the estimation is carried out with only odometry (ooo) is the error fusion of odometry with 4 relative distances (\*\*\*) is the error fusion of odometry with 4 relative bearings

差为  $\epsilon \leq \frac{1}{2} \max \left( \left| \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \right| \right) \|X - \hat{X}\|^2$  对于  $x, y$  其最大非线性误差为  $\frac{1}{2} D\alpha^2$ 。当采样频率较高或机器人移动较慢,即  $D, \alpha$  很小时,该误差很小,对位置估计的影响很小。

### 3 结论

利用机器人之间的相对观测信息,可以显著提高定位精度。并且相对方位比相对距离信息能得到更好的效果。但是在出现方位模糊的情况下,其滤波定位误差有所增大,使得融合相对方位的滤波结果与机器人的分布有一定关系。随着机器人个数  $N$  的增加,机器人队列的位置及协方差矩阵的维数将会增大,分别为  $3 \times N$  和  $(3 \times N) \times (3 \times N)$ ,这就带来了计算上的复杂度。因此考虑分布的定位模式会增加灵活性及实用性。

### 参考文献:

- [1] Fox D, et al. Collaborative Multi-robot Localization [J]. Autonomous Robots on Heterogeneous Multi-robot Systems, Special Issue, 2000, 8(3).
- [2] Stroupe A W, Martin M C, Balch T. Distributed Sensor Fusion for Object Position Estimation by Multi-robot Systems [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '01) [C], Seoul, Korea, May, 2001: 1092 - 1098.
- [3] Howard A, Mataric M J, Sukhatme G S. Localization for Mobile Robot Teams Using Maximum Likelihood Estimation [A]. International Conference on Intelligent Robot and Systems (IROS02) [C], 30 Sept. - 5 Oct. 2002: 2849 - 2854.
- [4] Rekleitis I M, Dudek G, Miliotis E E. Multi-robot Cooperative Localization: A Study of Trade-off between Efficiency and Accuracy [A]. International Conference on Intelligent Robot and Systems (IROS02) [C], 30 Sept. - 5 Oct., 2002.
- [5] Roumeliotis S I, Bekey G A. Distributed Multirobot Localization [J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2002, 18(5).

