

互耦对 MIMO 信道空间相关特性的影响*

李 纪¹, 李晓舟², 张尔扬¹

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 大连理工大学 物理系, 辽宁 大连 116023)

摘要 :在合理的假设前提下,推导出考虑互耦效应时 MIMO 信道的空间相关特性与不考虑互耦时的空间相关特性之间的关系,得到了一个简洁的、具有一般性的表达式。计算了互耦对空间相关的影响,得到了一些结论。

关键词 :空间相关特性;互耦;无线信道;MIMO

中图分类号 :TN929.5 **文献标识码** :A

Impact of Mutual Coupling on the Spatial Correlation of MIMO Channel

LI Ji¹, LI Xiao-zhou², ZHANG Er-yang¹

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Department of Physics, Dalian Univ. of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract :A simple and general expression for the relationship between the spatial correlation matrices of the MIMO wireless channel with and without the impact of mutual coupling is derived under reasonable assumptions in this paper. Some computational results and conclusions based on the expression are also given.

Key words :spatial correlation; mutual coupling; wireless channel; MIMO

阵列天线技术在提高频谱效率、空间分集和干扰抑制方面具有显著的优越性,对于缓解无线电频谱资源日趋紧张的现状以及提高通信系统性能具有深远的意义^[1]。MIMO 无线系统在收发两端使用阵列天线,已成为未来无线通信系统的发展方向。阵列的空间相关特性对系统信道容量、空间分集增益以及 DOA(direction of arrival)估计都有重要的影响。当阵元之间的距离较小时,必须要考虑互耦效应给阵列空间相关特性带来的影响,然而在此前的研究中,均是针对二元偶极子阵列所得到的一些结论^[2-6],不具有一般性。本文利用阵列的阻抗矩阵分析了互耦对 MIMO 信道空间相关特性的影响,推导出存在互耦效应与不存在互耦效应时信道空间相关矩阵之间的关系,并根据推导的关系式计算了几种情况下考虑互耦效应时信道的空间相关特性。

1 不考虑互耦的空间相关

考虑不存在视线路径的频率非选择性信道,接收信号可表示为

$$y = H \cdot x + n \quad (1)$$

其中 y 、 x 、 n 分别表示接收信号矢量、发射信号矢量以及加性噪声矢量, H 为 $M \times N$ 阶信道系数矩阵, M 、 N 为接收阵列和发射阵列的阵元数。 H 的第 (q, s) 个元素 h_{qs} 表示第 s 个发射元与第 q 个接收元之间的信道系数,为零均值复随机变量。

令 R^R 、 R^T 、 R_{MIMO} 分别表示接收阵列、发射阵列和 MIMO 信道的空间相关系数矩阵,则它们均为半正定的 Hermitian 矩阵^[7]。以接收阵列为例,空间相关系数定义为

* 收稿日期:2005-12-08
基金项目:国家部委资助项目(113030401)
作者简介:李纪(1977—),男,博士生。

$$\rho_{pq}^R = \frac{\mathbb{E}[h_{ps}h_{qs}^*]}{\sqrt{\mathbb{E}[h_{ps}h_{ps}^*]\mathbb{E}[h_{qs}h_{qs}^*]}} = n_R^{-1} \cdot \mathbb{E}[h_{ps}h_{qs}^*] \quad (2)$$

上标 * 表示共轭运算, $\mathbb{E}[\cdot]$ 表示数学期望, s 为任意的发射元, n_R^{-1} 为归一化系数。同样, 发射阵列空间相关系数可表示为

$$\rho_{rs}^T = n_T^{-1} \cdot \mathbb{E}[h_{qr}h_{qs}^*] \quad (3)$$

假设发射端和接收端的空间统计特性相互独立^[8-9], 则 $R_{MIMO} = R^T \otimes R^R$, \otimes 代表 Kronecker 积, 即^[9]

$$\rho_{pr,qs} = \rho_{rs}^T \cdot \rho_{pq}^R \quad (4)$$

2 互耦效应

阵列的互耦可以由阻抗矩阵来描述。令 v 、 i 、 Z 分别表示 N 元阵列的天线端口电压矢量、电流矢量和阻抗矩阵, 则^[10]

$$v = Z \cdot i \quad (5)$$

Z 的第 (m, n) 个元素 z_{mn} 是第 m 个元与第 n 个元 ($m, n = 1, \dots, N$) 之间的互阻抗, 定义为^[10]

$$z_{mn} = \left. \frac{v_m}{i_n} \right|_{i_j=0}, \text{ 对于除 } j=n \text{ 之外的所有 } j \quad (6)$$

根据互易性, $z_{mn} = z_{nm}$ ^[10], 因此, Z 为对称矩阵。 z_{nn} 为第 n 个阵元的自阻抗, 等于阵元孤立时在自由空间里的输入阻抗^[10-11]。图 1 为 N 元发射阵列的等效电路, 其中 v_{sn} 、 z_{sn} 、 v_n^T 和 i_n 分别表示第 n 个阵元的激励源开路电压、源阻抗、天线端口电压和电流。

将电路的电压关系写成矢量形式, 则有

$$\begin{aligned} v_S &= v^T + Z_S i = v^T + Z_S [Z^T]^{-1} v^T \\ &= (Z^T + Z_S [Z^T]^{-1}) \cdot v^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$v^T = Z^T (Z^T + Z_S)^{-1} \cdot v_S = C^T \cdot v_S \quad (8)$$

其中 Z^T 、 Z_S 分别为发射阵列阻抗矩阵和源阻抗矩阵, Z_S 为对角阵, 假设所有源具有相同的阻抗 z_s , 则 $Z_S = z_s \cdot I$, I 为单位矩阵。

根据对称矩阵的性质, 易知 C^T 仍是对称矩阵, 将其称之为发射阵列的耦合矩阵。类似地, 可以得到 M 元接收阵列的耦合矩阵 $C^R = Z_L (Z_L + Z^R)^{-1}$, 其中 Z^R 为接收阵列的阻抗矩阵, Z_L 为负载阻抗矩阵, 是一个对角阵。同样假设所有负载具有相同的阻抗, 则 C^R 也是对称矩阵。令

v^R 、 v_L 分别表示接收阵列激励的开路电压矢量和负载上得到的电压矢量, 则

$$v_L = C^R \cdot v^R = Z_L (Z_L + Z^R)^{-1} \cdot v^R \quad (9)$$

本节中关于矩阵的逆运算由于在物理意义上是明确成立的, 因此没有讨论矩阵的奇异性。

3 考虑互耦的空间相关

在考虑阵元之间的互耦效应后, 将(1)式改写成

$$y = C^R H C^T \cdot x + n = H_C \cdot x + n \quad (10)$$

H_C 代表考虑互耦之后的信道系数矩阵。考虑互耦效应时, 接收阵列空间相关系数为

$$\rho_{pq}^R = \frac{\mathbb{E}[h_{C,ps}h_{C,qs}^*]}{\sqrt{\mathbb{E}[h_{C,ps}h_{C,ps}^*]\mathbb{E}[h_{C,qs}h_{C,qs}^*]}} \quad (11)$$

下标 C 表示考虑互耦之后的相应参数。

$$\mathbb{E}[h_{C,ps}h_{C,qs}^*] = \mathbb{E} \left[\left(\sum_{m=1}^M c_{pm}^R \sum_{n=1}^M h_{mn} c_{ns}^T \right) \cdot \left(\sum_{m'=1}^M c_{qm'}^R \sum_{n'=1}^M h_{m'n'} c_{n's}^T \right)^* \right]$$

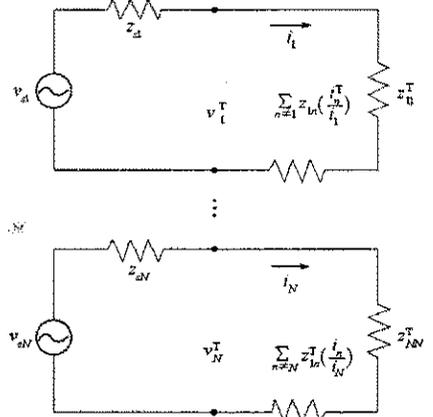


图 1 存在互耦效应的 N 元发射阵列等效电路
Fig.1 Equivalent circuits of N -element transmitter array with mutual coupling

$$\begin{aligned}
&= \mathbb{E} \left[\sum_m \sum_n c_{pm}^R h_{mn} c_{ns}^T \cdot \sum_{m'} \sum_{n'} c_{qm'}^{R*} h_{m'n'}^* c_{n's}^{T*} \right] \\
&= \sum_m \sum_n \sum_{m'} \sum_{n'} c_{pm}^R c_{ns}^T c_{qm'}^{R*} c_{n's}^{T*} \mathbb{E} [h_{mn} h_{m'n'}^*]
\end{aligned} \quad (12)$$

根据 C^R 、 C^T 的对称性,并将式(2)(3)(4)代入上式中,可以得到

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [h_{C,ps} h_{C,qs}^*] &= n_R n_T \sum_n \sum_{n'} c_{sn}^T c_{nn'}^T c_{n's'}^{T*} \cdot \sum_m \sum_{m'} c_{pm}^R c_{mm'}^R c_{m'q}^{R*} \\
&= n_R n_T [C^T R^T [C^T]^H]_{s,s} \cdot [C^R R^R [C^R]^H]_{p,q}
\end{aligned} \quad (13)$$

其中 $[\cdot]^H$ 为矩阵的共轭转置 $[A]_{i,j}$ 表示矩阵 A 的第 (i,j) 个元素。

令 $P^T = C^T R^T [C^T]^H$, $P^R = C^R R^R [C^R]^H$, 则

$$\mathbb{E} [h_{C,ps} h_{C,ps}^*] = \mathbb{E} [|h_{C,ps}|^2] = n_R n_T [P^T]_{s,s} \cdot [P^R]_{p,p} \quad (14)$$

$$\mathbb{E} [h_{C,qs} h_{C,qs}^*] = \mathbb{E} [|h_{C,qs}|^2] = n_R n_T [P^T]_{s,s} \cdot [P^R]_{q,q} \quad (15)$$

由于 R^R 、 R^T 为半正定矩阵,则二次型^[12]

$$[P^T]_{s,s} = [C^T R^T [C^T]^H]_{s,s} = c_s^T \cdot R^T \cdot [c_s^T]^H \geq 0 \quad (16)$$

其中 c_s^T 表示矩阵 C^T 的第 s 行矢量。同理 $[P^R]_{p,p}$ 、 $[P^R]_{q,q} \geq 0$, 又由式(14)(15)的物理意义,不取等号。因此

$$\rho_{C,pq}^R = \frac{[P^R]_{p,q}}{\sqrt{[P^R]_{p,p}} \sqrt{[P^R]_{q,q}}} \quad (17)$$

令实对角矩阵

$$D^R = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{[P^R]_{1,1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sqrt{[P^R]_{M,M}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

则

$$R_C^R = D^R P^R D^R = D^R [C^R R^R [C^R]^H] D^R \quad (19)$$

R_C^R 为考虑互耦的接收阵列空间相关系数矩阵。定义 R_C^T 、 $R_{C,MIMO}$ 为考虑互耦的发射阵列空间相关系数矩阵和信道空间相关系数矩阵,实对角矩阵

$$D^T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{[P^T]_{1,1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sqrt{[P^T]_{N,N}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

通过类似的推导,可以得到

$$R_C^T = D^T P^T D^T = D^T [C^T R^T [C^T]^H] D^T \quad (21)$$

$$R_{C,MIMO} = R_C^T \otimes R_C^R \quad (22)$$

式(19)(21)说明,考虑互耦效应之后阵列的空间相关系数矩阵由阵列的耦合矩阵和无互耦时阵列的空间相关系数矩阵决定。针对无互耦时 MIMO 信道的空间相关特性,已有大量的文献对此作出了分析,并且有了许多可用的结论,而耦合矩阵可由阵列的阻抗矩阵和源阻抗矩阵或负载阻抗矩阵经过简单运算得到,因此利用式(19)(21)(22)可以容易地得到考虑互耦之后 MIMO 信道的空间相关特性。式(19)(21)(22)是在信道收发两端空间统计特性相互独立、发射阵列各源阻抗相同以及接收阵列各负载阻抗相同的假设下得到的,并未对具体的阵列结构、阵元形式以及信道的空间统计特性(通常由 PAS 表征)作出限定,而且这些假设对于实际的无线 MIMO 系统来说是合理的,因此结果具有一般性。

4 计算结果

以二元半波偶极子阵列为例,利用式(19)(21)分别计算了发射阵列和接收阵列在不同 PAS 分布条件下两阵元之间的空间相关系数,并与无互耦时的空间相关系数进行了对比,计算结果在图 2 中给出。

从图中可以看出,相同的阵列在作为发射天线和接收天线时,空间相关特性有着显著的差异。这是因为在发射阵列中,互耦的影响相当于改变了图1所示等效电路中的负载阻抗特性,而在接收阵列中,改变的是等效电路的源阻抗特性,这种差异也体现在耦合矩阵 C^T 和 C^R 的定义式中。对比图2(a)和(b)可以看出,空间相关特性主要由PAS决定,互耦的影响使空间相关曲线围绕无互耦时的曲线振荡,并随着阵元间距的增加,趋近于无互耦时的相关特性。

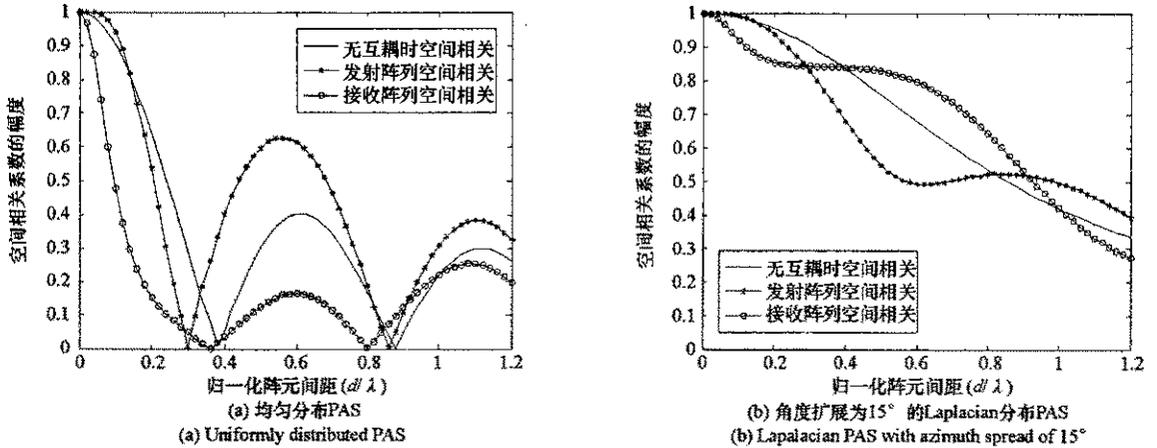


图2 考虑互耦效应时不同PAS分布条件下二元半波偶极子阵列的空间相关系数

Fig.2 Spatial correlation coefficients with mutual coupling of 2-element array of half-wave dipole under different PASs

图3给出了均匀PAS分布条件下,三元半波偶极子均匀线阵(ULA)分别作为发射天线和接收天线时,阵元1、2之间和阵元1、3之间的空间相关系数,并与二元阵列的空间相关进行了对比。显然,由于互耦效应的存在,阵列的结构以及阵元在阵列中所处的位置影响空间相关特性,而这种影响在天线作为发射和接收时有所不同。

上述计算过程中,阵列的阻抗矩阵是利用HFSSTM计算的结果,源阻抗和负载阻抗分别与相应发射和接收阵元的自阻抗共轭匹配。

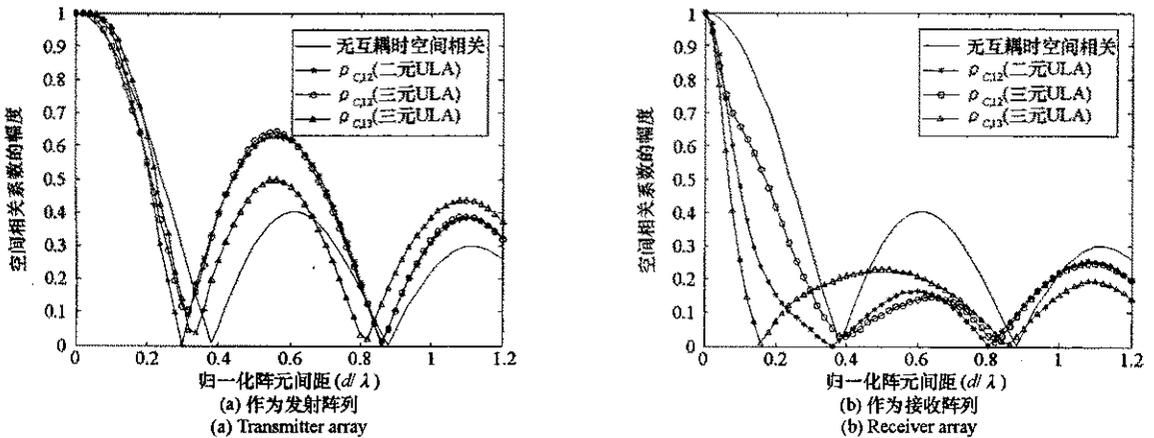


图3 考虑互耦效应时三元半波偶极子阵列的空间相关系数

Fig.3 Spatial correlation coefficients with mutual coupling of 3-element array of half-wave dipole

5 结论

在合理的假设前提下,推导出了考虑互耦效应时无线MIMO信道空间相关特性的一般性结论,根据式(19)、(21)、(22)可以容易地分析各种不同条件下互耦效应对信道空间相关特性的影响。计算结果表明,互耦效应对信道空间相关特性具有显著的影响。考虑互耦效应后,阵列的结构以及阵元在阵列中所处的位置影响空间相关特性,阵列在作为发射天线和接收天线时,互耦对空间相关特性具有不同的影响。

参 考 文 献:

- [1] 桑怀胜,李峥嵘. 智能天线的原理、自适应波束形成算法的研究进展与应用[J]. 国防科技大学学报,2001,23(6):83-89.
- [2] Wallace J W , Jensen M A . Mutual Coupling in MIMO Wireless Systems : A Rigorous Network Theory Analysis[J]. IEEE Trans. Commun. ,2004,3(4):1317-1325.
- [3] Clerckx B , Vanhoenacker-Janvier D , Oestges C , et al . Mutual Coupling Effects on the Channel Capacity and the Space-Time Processing of MIMO Communication Systems[A]. In : Proc. IEEE ICC '03 [C],2003,4:2638-2642.
- [4] Leifer M C . Signal Correlations in Coupled Cell and MIMO Antennas[A]. In : Proc. IEEE ISAPS '02 [C]. San Antonio , TX ,2002,3:194-197.
- [5] Ozdermir M K , Arvas E , Arslan H . Dynamics of Spatial Correlation and Implications on MIMO Systems[J]. IEEE Radio Commun. ,2004 :S14-S19.
- [6] Li X , Nie Z-P . Mutual Coupling Effects on the Performance of MIMO Wireless Channels[J]. IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett. ,2004,3(1):344-347.
- [7] Paulraj A J , Nabar R , Gore D . Introduction to Space-Time Wireless Communications[M]. Cambridge : Cambridge University Press ,2003.
- [8] Xu H , Chizhik D , Huang H , et al . A Generalized Space-Time Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Channel Model[J]. IEEE Trans. Wireless Commun. ,2004,3(3):966-975.
- [9] Kermao J P , Schumacher L , Pedersen K I , et al . A Stochastic MIMO Radio Channel Model with Experimental Validation [J]. IEEE J. Select. Areas Commun. ,2002,20(6):1211-1226.
- [10] Stutzman W L , Thiele G A . Antenna Theory and Design [M]. New York : John Wiley & Sons ,1981.
- [11] Balanis C A . Antenna Theory : Analysis and Design[M]. 3rd ed. New York : John Wiley & Sons ,2005.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京 :清华大学出版社,2004.

(上接第 67 页)

参 考 文 献:

- [1] Andra S . Al-Kofahi O , Radke R J , et al . Image Change Detection Algorithm : A Systematic Survey[R]. Technical Report of Department of Electrical , Computer , and Systems Engineering Rensselaer Polytechnic Institute . July 4 ,2003.
- [2] Cavallaro A , Ebrahimi T . Classification of Change Detection Algorithm for Object-based Applications[A]. Proc. of Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services[C], London ,9-11 , April 2003.
- [3] Aach T , Kaup A . Bayesian Algorithm for Adaptive Change Detection in Image Sequences using Markov Random Field[A]. ISPACS [C], Sendai , Japan , October 1993 56-61.
- [4] Bruzzone L , Prieto D F . Automatic Analysis of the Difference Image for Unsupervised Change Detection[J]. IEEE Transaction on Geoscience and remote sensing 2000 38(3).
- [5] Bruzzone L , Prieto D F . An Adaptive Semiparametric and Context-based Approach to Unsupervised Change Detection in Multitemporal Remote-sensing Images[J]. IEEE Transaction On image processing 2002 11(4).
- [6] Durucan E , Ebrahimi T . Change Detection and Background Extraction by Linear Algebra[J]. Proceeding of the IEEE ,2001 89(10).
- [7] Durucan E , Ebrahimi T . Improved Linear Dependence and Vector Model for Illumination-invariant Change Detection[A]. Proceedings of SPIE [C],2001 4303.
- [8] Li L , Leung M K H . Integrating Intensity and Texture Differences for Robust Change Detection[J]. IEEE Transaction on Image Processing 2002 11(2).
- [9] Liu S C , Fu C W , Chang S . Statistical Change Detection with Moments under Time-varying Illumination[J]. IEEE Transaction on Image Processing 1998 7(9).
- [10] 王润生. 图像理解 [M]. 长沙 :国防科技大学出版社,1995 51.
- [11] Tsao T , Wen Z . Image-based Target Tracking Through Rapid Sensor Orientation Change[J]. SPIE Optical Engineering ,2002 41(3).
- [12] Itti , Kock , Niebur . A Model of Saliency-based Visual Attention for Rapid Scene Analysis[J]. IEEE PAMI November 1998 20(11).

