

## 磁流变液剪切屈服应力模型的理论分析与实验\*

彭小强, 尤伟伟, 石 峰

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** :剪切屈服应力是评价磁流变液流变性能的最重要参数,建立全面、准确的磁流变液剪切屈服应力模型对于反映磁流变液的流变学本质及磁流变液的工程应用都具有重要意义。在分析磁流变液微观结构的基础上,采用电磁力学与流体动力学相结合的方法,建立了磁流变液的剪切屈服应力模型,并在自行研制的磁流变液剪切屈服应力测试装置上对自制的磁流变液进行了实验测试,验证了模型的正确性。

**关键词** :磁流变液;剪切屈服应力;建模

**中图分类号** :TB303 **文献标识码** :A

## A Micro-mechanic-hydrodynamic Model for Yield Stress of Magnetorheological Fluids

PEN Xiao-qiang, YOU Wei-wei, SHI Feng

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changshan 410073, China)

**Abstract** :A new micro-mechanic-hydrodynamic model(MMH-Model) to predict the yield stress of magnetorheological fluids has been developed. The storage modulus of a MR fluid with a three-dimensional chain structure model and the apparent viscosity of a MR fluid using the balance between the magnetic torque and hydrodynamic torque are determined. The magnetic interaction between the particles and the wall, as well as the static coefficient of friction, are considered. The predictions of the model are compared to preliminary experimental data obtained in a controlled stress plate-plate rheometer and other theoretical predictions. It is found that the model gives almost the correct yield stress for the MRFs in the magnetic fields lower than the saturation field, but underestimates the experimental results obtained in the magnetic fields higher than the saturation field.

**Key words** :magnetorheological fluids; yield stress; modeling

磁流变液是由尺寸为微米或纳米级的磁性微粒分散于某些低磁导率载液中,并加入少量的稳定剂形成的悬浮液。这种悬浮液在不加磁场时是可流动的液体,与牛顿流体相似。在外加磁场的作用下磁流变液的结构和性能表现出特殊的特征,可于瞬间(毫秒级)由液体变成类固体,其粘度陡然增大几个数量级以致失去流动性,表现出类固体的行为。当撤去外磁场后,又能立即恢复原状<sup>[1]</sup>。与其他智能材料相比,磁流变液具有剪切屈服应力大、工作温度范围广、稳定性好、安全性高、设备的性能要求不高、对现有液压系统的兼容性好等优点<sup>[2]</sup>。磁流变抛光液是磁流变抛光加工技术中的关键因素之一。磁流变液屈服应力模型的准确性对建立磁流变抛光去除函数模型及获得高精度、高质量的磁流变抛光表面至关重要。在理论研究方面,国外的很多研究者如 Ginder<sup>[3]</sup>、Rosenswing<sup>[4]</sup>、Bossis<sup>[5]</sup>等人分别在不同的假设前提下,推导出各自的磁流变液流变模型,这些模型都可以描述磁流变液某方面的特性,但还都无法全面、准确地对磁流变液的本质进行描述。本文运用电磁学与流体动力学的基本原理建立了磁流变液剪切屈服应力模型,以更全面、准确地描述磁流变液的本质。

\* 收稿日期 2005 - 12 - 02

基金项目 :国家自然科学基金重点资助项目(50535020)

作者简介 :彭小强(1977—),男,讲师,博士。

### 1 模型的建立

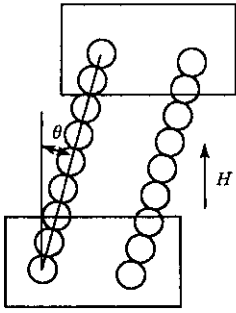


图 1 磁流变液链状结构图

Fig.1 Schematic representation showing the shape orientation of the magnetic particles chain

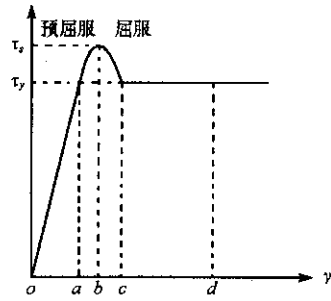


图 2 典型的  $\tau - \gamma$  曲线 ( $\gamma$  恒定)

Fig.2 The typical curve ( $\gamma = \text{constant}$ ) pre-deformation phase ( $o - b$ ) transition phase ( $b - c$ ) balance phase ( $c - d$ )

如图 1 所示,假设在上下滑板间充满磁流变液,在外加磁场的作用下,磁流变液中的磁性微粒形成链状结构,链的末端吸附于上下滑板上。则有

$$\phi = \frac{2\pi a^2 N}{3S} \cos\theta \tag{1}$$

$$\gamma = \tan\theta \tag{2}$$

式中: $\phi$  为磁性粒子的体积分数; $N$  为面积是  $S$  的区域内磁性链的条数; $a$  为羟基铁粉微粒半径; $\theta$  为磁性链偏移角度; $\gamma$  为磁性链的剪应变。

如图 2 所示,典型的  $\tau - \gamma$  曲线可分为 3 个阶段 (1)初始变形阶段 ( $o - b$ ),磁流变液处于预屈服状态,链与上下滑板间未产生相对滑动。(2)过渡阶段 ( $b - c$ ),磁流变液从预屈服状态向屈服状态过渡,剪切屈服强度从静态屈服强度过渡到动态屈服强度,链与上下滑板间开始产生相对滑动。(3)平衡阶段 ( $c - d$  及以后),磁流变液处于完全屈服状态,剪切屈服强度为动态屈服强度,链在上下滑板间匀速滑动。

在预屈服阶段,由于剪应变相对较小,链的运动速度低,故环境液体对链的影响小,流体动力学特性表现不明显,电磁力为主要影响因素。此阶段可采用刚性小球在磁场中受力的模型进行计算。在屈服阶段,若剪应变率保持不变,则屈服强度相对恒定。若逐渐增大剪应变率,随着流速的不断增加,流体动力学特性成为主要影响因素。此阶段可采用刚性链球结构在粘性流体中的运动模型进行计算。

因此,剪切屈服强度模型为

$$\tau = \eta\dot{\gamma} + G\gamma \tag{3}$$

式中: $\tau$  为剪切屈服强度; $\eta$  为表观粘度; $G$  为刚度。其中  $G$  可分段近似表示为

$$G = \begin{cases} G_0 & 0 < \gamma < b \\ -G_0 & b < \gamma < c \\ 0 & \gamma > c \end{cases} \tag{4}$$

下面分别计算  $G_0$ 、 $\eta$ 。在预屈服阶段,采用刚性小球在磁场中受力的模型,可得<sup>[6]</sup>

$$F_m \approx \mu_0 \pi a^2 M_s^2 \left( \frac{2H}{M_s} - \frac{\varepsilon}{2} \right) \tag{5}$$

$$\tau_s = 2.31 \phi \mu_0 M_s^{0.5} H^{1.5} \tag{6}$$

$$G_0 = 3\mu_0 \phi M_s H \tag{7}$$

应用流体力学理论,对粘性不可压缩流体中运动的链状小球进行分析。如图 3 所示。

由粘性不可压缩流体绕流公式可知,单个球体受力为<sup>[7]</sup>

$$f_0 = 6\pi \cdot \eta_c \cdot u \cdot a \tag{8}$$

式中: $f_0$  为单个球体所受流体阻力; $\eta_c$  为环境液体粘度; $u$  为球体相对运动速度。

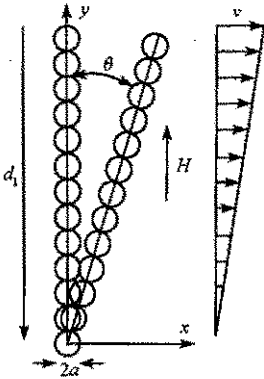


图3 链状小球结构水力学模型  
Fig.3 The hydrodynamic model  
of the magnetic particles chain

由链状小球整体处于平衡状态,则有

$$T_f + T_h = T_m \quad (9)$$

$$F_f = F_{mx} + F_h$$

式中:  $T_f$  为摩擦力转矩;  $F_f$  为摩擦力;  $T_m$  为电磁力转矩;  $F_{mx}$  为电磁力;  $T_h$  为流体动力转矩;  $F_h$  为流体动力。其中流体动力具有如下表达式:

$$F_h = 6\pi a\eta_c(0.5v - v_c) \quad (10)$$

式中:  $v$  为上滑板运动速度;  $v_c$  为链状小球运动速度。流体动力转矩为

$$T_h = \frac{3}{4}\pi a\eta_c v d_1 \quad (11)$$

式中:  $d_1$  为上下滑板间距离。

分别将式(10)、(11)代入式(9),并求解此平衡方程组,可得表观粘度的计算公式为

$$\eta = \frac{24k\phi\mu d_1 F_m}{\pi v a^2} \quad (12)$$

式中:  $\mu$  为链状小球与滑板间动摩擦因数;  $F_m$  为相邻小球间电磁作用力;  $k$  为修正因子。

综上所述:

$$\tau = \frac{24k\phi\mu d_1 F_m}{\pi v a^2} \gamma + G\gamma \quad (13)$$

其中:

$$G = \begin{cases} 3\mu_0 \phi M_s H & 0 < \gamma < b \\ -3\mu_0 \phi M_s H & b < \gamma < c \\ 0 & \gamma > c \end{cases}$$

## 2 实验及结果

采用自行配制的磁流变抛光液及自主开发的新型磁流变液性能测试装置进行剪切屈服强度的测试实验。磁流变液 A 的配方(体积比)为:35% 的磁性微粒(具有亲水性外壳结构),55% 的水,6% 的氧化铈,3.5% 的表面活性剂,0.5% 的添加剂。磁流变液 B 的配方(体积比)为:35% 的复合粒子(具有亲油性外壳结构),55% 的水,6% 的氧化铈,3.5% 的表面活性剂,0.5% 的添加剂。测试装置的如图 4 所示,图中平行板型容器中充满磁流变液,驱动电机带动下平板转动,则通过扭矩传感器测量出下平板的输出扭矩,即可计算出磁流变液的剪切屈服强度。由几何关系有

$$\gamma = \frac{r\beta}{d}, \gamma = \frac{\omega r}{d} \quad (14)$$

式中:  $\omega$  为剪切盘的旋转角速度;  $\beta$  为剪切盘旋转角度;  $d$  为剪切盘间距离;  $r$  为极半径。

在预屈服阶段,剪应变较小,可近似认为剪应变率为零,故磁流变液的静态屈服强度为

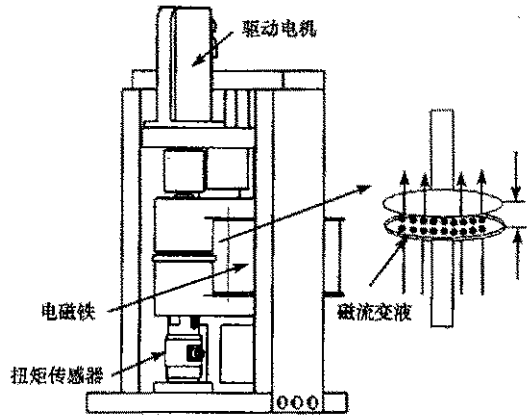


图4 测试装置剪切机构图  
Fig.4 Schematic diagram of  
parallel-plate controlled MRF rheometer

$$\tau_s = \max_{\gamma > 0} \frac{2 \int_0^R r^2 G \gamma dr}{R^2} \tag{15}$$

式中 : $R$  为剪切盘半径。

在屈服阶段 ,可认为磁流变液的剪切屈服强度与剪应变无关 ,仅由剪应变率确定 ,此时剪切应力的计算式为<sup>[8]</sup>

$$\tau(R) = \frac{1}{\pi R^3} (\omega \frac{\partial M}{\partial \omega} + 3M) \tag{16}$$

下面举例说明磁流变液与边界间的摩擦系数和边界滑移现象之间的关系。当摩擦系数为 0.4 时 ,由计算可知 ,边界无滑移现象 ,测量到的磁流变液 A、B 的剪切屈服强度如图 5 中上方图线所示。此时磁流变液与边界间的相互作用力强于磁流变液内部磁性颗粒间的相互作用力。当摩擦系数为 0.1 时 ,由计算可知 ,边界产生滑移现象 ,测量到的磁流变液 A、B 的剪切屈服强度如图 5 中下方曲线所示。此时磁流变液内部磁性颗粒间的相互作用力强于磁流变液与边界间的相互作用力。

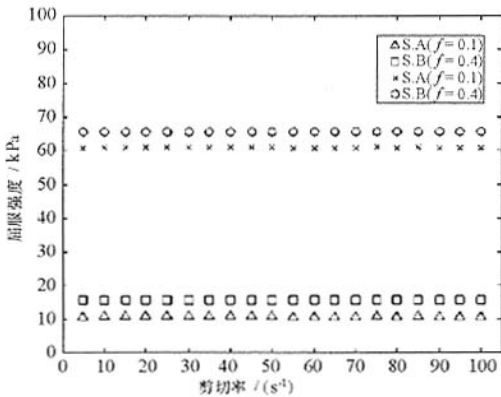


图 5 剪切屈服强度与剪切速率关系图 (磁场强度  $H = 0.4\text{KOe}$ )

Fig.5 Steady shear stress vs the shear rate for the Magnetorheological suspensions :a suspensions A ; b suspensions B.( magnetic field is 0.4KOe )

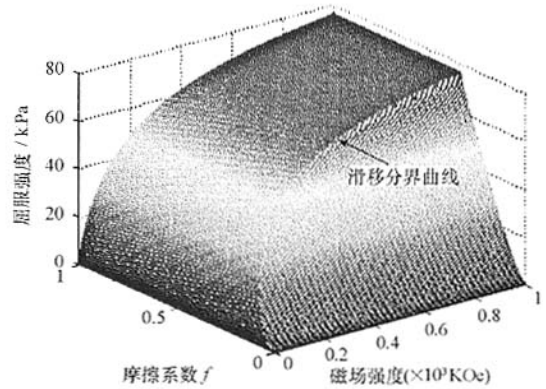


图 6 屈服强度与壁面摩擦系数、磁场强度关系仿真图

Fig.6 Yield stress vs the friction coefficient of the wall surface for suspensions A in the varies magnetic field

由图 5 可见 ,在壁面滑移的情况下 ,磁流变液的性能受到很大影响 ,磁流变液表征出剪切屈服强度不再由磁流变液内部的性质决定 ,而在很大程度上是由壁面的特性来决定。因此 ,有时改善壁面状况比改善磁流变液内部性质对于提高剪切屈服强度更为有效。

图 6 以磁流变液 A 为例 ,应用微观机械流体动力学模型 ,说明了剪切屈服强度与壁面摩擦系数 ,磁场强度间的相互关系。类似的可得到磁流变液 B 的仿真关系图。图中箭头所指为滑移分隔线 ,在分隔线内侧未发生滑移 ,在分隔线外侧产生了滑移。

图 7 说明了磁场饱和现象。在图 7(a)中 ,对于磁流变液 A ,在磁场强度小于 630KOe 时 ,微观机械流体动力学模型结果基本正确 ;当磁场强度大于 630KOe 时 ,微观机械流体动力学模型计算结果偏小。经测量可知 ,磁流变液 A 的饱和磁场强度接近 630KOe。同样的 ,在图 7(b)中 ,对于饱和磁场强度接近 530KOe 磁流变液 B ,对应曲线的转折点也在 530KOe 附近。可见微观机械流体动力学模型(MMH)在磁场强度大于饱和磁场强度时 ,计算结果偏小。这是因为随着磁场强度的不断增大 ,磁性粒子间的链状结构被破坏 ,柱状或其它结构形成 ,从而使原有的模型失效。在图 7(a)(b)中 ,同时对比了其它模型的计算结果 ,比如双极型模型(D-C)<sup>[5]</sup>和片状结构模型(L-S)<sup>[3]</sup> ,如图可见微观机械流体动力学模型与实际实验结果较为接近 ,比双极型模型和片状结构模型更为准确、可靠。

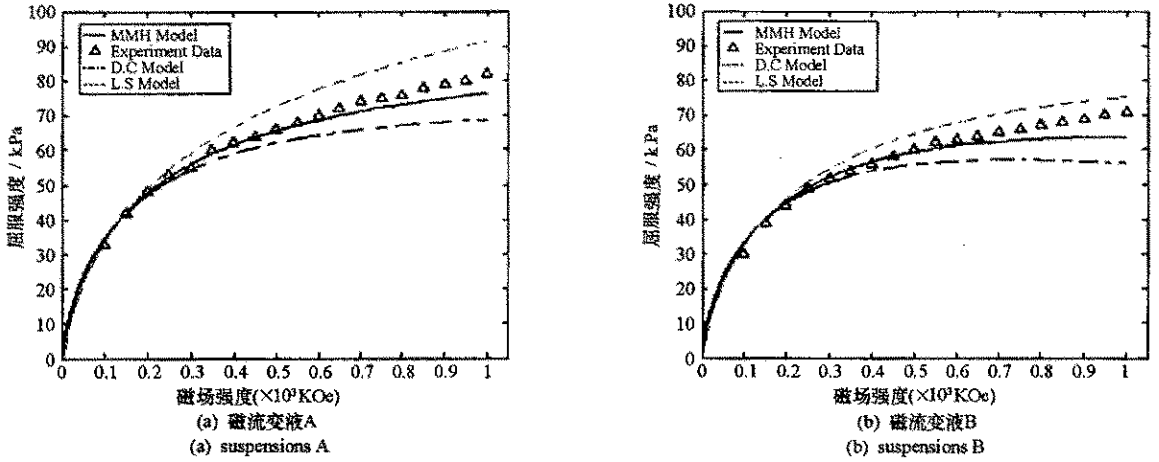


图7 静态屈服强度与磁强强度关系图(摩擦系数为0.4)

Fig.7 Static yield stress vs the varies magnetic fields(friction coefficient of the wall surface is 0.4)

### 3 结论

作者在充分考虑影响磁流变液剪切屈服强度的各个因素(磁场强度、体积百分比浓度、微粒颗粒度、温度等)的基础上,采用分段建模的方法,建立了磁流变液的剪切屈服应力模型,并通过实验,验证了模型的正确性。所建模型与其他模型相比,考虑因素更为全面,所得理论分析结果更接近实际情况。比如在建模过程中通过引入摩擦因数参数,考虑了壁面材料对剪切屈服应力的影响,即所谓的“壁面效应”。在表观粘度的计算中,考虑了磁流变液的“内转矩”使模型更为准确。

### 参考文献:

- [1] 汪建晓,孟光. 磁流变液研究进展. 航空学报[J]. 2002, 23(6): 12.
- [2] Kordonsky W I. Adaptive Structures Based on Magnetorheological Fluids.[A] Proc<sup>3rd</sup> Int Conf, Adaptive Struct., ed Wada, Natori and Breitbach, 13-17. San Diego, CA, 1992.
- [3] Ginder J M, Davis L C. Shear Stress in Magnetorheological Fluids: Role of Magnetic Saturation. [J] Appl. Phys. 1994, 65(26): 3410-3412.
- [4] Rosensweig R E. On Magnetorheology and Electrorheology as States of Unsymmetric Stress [J]. J. Rheol. 1995, 39(1): 179.
- [5] Bossis G, Lemaire E. Yield stress in Magnetorheological and Electrorheological Fluids: A Comparison between Microscopic and Macroscopic Structural Models [J]. J. Rheol. 1997, 41(3): 687.
- [6] Bossis G, Lacisb S, Meunier A, et al. Magnetorheological Fluids [J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 2002 252-224-228.
- [7] 吴望一. 流体力学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1983.
- [8] 金昀. 磁流变液剪切屈服应力的实验测试和理论计算[D]. 中国科学技术大学, 2000.

