

基于逐步后退法的车辆半侧液压主动悬挂最优控制设计与仿真*

刘震,祝晓才,罗成,胡德文

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

摘要 :建立了充分考虑液压装置动力学特性的车辆半侧非线性主动悬挂模型,并提出了线性二次型最优控制与非线性逐步后退法相结合的内外环控制方案。首先根据目标需求在外环设计二次型指标下的最优控制器,然后在内环利用逐步后退法处理因液压装置引入的非线性项。仿真结果表明,使用该设计方案的主动悬挂可以获得比被动悬挂优越的车辆性能。

关键词 :车辆半侧模型 ;主动悬挂 ;液压执行机构 ;最优控制 ;逐步后退法

中图分类号 :U461.4 文献标识码 :A

Backstepping Based Optimal Control Design and Simulation of Hydraulic Active Suspensions Applied to a Half-car Model

LIU Zhen, ZHU Xiao-cai, LUO Cheng, HU De-wen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract :An active suspension control scheme using a combination of optimal control and backstepping technique is presented. It is based on a nonlinear half-car model fully considering the dynamics of the hydraulic actuator. The detailed procedure consists of two steps : firstly the linear quadratic optimal controller is designed based on the performance characteristics requirement in outer loop, and then the nonlinear terms caused by the hydraulic actuators are dealt with backstepping method in inner loop. Simulation results show that the car has safe maneuverability and excellent ride comfortability by using the proposed scheme.

Key words :half-car model ; active suspension ; hydraulic actuator ; optimal control ; backstepping design

随着汽车车速的提高,传统的被动悬挂现在已经很难满足进一步提升车辆性能的要求。主动悬挂系统可以通过对路面状况与车体响应的监测,使执行机构主动地调整并产生所需要的控制力,从而同时改善乘坐舒适性和操纵安全性,因此主动悬挂技术受到国内外的广泛关注和研究^[1-2]。从陆续发表的文献可以看出,主动悬挂的控制技术,几乎涉及了现代控制理论的所有分支^[3-10]。

本文在充分考虑液压装置动力学特性的基础上,建立了四自由度车辆半侧主动悬挂系统模型。并根据系统特点将系统分为内外两个环路,利用线性二次型最优控制与逐步后退法^[7,11]相结合的控制方案实现了控制设计。

1 主动悬挂系统模型的建立

选取车辆半侧主动悬挂系统为研究对象,且假设线性无质量的弹簧以及与变形速度成比例的减振装置在压缩和拉伸时性能保持不变、无摩擦、忽略车胎的阻尼而且车轮不会脱离地面。系统的物理模型如图 1 所示。

前后两个车轮以及车轴通过并联结构的弹簧、阻尼器和液压作动器与二分之一比例的车体相连。与被动悬挂相比,主动悬挂系统在被动弹簧-阻尼并联结构中添加了液压作动器提供主动控制力。

车体质量为 M_b ,其重心惯性矩为 J_y ,前后的簧下质量分别为 M_{uf} 和 M_{ur} 。为了简化起见,忽略车体

* 收稿日期 2006 - 02 - 17

基金项目 :国家自然科学基金资助项目(60234030)

作者简介 :刘震(1977—),男,博士生。

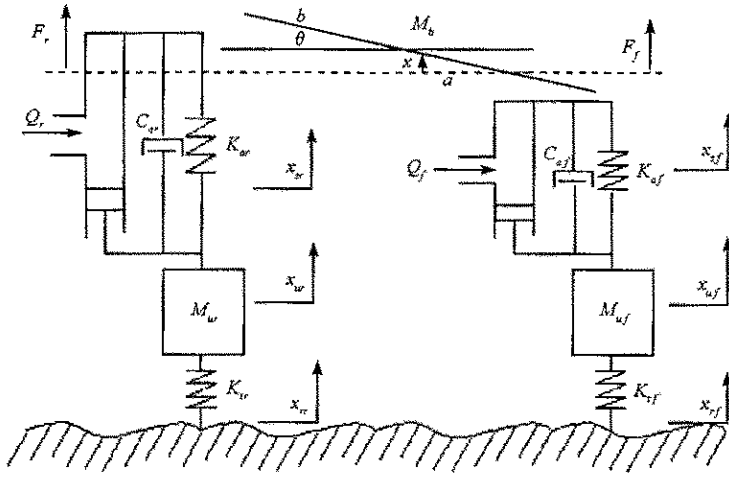


图1 半车主动悬挂模型

Fig.1 The half-car active suspension model

的滚转运动并且假定车身俯仰角 θ 非常小。则由图1可以得出前后车轮处的车体位移 x_{sf} 和 x_{sr} 分别为

$$x_{sf} = x - a \sin \theta \approx x - a\theta, x_{sr} = x + b \sin \theta \approx x + b\theta \quad (1)$$

其中 a 和 b 分别是车体的重心到前后轮的轴距, x 表示车体重心的升降位移。

对前后车轮处的车体进行受力分析, 可以得出垂直方向的平衡力 F_f 和 F_r 分别为

$$F_f = -K_{af}(x_{sf} - x_{uf}) - C_{af}(\dot{x}_{sf} - \dot{x}_{uf}) + u_{af}, F_r = -K_{ar}(x_{sr} - x_{ur}) - C_{ar}(\dot{x}_{sr} - \dot{x}_{ur}) + u_{ar} \quad (2)$$

其中 K_{af} 和 K_{ar} 分别为前后的弹性系数; C_{af} 和 C_{ar} 是前后的阻尼系数; x_{uf} 和 x_{ur} 是前后轮位移; u_{af} 和 u_{ar} 是前后液压作动器提供的主动控制力。

很多已有的文献假定液压作动器是理想器件, 可以实现任意幅值的控制指令 u_{af} 和 u_{ar} , 从而将 u_{af} 和 u_{ar} 直接作为控制输入。而对于实际系统, 由于受液压作动器输出的饱和特性及响应速度约束, 这一点往往很难满足。因此在建模中有必要进一步分析液压装置的动力学特性。参照文献[4-5, 12]可以得到前后液压装置提供的主动控制力 u_{af} 和 u_{ar} 为

$$u_{af} = S \cdot P_{Lf}, u_{ar} = S \cdot P_{Lr} \quad (3)$$

其中 S 是液压缸活塞面积, P_{Lf} 和 P_{Lr} 分别是前后活塞压降。 P_{Lf} 和 P_{Lr} 的微分、前后液压缸流量(Q_f 和 Q_r)为

$$\begin{aligned} \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_{Lf} &= Q_f - C_{ip}P_{Lf} - S(\dot{x}_{sf} - \dot{x}_{uf}), Q_f = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_{vf})P_{Lf}]C_d w x_{vf} \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn}(x_{vf})P_{Lf}|} \\ \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_{Lr} &= Q_r - C_{ip}P_{Lr} - S(\dot{x}_{sr} - \dot{x}_{ur}), Q_r = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_{vr})P_{Lr}]C_d w x_{vr} \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn}(x_{vr})P_{Lr}|} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 V_t 是总的作动器容量, β_e 是有效体积系数, C_{ip} 是活塞总的泄漏因子, C_d 是流出系数, w 是伺服阀面积梯度, ρ 是液体密度, P_s 是提供压降。前后伺服阀位移(x_{vf} 和 x_{vr})分别由相应的电压或电流输入(u_f 和 u_r)控制, 不失一般性, 它们的关系由时间常数为 τ 的线性滤波器来近似, 即

$$\dot{x}_{vf} = \frac{1}{\tau}(-x_{vf} + u_f), \dot{x}_{vr} = \frac{1}{\tau}(-x_{vr} + u_r) \quad (5)$$

以车辆静止时的平衡状态位置作为重心位移和角位移的原点, 可以得到车体的运动方程:

$$\begin{aligned} M_b \ddot{x} &= F_f + F_r \\ J_y \ddot{\theta} &= -F_f a \cos \theta + F_r b \cos \theta \approx -F_f a + F_r b \end{aligned} \quad (6)$$

同样, 可以得到前后的簧下质量的运动方程为

$$\begin{aligned} M_{uf} \ddot{x}_{uf} &= K_{af}(x_{sf} - x_{uf}) + C_{af}(\dot{x}_{sf} - \dot{x}_{uf}) - K_{tr}(\dot{x}_{ur} - \dot{x}_{ur}) - u_{af} \\ M_{ur} \ddot{x}_{ur} &= K_{ar}(x_{sr} - x_{ur}) + C_{ar}(\dot{x}_{sr} - \dot{x}_{ur}) - K_{tr}(\dot{x}_{ur} - \dot{x}_{ur}) - u_{ar} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, K_{lf} 和 K_{lr} 分别为前后轮的轮胎弹性系数; x_{lf} 和 x_{lr} 为前后车轮受到的路面激励。

选择状态 $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$, $x_5 = x_{sf} - x_{uf}$, $x_6 = \dot{x}_{uf}$, $x_7 = \mu P_{lf}$, $x_8 = x_{vf}$, $x_9 = x_{sr} - x_{ur}$, $x_{10} = \dot{x}_{ur}$, $x_{11} = \mu P_{lr}$, $x_{12} = x_{vr}$ 其中, 前后活塞压降 P_{lf} 和 P_{lr} 利用常数 μ 进行重新调节, 它的目的是提高数字精度, 因为提供压降 P_s 的值往往比较大。由公式(1)~(7)可以写出状态空间方程:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2,$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{C_{af} + C_{ar}}{M_b} x_2 + \frac{aC_{af} - bC_{ar}}{M_b} x_4 - \frac{K_{af}}{M_b} x_5 + \frac{C_{af}}{M_b} x_6 + \frac{S}{\mu M_b} x_7 - \frac{K_{ar}}{M_b} x_9 + \frac{C_{ar}}{M_b} x_{10} + \frac{S}{\mu M_b} x_{11},$$

$$\dot{x}_3 = x_4,$$

$$\dot{x}_4 = \frac{aC_{af} - bC_{ar}}{J_y} x_2 - \frac{a^2 C_{af} + b^2 C_{ar}}{J_y} x_4 + \frac{aK_{af}}{J_y} x_5 - \frac{aC_{af}}{J_y} x_6 - \frac{aS}{\mu J_y} x_7 - \frac{bK_{ar}}{J_y} x_9 + \frac{bC_{ar}}{J_y} x_{10} + \frac{bS_{ar}}{\mu J_y} x_{11},$$

$$\dot{x}_5 = x_2 - ax_4 - x_6,$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{K_{lf}}{M_{uf}} x_1 + \frac{C_{af}}{M_{uf}} x_2 + \frac{aK_{lf}}{M_{uf}} x_3 - \frac{aC_{af}}{M_{uf}} x_4 + \frac{K_{af} + K_{lf}}{M_{uf}} x_5 - \frac{C_{af}}{M_{uf}} x_6 - \frac{S}{\mu M_{uf}} x_7 + \frac{K_{lf}}{M_{uf}} x_{lf},$$

$$\dot{x}_7 = -\mu\alpha S(x_2 - ax_4 - x_6) - \beta x_7 + \mu\gamma x_8 w_1,$$

$$\dot{x}_8 = \frac{1}{\tau}(-x_8 + u_f),$$

$$\dot{x}_9 = x_2 + bx_4 - x_{10},$$

$$\dot{x}_{10} = -\frac{K_{lr}}{M_{ur}} x_1 + \frac{C_{ar}}{M_{ur}} x_2 - \frac{bK_{lr}}{M_{ur}} x_3 + \frac{bC_{ar}}{M_{ur}} x_4 + \frac{K_{ar} + K_{lr}}{M_{ur}} x_9 - \frac{C_{ar}}{M_{ur}} x_{10} - \frac{S}{\mu M_{ur}} x_{11} + \frac{K_{lr}}{M_{ur}} x_{lr},$$

$$\dot{x}_{11} = -\mu\alpha S(x_2 + bx_4 - x_{10}) - \beta x_{11} + \mu\gamma x_{12} w_2,$$

$$\dot{x}_{12} = \frac{1}{\tau}(-x_{12} + u_r),$$

其中, $\alpha = \frac{4\beta_e}{V_t}$, $\beta = \alpha C_{tp}$, $\gamma = \alpha C_{d} w \sqrt{\frac{1}{\rho}}$, $w_1 = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_8) \frac{x_7}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \text{sgn}(x_8) \frac{x_7}{\mu} \right|}$, $w_2 = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_{12}) \frac{x_{11}}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \text{sgn}(x_{12}) \frac{x_{11}}{\mu} \right|}$ 。

2 控制系统设计

从系统的状态方程中可以看到, 非线性项 $x_8 w_1$ 和 $x_{12} w_2$ 的存在使得控制器设计不能直接利用线性系统理论。参照文献[13], 同样可将系统分为内外环两部分进行控制设计:

外环: 考虑将非线性项 $x_8 w_1$ 和 $x_{12} w_2$ 作为假想的控制变量 \tilde{u}_f 和 \tilde{u}_r , 选取 $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}]^T$ 作为外环子系统的状态变量, 则外环子系统状态方程可以写为下面的矩阵形式:

$$\dot{X} = AX + B\tilde{u} + \Gamma x_r \quad (8)$$

其中 $\tilde{u} = [\tilde{u}_f, \tilde{u}_r]^T$ 为假想控制输入, $x_r = [x_{lf}, x_{lr}]^T$ 为路面激励扰动, A 、 B 和 Γ 是相应的矩阵。

内环: 利用逐步后退法进行一步后推来选取实际的控制律 $u = [u_f, u_r]^T$, 使得非线性项 $x_8 w_1$ 和 $x_{12} w_2$ 同时逼近相应的 \tilde{u}_f 和 \tilde{u}_r 。

2.1 最优控制器设计

对于式(8)所表示的带干扰输入的线性定常系统, 设计二次型指标下的最优控制器, 详细过程参照文献[13]。

定义约束状态变量和控制输入, 而且同时约束加速度项的系统性能指标函数为

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + \tilde{u}^T R \tilde{u} + z_s^T N z_s) dt \quad (9)$$

其中, $z_s = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \theta \end{bmatrix} = LX$, 矩阵 L 可以直接利用状态方程得到。 Q 、 R 和 N 是权系数矩阵。性能指标函数可

以进一步写为

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q_n X + \bar{u}^T R \bar{u}) dt \quad (10)$$

式中: $Q_n = Q + L^T N L$ 。

由线性优化控制理论,可以得到使性能指标函数值达到最小的最优控制律为

$$\bar{u} = -KX \quad (11)$$

式中反馈增益矩阵 $K = R^{-1} B^T P$, 矩阵 P 是下面代数 Riccati 方程的解:

$$AP + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q_n = 0 \quad (12)$$

值得注意的是,在控制器设计中权系数矩阵(Q 、 R 和 N)的选取对悬挂系统的最终性能至关重要^[14]。式(10)中第一项是要使系统尽快从非零状态转移到零状态,即系统的调整时间要短,超调量要小。调整时间越长,势必会造成能量消耗加大。第二项就是抑制调节过程中的控制量,使控制量在执行机构允许的范围内。 Q_n 、 R 都是加权矩阵,一般是根据经验反复试凑得出,根据分量对需要约束程度不同取不同的权系数。如认为某一个分量特别需要约束,就加大权系数;如认为某一个分量无关紧要,可以不加约束,权系数为零。由于对控制向量的每一个分量都须约束,故矩阵 R 为正定对称矩阵;对状态向量 X ,则不一定每个分量都须加以约束,故矩阵 Q_n 可取为半正定矩阵。在设计权重矩阵中各项的具体数值过程中,发现在最优控制泛函指标中,各项的权重系数乘以对应的状态变量变化的幅值后基本相等,即平等原则^[15]。这样可以根据状态和控制量的大致范围相应得出各权重的大致范围,从而使设计工作量大为减少。

2.2 逐步后退法设计

在内环路,应用一步后推^[7]来补偿非线性项 $x_8 w_1$ 和 $x_{12} w_2$ 。

首先定义误差变量: $\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_8 w_1 - \bar{u}_f \\ x_{12} w_2 - \bar{u}_r \end{bmatrix}$, 其中 \bar{u}_f 和 \bar{u}_r 是外环路最优控制器的输出。误差变量的导数为

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau}(-x_8 + u_f)w_1 - \frac{1}{2|w_1|}|x_8| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_7 - \alpha S(x_2 - ax_4 - x_6) + \gamma x_8 w_1 \right] - \dot{\bar{u}}_f \\ \frac{1}{\tau}(-x_{12} + u_r)w_2 - \frac{1}{2|w_2|}|x_{12}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_{11} - \alpha S(x_2 + bx_4 - x_{10}) + \gamma x_{12} w_2 \right] - \dot{\bar{u}}_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

选择控制律 u 为

$$u = \begin{bmatrix} u_f \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{w_1} \left\{ \frac{x_8 w_1}{\tau} + \frac{1}{2|w_1|}|x_8| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_7 - \alpha S(x_2 - ax_4 - x_6) + \gamma x_8 w_1 \right] + \dot{\bar{u}}_f - c_1 z_1 \right\} \\ \frac{\tau}{w_2} \left\{ \frac{x_{12} w_2}{\tau} + \frac{1}{2|w_2|}|x_{12}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_{11} - \alpha S(x_2 + bx_4 - x_{10}) + \gamma x_{12} w_2 \right] + \dot{\bar{u}}_r - c_2 z_2 \right\} \end{bmatrix} \quad (14)$$

从而,式(13)转化为 $\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1 z_1 \\ -c_2 z_2 \end{bmatrix}$ 。

选取 Lyapunov 函数 $V_i = \frac{1}{2} z_i^2$ ($i = 1, 2$), 则有 $\dot{V}_i = -c_i z_i^2 \leq 0$ 。也就是说,只要选取 c_1 和 c_2 为正常数,控制律(14)就可以保证 $x_8 w_1 \rightarrow \bar{u}_f$ 和 $x_{12} w_2 \rightarrow \bar{u}_r$ 。

3 仿真研究

本文利用 Matlab 进行了仿真。仿真中悬挂的模型参数^[4-6]如下:

$$M_b = 575 \text{ kg}, M_{uf} = M_{ur} = 59 \text{ kg}, J_y = 769 \text{ kg/m}^2, a = 1.38 \text{ m}, b = 1.36 \text{ m}, \mu = 10^{-7},$$

$$M_{af} = K_{ar} = 16\,812 \text{ N/m}, C_{af} = C_{ar} = 1\,000 \text{ N/(m/s)}, K_{jf} = K_{jr} = 190\,000 \text{ N/m}, S = 3.35 \times 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$\alpha = 4.515 \times 10^{13} \text{ N/m}^5, \beta = 1 \text{ s}^{-1}, \gamma = 1.545 \times 10^9 \text{ N/m}^{5/2} \text{ kg}^{1/2}, P_s = 10\,342\,500 \text{ Pa}, \tau = 1/30 \text{ s}。$$

同时,假定悬架行程约束为 $\pm 0.08 \text{ m}$, 伺服阀位移约束为 $\pm 0.01 \text{ m}$ 。

假设道路输入为两个凸起颠簸的路面状况,相应的路面凸起高度分别为 2 cm 和 8 cm ,前轮处的路面

激励可以表示为

$$x_{rj}(t) = \begin{cases} 0.01(1 - \cos 8\pi t), & 0.5 \leq t \leq 0.75 \\ 0.04(1 - \cos 8\pi t), & 1.25 \leq t \leq 1.5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

后轮处的路面激励可以用前轮激励的延迟形式表示,即 $x_{rr}(t) = x_{rf}(t - l/v)$,其中 $l = a + b$ 是前后车轴之间的距离, $v = 20\text{m/s}$ 是车辆的平均行驶速度。

在控制器设计中,选择权系数矩阵为 $Q = \text{diag}(10000, 0, 10000, 0, 130000, 0, 0, 0, 150000, 0, 0)$, $R = \text{diag}(1, 1)$, $N = \text{diag}(40, 25)$;同时,在内回路中取 $c_1 = 1000$, $c_2 = 1000$ 。

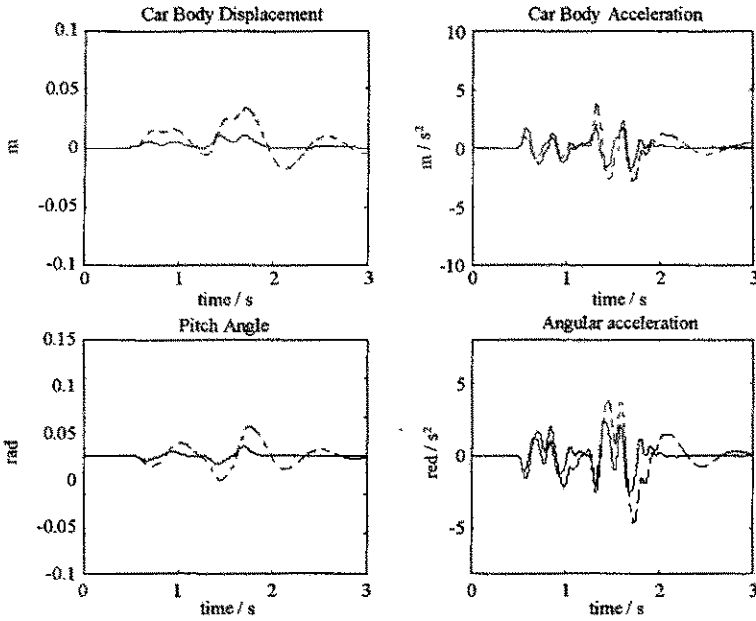


图2 车体运动响应曲线
Fig.2 The curves of car body motion

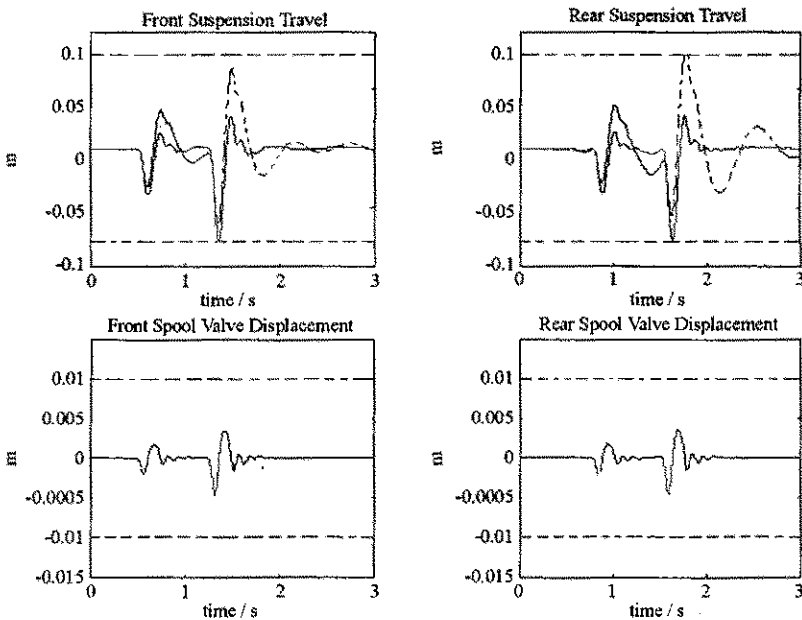


图3 前后悬架行程与伺服阀位移响应曲线

Fig.3 The curves of the front and rear suspension travels and valve displacements

为了检验控制设计的有效性,在仿真中将采用文中控制策略的主动悬挂(实线)与相同条件下的被

动悬挂(虚线)进行了性能比较,仿真曲线如图2、图3所示。从图2可以看出,与被动悬挂相比,采用线性二次型最优控制与逐步后退法相结合的控制策略的主动悬挂在经过假定路面时,车体的升降位移、俯仰角以及车体垂直方向加速度和角加速度都得到了更有效的抑制,这也就意味着车辆的乘坐舒适性得到了提高;从图3中可以看到悬挂行程的响应没有超出假定的约束,同时伺服阀位移响应也在约束范围内,说明实际的控制输入完全可以满足控制要求。

4 结论

本文在充分考虑液压装置动力学特性的基础上建立了车辆半侧主动悬挂模型,并根据系统的特点采用了线性二次型最优控制与逐步后退法相结合的控制策略实现控制设计。该控制策略一方面继承了线性二次型最优控制计算容易、设计参数意义明确的优点,另一方面利用了逐步后退法的设计灵活性处理了液压装置动力学带来的非线性项问题。仿真结果表明,与被动悬挂相比,利用本文所设计的控制器可以有效地改善车辆的悬挂性能。

参考文献:

- [1] Hrovat D. Survey of Advanced Suspension Development and Related Optimal Control Applications[J]. *Automatics*, 1997, 33(10): 1657 - 1668.
- [2] 张玉春,王良曦,丛华. 汽车主动悬挂控制的研究现状和未来挑战[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(1): 139 - 144.
- [3] Thompson A G. Optimal and Suboptimal Linear Active Suspension for Road Vehicle[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1984, 13: 61 - 72.
- [4] Alleyne A, Hedrick J K. Nonlinear Control of a Quarter Car Active Suspension[A]. *Proceeding of the 1992 American Control Conference*[C], Chicago IL, pp. 21 - 25, 1992.
- [5] Lin J S, Kanellakopoulos I. Nonlinear Design of Active Suspension[J]. *Control Systems*, 1997, 17, 45 - 59.
- [6] Huang C J, Lin J S. Nonlinear Active Suspension Design for Half-car Model[A]. *Proceedings of the 2002 International Conference on Control and Automation*[C], Xiamen, P. R. China, June 2002: 1436 - 1440.
- [7] Fialho I, Balas G. Adaptive Vehicle Suspension Design Using LPV Methods. *Proceeding of the 37th Conference on Decision & Control*, Tampa, Florida USA, 1998: 469 - 474.
- [8] 刘少军. 最优预见控制设计及其在汽车主动悬架系统中的应用[J]. *中南工业大学学报*, 1997, 28(2): 67 - 70.
- [9] Yamashita M, Fujimori K, Hayakawa K et al. Application of H^∞ Control to Active Suspension Systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(11): 1717 - 1729.
- [10] Moon S Y, et al. Genetic-based Fuzzy Control for Half-car Active Suspension Systems[J]. *Int. J. of Systems Science*, 1998, 29(7): 699 - 710.
- [11] Kristic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. Wiley Inter-Science, 1995.
- [12] Merritt H E. *Hydraulic Control Systems*[M]. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [13] 刘震,吴冰. 基于 Backstepping 方法的液压主动悬挂最优控制及仿真[J]. *系统仿真学报*, 已录用.
- [14] 高跃奎. 最优控制理论在车辆主动悬架中的应用[J]. *重型汽车*, 2000, 4.
- [15] 罗成,胡德文,祝晓才,等. 基于 LQR 和模糊插值的五级倒立摆控制研究[J]. *控制与决策*, 2005, 20(4): 392 - 397.

