

## 轮式移动机器人有限时间镇定控制器设计\*

祝晓才,董国华,胡德文

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** :主要研究了单链式系统的有限时间镇定问题。通过探讨  $n$  维链式系统的潜在线性结构,将其分解成一个标量子系统和一个  $n-1$  维线性时变子系统,并证明了该时变子系统在具有时变函数系统矩阵时的能控性。在此基础上,采用分段控制策略,基于终端滑模控制理论设计了不连续反馈镇定控制律,实现了系统的有限时间镇定。最后将该结论应用到非完整轮式移动机器人,仿真结果验证了方法的正确性。

**关键词** :非完整系统;链式系统;轮式移动机器人;有限时间控制;镇定

中图分类号 :TP242 文献标识码 :A

## Finite-time Stabilization Controller for Wheeled Mobile Robots

ZHU Xiao-cai, DONG Guo-hua, HU De-wen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :The finite-time stabilization problem of single chained system is investigated in this paper. The potential linear structure of the  $n$ -dimensional chained system is exploited, and then the chained system is divided into a scalar subsystem and a  $(n-1)$ -dimensional LTV subsystem. Furthermore, the controllability of the LTV subsystem which has a time-varying function system matrix is proved. Then, a discontinuous feedback control laws is proposed by using the terminal sliding mode control method along with a piecewise control strategy. The chained system is finite-time stabilized due to the finite-time convergence property of the terminal sliding mode. Finally, the proposed strategy is applied to a car-like wheeled mobile robot, and the results are verified by simulations.

**Key words** :nonholonomic system; chained form system; wheeled mobile robot; finite time control; stabilization

多年来,作为典型的非完整系统,轮式移动机器人的控制问题受到广泛关注<sup>[1]</sup>。这一方面是因为其日渐广泛的应用,比如星际探测、危险环境任务等;另一方面则来源于理论挑战,尤其是非完整系统镇定问题。对于渐近能控系统,反馈镇定律一定存在<sup>[2]</sup>,但是连续纯状态反馈一般不存在<sup>[3]</sup>。对于非完整系统,则不存在将系统镇定到非奇异形的光滑(甚至连续)时不变静态状态反馈律<sup>[4]</sup>。正是因为该本质约束使得非完整系统的镇定问题极具挑战性。Coron 证明:任何无漂移的可控系统均可用光滑时变的状态反馈渐近镇定<sup>[5]</sup>。所以,相关研究主要集中于光滑时变镇定以及不连续镇定两个方向<sup>[6]</sup>。前者的优点是控制光滑,便于分析和实现,缺点是收敛速度慢。已经证明,时间周期的光滑状态反馈控制不能达到指数镇定<sup>[7]</sup>。相比而言,不连续镇定律通常能达到指数收敛<sup>[6]</sup>。渐近镇定和指数镇定在理论上需要无限长的控制时间。在实际应用中经常会采用“实际镇定”概念进行折衷,使控制作用在有限时间完成。如果在理论上能实现有限时间控制器,将更有利于对系统的过渡性能进行解析量化和系统层次的改进<sup>[8]</sup>。

进行快速控制可以考虑采用滑模控制。传统的线性滑模方法采用线性滑动面设计,系统状态在有限时间到达滑动面,在随后的滑动模态上实现系统状态渐近或指数收敛。终端滑模方法<sup>[9~11]</sup>则采用非光滑终端滑模切换流形,使得系统在滑动模态上也能实现有限时间收敛。目前终端滑模方法已成功用于机械手<sup>[9]</sup>和移动小车轨迹跟踪<sup>[12]</sup>。链式系统作为非完整系统的标准型之一,在非完整系统控制领域具有重要意义,许多轮式移动机器人模型都可以转换成链式形式<sup>[13]</sup>。本文将利用链式系统潜在的线性

\* 收稿日期 2006-02-18

基金项目:国家自然科学基金重点项目(60234030);国家杰出青年科学基金资助项目(60225015);高校青年教师奖资助项目

作者简介:祝晓才(1977—),男,博士生。

结构,结合终端滑模方法设计不连续控制律,实现轮式移动机器人系统的有限时间镇定。

## 1 链式系统及结构分析

考虑如下无漂移双输入系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{x}_2 &= u_1 x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= u_1 x_n \\ \dot{x}_n &= u_2 \end{aligned} \quad (1)$$

该系统称为单链系统<sup>[13]</sup>。它在原点的 Taylor 线性化系统不可控,使得线性控制技术不适用。因为其无漂移属性,从非线性可接近秩条件可知<sup>[14]</sup>,该系统在非线性意义下可控。

链式系统具有潜在的线性结构<sup>[15]</sup>。将系统状态向量  $x$  分成两部分,分别用  $y_1$  和  $y_2$  表示如下

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \\ y_2 &= (x_2 \ \dots \ x_{n-1} \ x_n)^T \end{aligned}$$

那么(1)式改写成:

$$\dot{y}_1 = u_1 \quad (2)$$

$$\dot{y}_2 = A(u_1)y_2 + Bu_2 \quad (3)$$

其中

$$A(u_1) = \begin{bmatrix} 0 & u_1(t) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & u_1(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

分别用  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  表示子系统(2)和(3),若将  $u_1$  理解成一个时变函数而非控制输入,则子系统  $\Sigma_2$  可视为单输入时变线性系统,其能控性由时变函数  $u_1(t)$  决定。

## 2 终端滑模控制器设计

### 2.1 能控条件分析

子系统  $\Sigma_2$  的能控性与时变函数  $u_1(t)$  直接相关。一般而言,线性时变系统的能控性判定并不容易。不过,链式系统特殊的结构,使得  $\Sigma_2$  子系统(3)类似于线性时不变系统能控标准型,这一点给能控性的分析带来便利。在这里给出以下充分条件。

**命题1** 对于  $n-1$  维线性时变系统(3),初始状态  $x(t_0) = x_0$ ,如果时变函数  $u_1(t)$  对时间  $t$  为  $n-2$  阶连续可微,且存在有限时刻  $t_1 > t_0$ ,使得  $u_1(t_1) \neq 0$ ,那么系统(3)在  $t_0$  时刻可控。

**证明** 由线性系统理论,构造如下矩阵:

$$\begin{aligned} M_0(t) &= B(t) \\ M_1(t) &= -A(t)M_0(t) + \frac{d}{dt}M_0(t) \\ M_2(t) &= -A(t)M_1(t) + \frac{d}{dt}M_1(t) \\ &\vdots \\ M_{n-2}(t) &= -A(t)M_{n-3}(t) + \frac{d}{dt}M_{n-3}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

令  $C = [M_0(t_1) | M_1(t_1) | \dots | M_{n-2}(t_1)]$ ,对线性时变系统(3)则有

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & (-1)^{n-1} u_1^{n-2}(t_1) \\ \vdots & & & \ddots & * \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & u_1(t_1) & * & \dots & * \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中“\*”代表的元素与时变函数  $u_1(t)$  在  $t_1$  时刻的各阶导数有关。因为  $u_1(t_1) \neq 0$ , 所以  $\text{Rank}(C) = n-1$ , 即矩阵  $C$  满秩, 从而系统在  $t_0$  时刻能控。□

## 2.2 镇定控制律设计

对高阶系统设计的串联终端滑模结构有可能发生奇异, 需要合理选择系统的初始状态。针对初值选择有如下引理:

引理 1<sup>[11]</sup> 对于  $n-1$  维单输入系统(3), 串联终端滑模结构(8), 定义集合

$$\Omega_{n-1} = \{x : s_0 > 0\} \cap \{x : s_1 > 0\} \cap \dots \cap \{x : s_{n-2} > 0\} \quad (6)$$

则  $\Omega_{n-1}$  非空。

如果系统(3)的初始状态在该集合之外, 则可采用预控制将系统状态转移到集合内部。基于线性时不变系统理论, 不加证明给出如下命题。

命题 2 对链式系统(2)~(3), 初始状态  $x(t_0) = x_0$ , 令  $k_0$  为非零常数。如下控制律

$$\begin{cases} u_1(t) = k_0 \\ u_2(t) = B^T \exp(-A^T t) G_c^{-1}(t_0, t_p) \{ \exp(At_p) y_2(t_p) - \exp(-At_0) y_2(t_0) \} \end{cases} \quad t \leq t_p \quad (7)$$

将使子系统  $\Sigma_2$  的状态在有限时刻  $t_p$  转移到  $y_2(t_p)$ , 其中  $G_c(t_0, t_p)$  为能控 Gramian 矩阵。

经过以上准备, 假定在  $t_p$  时刻,  $t_p \geq t_0$ , 子系统  $\Sigma_2$  的状态从  $y_2(t_0)$  转移到  $y_2(t_p) \in \Omega_{n-1}$ 。此时, 子系统  $\Sigma_1$  的状态  $x_1(t_p) = x_1(t_0) + k_0 t_p$ , 令  $x_p = [y_1(t_p), y_2(t_p)]^T$ 。

假设 1 时变函数  $r(t) \neq 0$ , 对时间  $t$  为  $n-2$  阶连续可微。

令  $u_1(t) = r(t)$ , 对子系统  $\Sigma_2$  构造如下  $n-1$  级串联终端滑模结构:

$$\begin{aligned} s_0 &= x_2 \\ s_1 &= \dot{s}_0 + \beta_1 s_0^{q_1/p_1} \\ s_2 &= \dot{s}_1 + \beta_2 s_1^{q_2/p_2} \\ s_3 &= \dot{s}_2 + \beta_3 s_2^{q_3/p_3} \\ &\vdots \\ s_{n-2} &= \dot{s}_{n-3} + \beta_{n-2} s_{n-3}^{q_{n-2}/p_{n-2}} \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\beta_i$  是正的设计参数,  $p_i, q_i$  是正奇数, 且有  $p_i > q_i, i = 1, \dots, n-2$ 。为保证控制输入有界,  $p_i, q_i$  还满足如下条件<sup>[10]</sup>:

$$\frac{q_{k+1}}{p_{k+1}} > \frac{n-k-2}{n-k-1} \quad (k = 0, \dots, n-3) \quad (9)$$

定义

$$v_i = r(t)^{i-1} \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (10)$$

对滑动模态变量  $s_0$  依次求导有

$$\begin{aligned} s_0^{(1)} &= \dot{x}_2 = \phi_1(v_1, x_3) \\ s_0^{(2)} &= \ddot{x}_2 = \phi_2(v_1, v_2, x_3, v_4) \\ s_0^{(3)} &= x_2^{(3)} = \phi_3(v_1, v_2, v_3, x_3, v_4, x_5) \\ &\vdots \\ s_0^{(n-2)} &= x_2^{(n-2)} = \phi_{n-2}(v_1, \dots, v_{n-2}, x_3, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (11)$$

从而

$$s_0^{(n-1)} = \phi_{n-1}(v_1, \dots, v_{n-1}, x_3, \dots, x_n) + \frac{\partial \phi_{n-2}}{\partial x_n} \dot{x}_n \quad (12)$$

其中

$$\phi_{n-1}(v_1, \dots, v_{n-1}, x_3, \dots, x_n) = \left( \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \phi_{n-2}}{\partial v_i} v_{i+1} + \sum_{i=3}^{n-1} \frac{\partial \phi_{n-2}}{\partial x_i} \dot{x}_i \right) \quad (13)$$

并且

$$\frac{\partial \phi_{n-2}}{\partial x_n} = r(t)^{n-2} \quad (14)$$

结合以上递推关系,给出如下定理:

**定理** 对链式系统(2)~(3),初始时刻为  $t_p$ ,初始状态  $x(t_p) = x_p$ ,对其子系统  $\Sigma_2$  构造  $n-1$  级串联终端滑模结构(8),则如下不连续控制律(15)~(16)将使链式系统实现有限时间镇定:

$$u_1(t) = \begin{cases} r(t), & t_p < t < t_s \\ -k_1 \operatorname{sgn}(x_1), & t \geq t_s \end{cases} \quad (15)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} u_{eq}(t) - k_2 \operatorname{sgn}(s_{n-2}) / r(t)^{n-2}, & t_p < t < t_s \\ 0, & t \geq t_s \end{cases} \quad (16)$$

其中  $k_1, k_2$  为正的常数,  $\operatorname{sgn}$  为符号函数,等效控制  $u_{eq}$  为

$$u_{eq} = -\frac{1}{r(t)^{n-2}} \left[ \phi_{n-1}(v_1, \dots, v_{n-1}, x_3, \dots, x_n) + \sum_{i=0}^{n-3} \beta_{i+1} \frac{d^{n-i-2}}{dt^{n-i-2}} (s_i^{q_{i+1}/p_{i+1}}) \right] \quad (17)$$

$\phi_{n-1}$  由递推关系(11)~(13)表达。子系统  $\Sigma_2$  的镇定时刻  $t_s$  如下:

$$t_s = t_1 + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{p_{n-i-1}}{\beta_{n-i-1}(p_{n-i-1} - q_{n-i-1})} |s_{n-i-2}(t_i)|^{(p_{n-i-1} - q_{n-i-1})/p_{n-i-1}} \quad (18)$$

其中

$$t_{i+1} = t_i + \frac{p_{n-i-1}}{\beta_{n-i-1}(p_{n-i-1} - q_{n-i-1})} |s_{n-i-2}(t_i)|^{(p_{n-i-1} - q_{n-i-1})/p_{n-i-1}} \quad (i=1, \dots, n-2) \quad (19)$$

$$t_1 = |s_{n-2}(t_p)| / k_2 + t_p \quad (20)$$

系统实现全状态镇定的时刻为

$$t_f = t_s + |x_1(t_s)| / k_1 \quad (21)$$

其中  $x_1(t_s) = x_1(t_p) + \int_{t_p}^{t_s} r(\tau) d\tau$ 。

在给出证明之前,引入一个针对本文而修正过的引理:

**引理 2<sup>[11]</sup>** 在控制律(16)作用下,如果子系统  $\Sigma_2$  的初始状态落在集合  $\Omega_{n-1}$  之内,那么其轨迹将按照滑动面的序号依次到达滑动面  $s_{n-2} = 0, s_{n-3} = 0, \dots, s_0 = 0$ 。并且,控制律(16)将保持有界。

**证明** 当  $t_p < t < t_s$  时,  $u_1(t) = r(t)$ ,对子系统  $\Sigma_2$  取函数  $V = \frac{1}{2} s_{n-2}^2$ 。由串联结构(8)可得

$$s_{n-2} = s_0^{(n-2)} + \frac{d^{n-3}}{dt^{n-3}} (\beta_1 s_0^{q_1/p_1}) + \frac{d^{n-4}}{dt^{n-4}} (\beta_2 s_1^{q_2/p_2}) + \dots + \beta_{n-2} s_{n-3}^{q_{n-2}/p_{n-2}} \quad (22)$$

因此有

$$\dot{s}_{n-2} = s_0^{(n-1)} + \sum_{i=0}^{n-3} \beta_{i+1} \frac{d^{n-i-2}}{dt^{n-i-2}} (s_i^{q_{i+1}/p_{i+1}}) \quad (23)$$

将(12)代入上式得

$$\dot{s}_{n-2} = r(t)^{n-2} \dot{x}_n + \phi_{n-1}(v_1, \dots, v_{n-1}, x_3, \dots, x_n) + \sum_{i=0}^{n-3} \beta_{i+1} \frac{d^{n-i-2}}{dt^{n-i-2}} (s_i^{q_{i+1}/p_{i+1}}) \quad (24)$$

则在控制律(16)作用下,函数  $V$  沿系统轨迹(3)的导数为

$$\dot{V} = s_{n-2} \dot{s}_{n-2} = -k_2 |s_{n-2}| \quad (25)$$

这表明滑动变量  $s_{n-2}$  将在  $\Delta_1 = |s_{n-2}(t_p)|/k_2$  时间内到达并保持在 0。由引理 2 可知,各滑动面  $s_i$  将按序号从大到小依次收敛到 0,因此子系统  $\Sigma_2$  的状态将在有限时间镇定到 0,并且控制  $u_2(t)$  有界。进一步计算可知子系统  $\Sigma_2$  的镇定时刻  $t_s$  如式(18)所示。

当  $t \geq t_s$  时,子系统  $\Sigma_2$  已经镇定到 0,各滑动变量  $s_i (i = 1, \dots, n-2)$  也保持在 0。又因为  $u_2(t) = 0$ ,所以由式(3)可知  $y_2(t) \equiv 0$ 。此时可以对子系统  $\Sigma_1$  单独进行镇定设计。在  $t_s$  时刻,子系统  $\Sigma_1$  的状态  $x_1(t_s) = x_1(t_p) + \int_{t_p}^{t_s} r(\tau) d\tau$ 。在  $u_1(t) = -k_1 \text{sgn}(x_1)$  作用下,  $x_1$  将在  $|x_1(t_s)|/k_1$  时间之后镇定到 0。因此,全系统将在  $t_f = t_s + |x_1(t_s)|/k_1$  时刻镇定到 0。

说明 1  $n$  阶串联滑模结构(8)是链式系统状态  $x$  的全局同胚变换,并且在平衡点外是光滑同胚,类似于非正则变换<sup>[16]</sup>。终端滑模控制的有限时间收敛特性正是归因于切换流形中非线性项在平衡态处的非光滑性。

说明 2 可以证明,如果  $r(0) \neq 0$ ,那么非奇异初始状态集  $\Omega_{n-1}$  非空。因此总可以使用预控制律将子系统  $\Sigma_2$  的初始状态转移到集合  $\Omega_{n-1}$  内。

说明 3 控制律(15)~(16)涉及到切换时间  $t_s$ 。虽然理论上能够求解  $t_s$ ,但实际计算有困难。不过,可以通过检测滑动变量  $s_0$ (即系统状态  $x_2$ )来决定控制律的切换。因为从集合  $\Omega_{n-1}$  中出发的轨迹不会导致串联滑模结构奇异,所以各滑动变量都是单调到达并保持在零,从而  $s_0$  到达零的时刻就是  $t_s$ 。这样,就将控制律(15)~(16)从依时间切换变为依状态切换。

说明 4 使用不连续控制将使闭环系统的稳定性证明和鲁棒性分析变得困难,需要借助于非光滑分析相关理论。限于篇幅,在此不深究该问题,将在后续工作中加以体现。

### 3 轮式移动机器人仿真验证及分析

后轮驱动的 car-like 型轮式移动机器人示意如图 1。

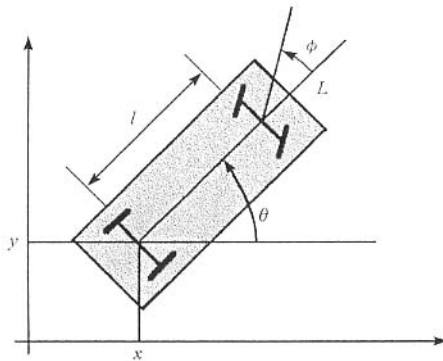


图 1 car-like 轮式移动机器人

Fig.1 The car-like wheeled mobile robot

该系统的模型表示为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{l} \tan \varphi \\ \dot{\varphi} &= \omega \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $(x, y)$  是后轮轴中心点的坐标,  $l$  表示前后轮的轴距,  $\theta$  是车体纵轴方向角,  $\varphi$  表示前轮转向角。该系统经过局部坐标变换和输入变换

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= y \end{aligned} \tag{27}$$

$$x_3 = \tan \theta$$

$$x_4 = \tan \varphi / l \cos^3 \theta$$

$$v = u_1 / \cos \theta \tag{28}$$

$$\omega = -3 u_1 \sin^2 \varphi \sin \theta / l \cos^2 \theta + l u_2 \cos^2 \varphi \cos^3 \theta$$

可以转换为四阶链式系统如下：

$$\dot{x}_1 = u_1$$

$$\dot{x}_2 = x_3 u_1$$

$$\dot{x}_3 = x_4 u_1$$

$$\dot{x}_4 = u_2$$

给定初始状态为  $(x_0, y_0, \theta_0, \varphi_0) = [2, 5, 0.464, 0.621]$ ，不失一般性，令  $l = 1$ ，取  $r(t) = -0.5$ ， $\beta_1 = \beta_2 = 1, k_1 = k_2 = 1, p_1 = 7, q_1 = 5, p_2 = 5, q_2 = 3$ ，构造三级串联终端滑模结构。经过简单计算可知在上述参数下， $x(0) \in \Omega_{n-1}$ 。四阶链式系统的镇定控制律  $u_1, u_2$  和系统状态  $x$  分别如图 2 和图 3 所示。在图 2 中，因为没有考虑外界干扰，并且  $x(0) \in \Omega_{n-1}$ ，所以滑动变量  $s_{n-2}$  单调到达并保持为零，从而控制量  $u_2$  中不出现高频振荡。从图 3 可以看出，系统状态在有限时间镇定到零。 $r(t)$  为非零常数使得状态  $x_1$  的轨迹表现为分段线性。Car-like 轮式移动机器人系统的控制律和状态如图 4 和图 5 所示。

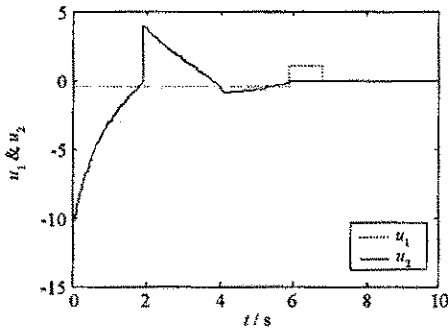


图 2 链式系统镇定控制律  $u_1$  和  $u_2$   
Fig.3 The control law of chained system

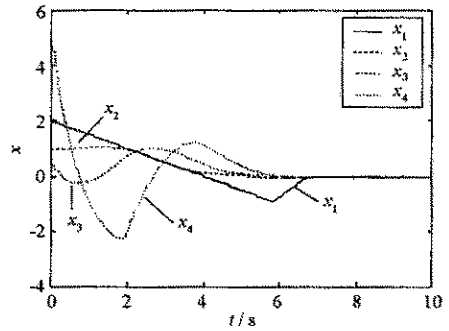


图 3 链式系统状态  $x$   
Fig.3 The state variable of chained system

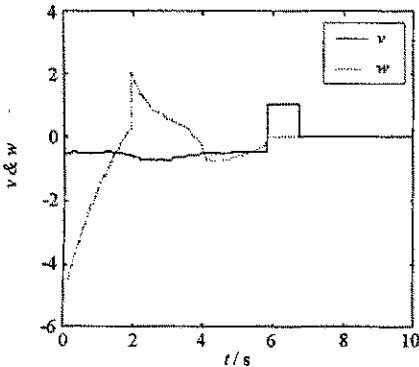


图 4 car-like 系统镇定控制律  $v$  和  $w$   
Fig.4 The control law of car-like system

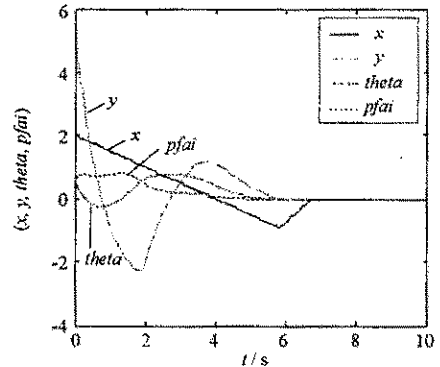


图 5 car-like 系统状态  $(x, y, \theta, \varphi)$   
Fig.5 The state variable of car-like system

## 4 结论

针对一类非完整轮式移动机器人,将其模型转换成链式形式,结合终端滑模控制方法设计不连续控制策略,解决有限时间镇定问题。主要思想是充分发掘链式系统潜在的线性结构,利用终端滑模控制的有限时间收敛特性,实现控制解耦。该方法亦可处理跟踪问题,并可推广到多链系统。进一步的工作将探讨终端滑模控制方法在扩展链式系统以及不确定链式系统中的应用,以及相应的稳定性和鲁棒性讨论。

## 参考文献:

- [ 1 ] Kolmanovsky I, McClamroch N H. Developments in Nonholonomic Control Systems[ J ]. IEEE Control System Magazine, 1995, 15( 6 ): 20 - 36.
- [ 2 ] Clarke F H, Ledyav Y S, Sontag E D, et al. Asymptotic Controllability Implies Feedback Stabilization[ J ]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1997, 42( 10 ): 1394 - 1407.
- [ 3 ] Sontag E D, Sussmann H J. Remarks on Continuous Feedback[ A ]. In: 19th Proc. IEEE Conf. on Decision and Control[ C ], 1980, 916 - 921.
- [ 4 ] Brockett R W. Asymptotic Stability and Feedback Stabilization[ A ]. In: Differential Geometric Control Theory[ M ]. Boston: Birkhauser, 1983. 181 - 191.
- [ 5 ] Coron J M. Global Asymptotic Stabilization for Controllable Systems Without Drift[ J ]. Math. Control Systems Signals, 1992, 5: 295 - 312.
- [ 6 ] Luca A D, Oriolo G, Vendittelli M. Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview[ A ]. In RAMSETTE: Articulated and Mobile Robots for Services and Technology[ M ]. London: Springer-Verlag, 2001, 270.
- [ 7 ] Gurvits L, Li Z X. Smooth Time-periodic Feedback Solutions for Nonholonomic Motion Planning[ A ]. In: Progress in Nonholonomic Motion Planning[ C ], Norwell: Kluwer, 1993. 53 - 108.
- [ 8 ] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and Adaptive Control Design[ M ]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [ 9 ] Man Z, Paplinski A P, Wu H R. A robust MIMO Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators[ J ]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, 39( 12 ): 2464 - 2469.
- [ 10 ] Yu X, Man Z. Model Reference Adaptive Control Systems with Terminal Sliding Modes[ J ]. Int. J. Control, 1996, 64( 6 ): 1165 - 1176.
- [ 11 ] Wu Y, Yu X, Man Z. Terminal Sliding mode Control Design for Uncertain Dynamic Systems[ J ]. Systems and Control Letters, 1998, 34( 5 ): 281 - 288.
- [ 12 ] 李世华, 田玉平. 移动小车的轨迹跟踪控制[ J ]. 控制与决策, 2002, 15( 5 ): 626 - 628.
- [ 13 ] Murray R M, Li Z X, Sastry S S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation[ M ]. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [ 14 ] Isidori A. Nonlinear Control Systems[ M ]. 2nd Edition, Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- [ 15 ] Samson C. Control of Chained Systems-Application to Path Following and Time-varying Point-stabilization of Mobile Robots[ J ]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1995, 40( 1 ): 64 - 77.
- [ 16 ] Sun Z D, Ge S S, Huo W, et al. Stabilization of Nonholonomic Chained Systems Via Nonregular Feedback Linearization[ J ]. Systems & Control Letters, 2001, 44( 4 ): 279 - 289.





