

文章编号:1001-2486(2006)05-0006-05

基于组合机动的空间 V-bar 交会策略*

杨乐平,朱彦伟,安雪滢

(国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要:提出了一种基于切向脉冲与径向连续常推力组合机动的空间 V-bar 交会策略。从绝对运动与相对运动两方面推导了维持追踪航天器圆轨道运行的组合机动的运动规律,给出了 V-bar 接近段与逼近段的制导律。在接近段,匀速直线接近,无需考虑视界约束的限制,转移时间控制灵活;在逼近段,先以大速率等速逼近,再切换为小速率等速逼近,切换过程可以灵活控制,制导简单,自然满足直线型标称轨迹要求,安全性好。

关键词:空间交会;组合机动;制导;安全性

中图分类号:V448 **文献标识码:**A

Study on the Strategy for Space V-bar Rendezvous
Based on Combined Maneuver

YANG Le-ping, ZHU Yan-wei, AN Xue-ying

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the combination of a tangential impulse maneuver and a constant continuous radial thrust maneuver, a new strategy for space V-bar rendezvous was presented. The absolute and relative motions of the chaser in combined maneuvers were investigated when it maintains its initial circular orbit. Then the guidance rules of space rendezvous V-bar approach and final translation were derived respectively. For V-bar approach, the chaser makes straight line motion at constant velocity while no constraints need to be considered in the transfer duration and line of sight, resulting in a flexible transfer in time. For V-bar final translation, the chaser's straight line motion is switched from a higher constant speed to a smaller docking velocity at the given position. The process is easy to guide and control, satisfying the requirement of the chaser's transfer to be straight and safe.

Key words: space rendezvous; combined maneuver; guide and control; safety

空间交会的研究主要集中在接近段和逼近段,其控制策略有推力控制^[1-4]和绳系控制^[5]等。其中,推力控制比较成熟。常见的推力控制模式有以下三类:冲量机动、连续推力机动及 N 次推力机动。空间 V-bar 交会是最常用的交会方式。目前的空间 V-bar 交会基本上均采用单一推力机动模式^[1-4](单向或双向),在接近段,追踪航天器的相对轨迹为曲线,需要进行视界约束设计^[4];在逼近段,追踪航天器作直线型受迫运动,相对速率按指数型或等速速率变化模式逐渐减小,通常采用分段制导策略,控制过程比较复杂^[6]。此外,空间交会的分析与设计通常用 C-W 方程,从绝对运动的观点看,追踪航天器的运动不是很清晰,而空间交会制导的在轨执行需要应用轨道运动(绝对运动)方程。

事实上,空间 V-bar 交会接近段与逼近段本质上是初始时共轨的追踪航天器与目标航天器相对位置不断减小的过程。通过在施加切向脉冲机动的同时施加径向连续常推力机动,则可以在不改变追踪航天器运行轨道的前提下改变其运行角速度,从而实现空间 V-bar 交会。

1 绝对运动分析

初始时,追踪航天器运行在半径为 r 的圆轨道上,轨道角速度 $\omega_0 = \sqrt{u/r^3}$,切向速度 $v_0 = \omega_0 r$ 。在切向施加脉冲速度增量 Δv_t ,同时沿径向施加连续推力,产生推力加速度 f ,使追踪航天器维持圆轨道运

* 收稿日期:2006-02-27

基金项目:国家 863 基金资助项目(2005AA769141)

作者简介:杨乐平(1964—),男,教授,博士。

行,轨道角速度改变 $\Delta\omega$,则

$$\Delta v_t = \Delta\omega r \quad (1)$$

为了简化问题讨论,忽略各种自然摄动的影响。将径向连续推力看作摄动,应用受摄运动方程,可得推力施加过程中航天器运动方程:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{f} \quad (2)$$

式中, μ 为地球引力常数, \mathbf{r} 为追踪航天器的矢径。

推力施加过程中追踪航天器运行角速度 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$,角速度矢量记为 $\boldsymbol{\omega}$ 。取轨道坐标系为动系,根据旋转坐标系中的矢量导数公式^[7],有

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\delta\mathbf{r}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\delta^2\mathbf{r}}{\delta t^2} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{\delta\mathbf{r}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} = \frac{\delta^2\mathbf{r}}{\delta t^2} + 2\boldsymbol{\omega} \times \frac{\delta\mathbf{r}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} \quad (4)$$

将(4)式代入(2)式即得到推力加速度的表达式:

$$\mathbf{f} = \frac{\delta^2\mathbf{r}}{\delta t^2} + 2\boldsymbol{\omega} \times \frac{\delta\mathbf{r}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

由于航天器维持圆轨道运行,所以 $\delta\mathbf{r}/\delta t = 0$, $\delta^2\mathbf{r}/\delta t^2 = 0$ 。又 $d\boldsymbol{\omega}/dt = 0$,从而

$$\mathbf{f} = -\omega^2 \mathbf{r} + \mu/r^2 = -\Delta\omega^2 \mathbf{r} - 2\Delta\omega\omega_0 \mathbf{r} \quad (6)$$

由此可以看出,对于圆轨道,推力加速度为常值。通常情况下, $\Delta\omega r \ll \omega_0 r$,所以(6)式近似为:

$$\mathbf{f} \approx -2\Delta\omega\omega_0 \mathbf{r} = -2\omega_0 \Delta v_t \quad (7)$$

由上述分析可以看出,应用维持圆轨道的组合机动,追踪航天器可以沿圆轨迹接近目标航天器。在两者相距很近的情况下,近似于沿直线接近。

2 相对运动分析

相对运动分析通常采用 Hill 坐标系下的 C-W 方程。Hill 坐标系定义如下:原点与参考航天器质心固连并随其沿轨道运动, x 轴与参考航天器位置矢量 \mathbf{r} 重合,由地心指向参考航天器, y 轴在参考航天器轨道面内与 x 轴垂直,沿运动方向为正, z 轴垂直于轨道平面,与 x 、 y 构成右手系。C-W 方程具有以下形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega_0 \dot{y} - 3\omega_0^2 x = f_x \\ \ddot{y} + 2\omega_0 \dot{x} = f_y \\ \ddot{z} + \omega_0^2 z = f_z \end{cases} \quad (8)$$

式中, ω_0 为参考航天器的平均角速度, f_x 、 f_y 、 f_z 为干扰加速度。

忽略各种自然摄动的影响,则干扰加速度由施加的连续推力产生。若干扰加速度为常值,并令 $s = \sin\omega_0 t$, $c = \cos\omega_0 t$, $\theta = \omega_0 t$,则可得到一阶分析解:

$$\begin{cases} x(t) = x_0(4-3c) + \dot{x}_0 s/\omega_0 + 2\dot{y}_0(1-c)/\omega_0 + f_x(1-c)/\omega_0^2 + 2f_y(\theta-s)/\omega_0^2 \\ y(t) = 6x_0(s-\theta) + y_0 + 2\dot{x}_0 \frac{c-1}{\omega_0} + \dot{y} \frac{4s-3\theta}{\omega_0} + 2f_x \frac{s-\theta}{\omega_0^2} + f_y \left(\frac{4-4c}{\omega_0^2} - \frac{3}{2} t^2 \right) \\ z(t) = z_0 c + \dot{z}_0 s/\omega_0 + f_z(1-c)/\omega_0^2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 3\omega_0 s\dot{x}_0 + c\dot{x}_0 + 2s\dot{y}_0 + f_x s/\omega_0 + 2f_y(1-c)/\omega_0 \\ \dot{y}(t) = 6\omega_0(c-1)x_0 - 2s\dot{x}_0 + \dot{y}_0(4c-3) + 2f_x(c-1)/\omega_0 + f_y(4s-3\theta)/\omega_0 \\ \dot{z}(t) = -\omega_0 s\dot{z}_0 + c\dot{z}_0 + f_z s/\omega_0 \end{cases} \quad (10)$$

若沿切向(y 向)施加脉冲速度增量 Δv_t ,沿径向(x 向)施加连续推力(产生常值推力加速度 f),就可以使追踪航天器沿直线接近目标航天器。具体推导过程如下:

从 V-bar 上停泊点 I (距目标航天器数千米) 开始的相对运动初始条件: $x_0 = z_0 = 0, y_0 = y_1, \dot{x}_0 = \dot{z}_0 = 0, \dot{y}_0 = \Delta v_y, f_x = f, f_y = f_z = 0$, 代入(9)、(10)式可得

$$\begin{cases} x(t) = (f + 2\omega_0 \dot{y}_0)(1 - c)/\omega_0^2 \\ \dot{x}(t) = (f + 2\omega_0 \dot{y}_0)s/\omega_0 \end{cases} \quad (11)$$

显然, 若 $f = -2\omega_0 \dot{y}_0$, 则 $x(t) = 0, \dot{x}(t) = 0$ 。从而追踪航天器相对目标航天器沿 y 向运动, 其运动规律: $y(t) = y_1 + \dot{y}_0 t, \dot{y}(t) = \dot{y}_0$, 为匀速直线运动。

相对运动分析得到的结果 $f = -2\omega_0 \dot{y}_0$ 与(6)式相差一小项 $-\Delta\omega^2 r$, 这是由于:(1)停泊点 I 严格意义上不在圆轨道上;(2)惯性坐标下的相对速度 $\delta\rho/\delta t$ 与相对坐标系下的相对速度 $d\rho/dt$ 不一致, $d\rho/dt = \delta\rho/\delta t + \omega_0 \times \rho$ (ρ 为追踪航天器相对目标航天器的初始位置矢量)。

3 制导过程

上述分析过程表明, 如果在追踪航天器的速度方向安装脉冲发动机提供脉冲机动, 在径向方向安装连续推力发动机提供连续常推力机动, 就可以应用维持圆轨道的组合机动, 实现空间 V-bar 交会的直线接近与逼近。

3.1 V-bar 接近

空间交会 V-bar 接近就是将目标航天器从停泊点 I 转移到离目标航天器更近的停泊点 II (距目标航天器数百米)。采用维持圆轨道的组合机动可以灵活控制转移时间和转移过程。下面以 + V-bar 接近为例, 说明接近段制导过程。

Hill 坐标系下, 停泊点 I 坐标为 $(0, y_1, 0)$, 停泊点 II 坐标为 $(0, y_2, 0)$, 若要求在 Δt 时间内完成接近段转移, 则

$$|\dot{y}_0| \geq |y_1 - y_2|/\Delta t, \quad |f| = 2\omega_0 |\dot{y}_0| \quad (12)$$

对 + V-bar 接近, \dot{y} 沿 $-y$ 方向, f 沿 $+x$ 方向。 \dot{y}_0 具体取值由追踪航天器的轨控发动机性能决定。具体制导过程如下: 沿 $-y$ 方向施加脉冲速度增量 $|\dot{y}_0|$, 同时沿 $+x$ 方向施加连续推力 $|f|$; 待追踪航天器运行到停泊点 II 时, 关闭连续推力, 同时沿 $+y$ 方向施加脉冲速度增量 $|\dot{y}_0|$, 这样就完成了接近段转移。如果转移过程需要暂停(突发情况, 或连续推力出现问题, 或故意停止), 则可随时中止转移, 即在连续推力消失的同时沿 $+y$ 方向施加脉冲速度增量 $|\dot{y}_0|$ 。转移中止一段时间后, 还可在合适的时机按上述过程继续进行转移。由此可见, 该方法对转移过程的控制非常灵活。整个转移过程所需速度增量:

$$\Delta V = |f|\Delta t' + 2|\dot{y}_0| \cdot (n+1) = 2\omega_0 |y_2 - y_1| + 2|\dot{y}_0| \cdot (n+1) \quad (13)$$

式中, $\Delta t' = |(y_2 - y_1)/\dot{y}_0| \leq \Delta t$ 为连续推力实际作用时间, n 为转移过程中的停止次数。从(13)式可以看出, 连续常推力所提供的速度增量与相对速度 \dot{y}_0 无关。此外, 由于追踪航天器沿直线接近目标航天器, 所以不存在视界约束的限制, 有利于相对信息的测量。

3.2 V-bar 逼近

空间交会的最终逼近段要求追踪航天器沿视线方向以近似直线型的轨迹逼近目标航天器, 而且出于安全性考虑, 在最终逼近段相对速度随相对距离的变化有所限制, 在一定时间内, 相对速度要衰减到很小的水平。最终逼近轨迹设计的目的是选择飞行时间较短、安全性能较好的轨迹^[8]。

3.2.1 制导设计

应用维持圆轨道的组合机动设计轨迹, 则自然满足直线型轨迹的要求。相对速度的衰减和飞行时间长短可通过先以大速率 \dot{y}_{10} 等速逼近, 再切换为小速率 \dot{y}_{20} 等速逼近来实现。+ V-bar 逼近阶段相对速度随时间的变化可设计为如图 1 所示。图 2 为 + V-bar 逼近相对速度随相对距离的变化。

整个逼近过程分为两个阶段: 第一阶段为大速率等速逼近, 目的是为了缩短飞行时间, 可采用与 3.1 节相同的转移控制策略; 当追踪航天器到达 y'_2 时, 使逼近速度产生突变, 衰减到对接所要求的逼近速度, 然后以等速进行第二阶段逼近。 y'_2 可看作是一个停泊点, 在该点需进行以下操作: 关闭连续推

力,同时沿 +y 方向施加脉冲速度增量 $|\dot{y}_{20}|$,使追踪航天器相对目标航天器静止;等待一段时间以选择时机进行进一步逼近,然后沿 -y 方向施加脉冲速度增量 $|\dot{y}_T|$,同时沿 +x 方向施加连续推力 $|f_T| = 2\omega_0|\dot{y}_T|$ 。 y'_2 的取值由飞行时间、安全性等因素综合确定。

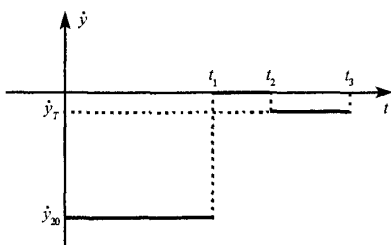


图1 +V-bar 逼近相对速度随时间的变化
Fig.1 Relative velocity vs. time for +V-bar final translation

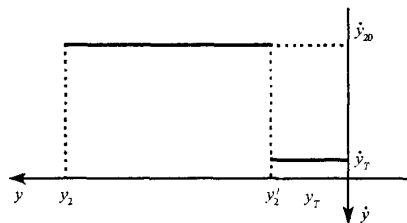


图2 +V-bar 逼近相对速度随相对距离的变化
Fig.2 Relative velocity vs. relative distance for +V-bar final translation

3.2.2 安全性分析

安全性是逼近轨迹设计首要考虑的因素。由于上述制导方法应用的是脉冲机动与连续常推力机动的组合,发动机启动次数不多,降低了故障发生的可能性。另一方面,只要在连续常推力失效的同时沿 +y 方向施加与相对速度相同的脉冲速度增量,就可以使追踪航天器与目标航天器相对静止,不但提高了安全性,而且也便于组织实施下一次逼近。由此可见,上述制导方法的避撞机动设计也很简单,只要避撞机动速度与失效时逼近速度等值反向即可。

下面讨论连续推力与脉冲推力都失效的情况下(无法进行避撞机动)逼近轨迹的被动安全性。为此,引入长方体“飞行禁区”^[8],研究追踪航天器机动失效点的位置与速度的关系。设长方体 x、y、z 方向长度分别为 2a、2b、2c。若制导机动失效后的自由飞行轨迹与飞行禁区相切,则称为极限轨迹。根据失效点位置的不同,极限轨迹可分为两类。同时属于两种类型的自由飞行轨迹称为临界轨迹。

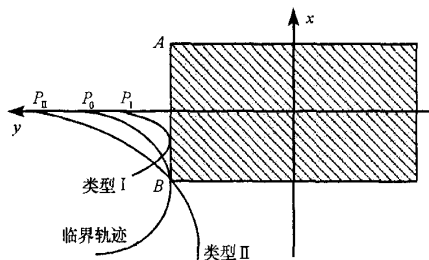


图3 长方体飞行禁区
Fig.3 Cuboid flight-forbidden-zone

将临界轨迹 P_0 点状态 $(x_{P_0} = 0, \dot{x}_{P_0} = 0)$ 及 B 点状态 $(x = -a, y = b, \dot{y} = 0)$ 代入 C-W 方程可得

$$y_{P_0} = b + 2a[\sqrt{7} - 3\arccos(3/4)], \quad \dot{y}_{P_0} = -2\omega a \quad (14)$$

记 y_p, \dot{y}_p 分别为机动失效点位置与速度,当 $y_p < y_{P_0}$ 时,极限轨迹为类型 I,其切点状态为 $x = -a', y = b, \dot{y} = 0$,同上可得

$$y_p = b + 2a'[\sqrt{7} - 3\arccos(3/4)], \quad \dot{y}_p = -(y_p - b)\omega/[\sqrt{7} - 3\arccos(3/4)] \quad (15)$$

当 $y_p > y_{P_0}$ 时,极限轨迹为类型 II,禁区顶点 B 状态 $(x = -a, y = b)$,由 C-W 方程可得

$$b = y_p + 4\dot{y}_p \sqrt{1 - (1 + a\omega_0/2\dot{y}_p)^2/\omega_0^2 - 3\dot{y}_p \arccos(1 + a\omega_0/2\dot{y}_p)/\omega_0} \quad (16)$$

可见, $|\dot{y}_p|$ 随 $|y_p|$ 非线性递减。只要制导机动失效点的速率小于极限轨迹在该点的速率,那么逼近轨迹就是被动安全的。

4 算例分析

假设目标航天器轨道高度为 400km,相应轨道周期 $T_0 = 5553.6s$,轨道角速度 $\omega_0 = 0.00113rad/s$ 。

4.1 V-bar 接近

在 Hill 坐标系下(距离单位为 m,速度单位为 m/s,加速度单位为 m/s^2 ,时间单位为 s,下同)假设停泊点 I 坐标 $(0, 2000, 0)$ (初始条件),停泊点 II 坐标 $(0, 150, 0)$ (终端条件),任务要求追踪航天器在 1200s 内

(采用脉冲机动无法满足任务时间要求)从停泊点 I 到达停泊点 II。即

$$y_1 = 2000, \quad y_2 = 150, \quad \Delta t = 1000 < T_0/2$$

代入(14)式可得 $|\dot{y}_0| \geq 1.85$ 。取 $|\dot{y}_0| = 2.0\text{m/s}$, 则 $|f| = 0.0045\text{m/s}^2$ 。若整个转移过程没有停止, 则速度增量消耗 $\Delta V = 8.186\text{m/s}$, 连续常推力作用时间 $\Delta t' = 925\text{s}$ 。若转移过程有停止, 则停止的总时间应小于 275s , 停止一次速度增量消耗 4.0m/s 。

4.2 V-bar 逼近

假设逼近段的起点为 +V-bar 上 150m , 长方体飞行禁区范围 $a = 10\text{m}$, $b = 20\text{m}$, 对接速度要求不大于 0.02m/s 。令初始逼近速率 $|\dot{y}_{20}| = 0.15\text{m/s}$ (大速率, 由发动机性能决定), 最终逼近速率 $|\dot{y}_T| = 0.02\text{m/s}$ (小速率, 主要由对接速度要求确定), 速率切换所用时间 $t_2 - t_1 = 30\text{s}$, 速率切换点 $y'_2 > 20$, 具体取值可通过安全性分析确定。

对长方体飞行禁区, 由(14)式得临界轨迹点 P_0 的坐标 $y_{P0} = 29.55\text{m}$ 。 $y > y_{P0}$ 时, 极限轨迹为类型 II, 将 $\dot{y}_P^* = \dot{y}_{20} = -0.15\text{m/s}$ 代入(16)式可得, $y_P^* = 54.686\text{m}$ 。

由于 $|\dot{y}_P|$ 随 $|y_P|$ 非线性递减, 所以 $y'_2 > y_P^*$ 时逼近轨迹是被动安全的, 当 $y'_2 < y_P^*$ 时, 必须采用主动安全模式, 在连续常推力失效时进行规避机动。采用被动安全模式时, 安全性能好, 但由于小速率逼近的距离长, 飞行时间较长。令 $y'_2 = 55\text{m}$, 则逼近到 $y_T = 24\text{m}$ 时的飞行时间为

$$\Delta t = |(y_{20} - y'_2)/\dot{y}_{20}| + |(y'_2 - y_T)/\dot{y}_T| + t_2 - t_1 = 2213\text{s}$$

若采用主动安全模式, 则可以缩短逼近时间。令 $y'_2 = 30\text{m}$, 则同理可得逼近到 $y_T = 24\text{m}$ 时的飞行时间为 $\Delta t = 1080\text{s}$ 。

逼近过程所消耗的速度增量 ΔV 与 y'_2 的取值无关, $\Delta V = 2\omega_0 |y_{20} - y_T| + 2|\dot{y}_{20}| + |\dot{y}_T| = 0.605\text{m/s}$ 。

5 结论

提出了一种简单的用于 V-bar 交会的直线接近与逼近策略。该策略本质上是应用切向脉冲 Δv_t 与径向连续常推力 f 的组合机动, 在 $f = -2\omega_0 \Delta v_t$ 时追踪航天器维持圆轨道运行。以 +V-bar 交会为例, 研究了维持圆轨道的组合机动在 V-bar 接近、V-bar 逼近段的具体应用, 并进行了算例分析。对 V-bar 接近, 可减小飞行时间, 实现匀速直线接近, 不受视界约束的限制; 且接近过程可根据需要暂时停止, 停止一次约多消耗速度增量 $2\Delta v_t$, 控制灵活。对 V-bar 逼近, 设计了由大速率切换为小速率的等速逼近策略, 切换点由逼近时间决定, 与所消耗速度增量无关; 还引入长方体飞行禁区, 分析了制导过程的安全性。研究结果表明基于组合机动的交会策略制导控制简单, 转移轨迹近似直线, 安全性好。

参考文献:

- [1] 李晨光, 肖业伦. 多脉冲 C-W 交会的优化方法[J]. 宇航学报, 2006(2).
- [2] Park C, Scheere D J. Solving Optimal Continuous Thrust Rendezvous Problems with Generating Functions [A]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, 2005.
- [3] 朱仁璋, 林彦, 李颐黎. 论空间交会中的径向连续推力机动与 N 次推力机动[J]. 中国空间科学技术, 2004(3).
- [4] 朱仁璋, 汤溢. 空间交会接近与绕飞设计[J]. 中国空间科学技术, 2005(1).
- [5] Williams P. Spacecraft Rendezvous on Small Relative Inclination Orbits using Tethers [A]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Providence, Rhode Island, 2004.
- [6] Hablani H B, Tapper M. Guidance Algorithms for Autonomous Rendezvous of Spacecraft with a Target Vehicle in Circular Orbit [A]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Montreal, Canada, 2001.
- [7] 孙世贤, 黄圳圭. 理论力学教程[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997: 118-119.
- [8] 朱仁璋, 汤溢, 尹艳. 空间交会最终平移轨迹安全模式设计[J]. 宇航学报, 2004(4).

