文章编号:1001-2486(2006)05-0022-04

# 液体火箭发动机无失效条件下的可靠性分析方法*

宁江凡,鄢小清,张士峰
(国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘 要**:针对液体火箭发动机热试车过程中可能出现的无失效情况,在对寿命分布进行分析的基础上,利用配分布曲线-最小二乘法,采用经典估计和Bayes估计作为先验分布,对液体火箭发动机无失效条件下的可靠性进行了评估,并对评估结果进行了分析。计算结果表明,采用最小二乘法结合Bayes估计,可以较好评估液体火箭发动机在无失效条件下的可靠性。

**关键词**:液体火箭发动机;可靠性;无失效;最小二乘法
**中图分类号**:V434.3 **文献标识码**:A

# Study on Reliability Analysis Method for Liquid Rocket Engine in the Case of Zero-failure Data

NING Jiang-fan, YAN Xiao-qing, , ZHANG Shi-feng
(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract**: In the progress of the trial run of liquid rocket engine, the situation of zero-failure data may happen. For zero-failure data, the reliability of the liquid rocket engine was assessed by the least square method with the classical estimation and the Bayes estimation based on the analysis of the life distributing. An analysis of the estimate result was also given. The computational results indicate that the least square method combined with the Bayes estimation is suitable for the reliability analysis of liquid rocket engine in the case of zero-failure data.

**Key words**: liquid rocket engine; reliability; zero-failure; least square method

随着设计、生产、试验水平的提高,新型液体火箭发动机试车过程中出现失效的次数越来越少,甚至在整个试验阶段可能无一失效情况出现。由于试验经费及设施条件的有限,完全通过试验进行可靠性评估是不现实的。为了节省试验时间和试验经费,目前的做法是在不同工况条件下,进行几倍发动机工作时间的可靠性试验,以验证发动机的可靠性。但是实际情况是,往往故障还未发生,试验就终止了。因此,对无失效条件下的液体火箭发动机进行可靠性评估,已成为可靠性研究中一个新的重要领域。

国内外对无失效条件下的可靠性研究非常重视。国外从20世纪70年代后期[1]、国内从20世纪80年代后期[2]开始就出现了对相关问题研究的文献。根据各自研究对象的特点,研究人员利用Bayes方法、性能退化数据等方法对问题进行分析和评估[3-5]。但对于液体火箭发动机,到目前为止,尚没有统一的评估方法。

## 1 液体火箭发动机的寿命分布

液体火箭发动机的结构及其复杂,工作条件及其恶劣,这就决定了不能仅仅用一种单一的分布规律对其寿命分布进行描述。指数分布可以很好地描述突然故障,而正态分布对于渐变故障的描述效果很好。多数情况下,在发动机试验中,会发生两种类型的故障一起出现的情况,而其出现的比率不同。在液体火箭发动机启动和稳定工况下,工作的过程是完全不同的,从推进剂雾化混合和燃烧,以及动载荷和热载荷等方面来看,都是如此。这些工况的故障类型也都不同,所以应当用几种规律的迭加来描述其

* 收稿日期:2005-11-04
基金项目:国家部委基金项目
作者简介:宁江凡(1981—),男,硕士生。

寿命分布。

Weibull 分布的故障概率为：

$$P(x)=\exp(-t^{m}/\eta)$$

当 $m=1$ 时，即为指数分布；$m=2$ 时，即为瑞利分布。当 $m=3.25$ 或更大时，其分布律与截尾正态分布率非常相似。研究表明[6]，Weibull 分布在 $m\leqslant 1$ 时，描述突然故障，而当 $m\geqslant 3.25$ 时，仅仅描述渐变故障。当 $m$ 在 1～3.25 时，Weibull 分布描述突然故障和渐变故障的不同组合，且不同故障的比率取决于 $m$ 的值。

假设液体火箭发动机在启动阶段工作时间为 $t_1$，其寿命分布对应于 $m<1$ 的 Weibull 分布；在稳定工况下工作时间为 $t_2$，对应于 $m>1$ 的 Weibull 分布，则可用两个分布律的数学迭加来描述其在整个工作过程中的分布：

$$P(t)=\lambda_1\exp(-t_1^{m_1}/\eta_{01})+\lambda_2\exp(-t_2^{m_2}/\eta_{02})$$

其中，$\lambda_1+\lambda_2=1$。

因此，按 Weibull 分布对液体火箭发动机的可靠性进行评估。

## 2 无失效数据的处理方法

设液体火箭发动机的寿命分布服从 Weibull 分布，则其分布函数为：

$$F(t)=1-\exp\{-(t/\eta)^{m}\},\quad t>0$$

其中 $m>0$，$\eta>0$ 是未知参数。可靠度为

$$\hat{R}(t)=\exp\{-(t/\hat{\eta})^{\hat{m}}\}$$

首先在截尾时间 $t_i(i=1,2,\cdots,m)$ 处获得失效概率 $p_i=P\{T<t_i\}$ 的估计 $\hat{p}_i$，其中 $T$ 为产品的寿命；其次通过诸点 $(t_i,\hat{p}_i)(i=1,2,\cdots,m)$ 在分布曲线族中选一条最靠近诸点的曲线，选用最小二乘法作为靠近的标准；最后由确定下来的分布曲线求得可靠度的估计。

## 3 最小二乘法

液体火箭发动机的寿命分布服从 Weibull 分布，进行 $m$ 次定时截尾试验，结果所有样品无一失效，获得无失效数据为 $(t_i,n_i)(i=1,2,\cdots,m)$，则参数 $m$ 和 $\eta$ 的最小二乘估计为

$$\hat{m}=\frac{1}{\hat{\sigma}},\quad \hat{\eta}=\exp(\hat{\mu})$$

其中 $\hat{\sigma}=\dfrac{mD-AC}{mB-A^2}$，$\hat{\mu}=\dfrac{BC-AD}{mB-A^2}$。

$$A=\sum_{i=1}^{m}x_i,\quad B=\sum_{i=1}^{m}x_i^2,\quad x_i=\ln\ln\left(\frac{1}{1-\hat{p}_i}\right),\quad C=\sum_{i=1}^{m}y_i,\quad D=\sum_{i=1}^{m}x_iy_i$$

其中 $y_i=\ln t_i$，$\hat{p}_i$ 是 $p_i=P\{T<t_i\}$ 的估计 $(i=1,2,\cdots,m)$。

参数 $m$ 和 $\eta$ 的加权最小二乘估计为

$$\hat{m}=\frac{1}{\hat{\sigma}},\quad \hat{\eta}=\exp(\hat{\mu})$$

其中 $\hat{\sigma}=\dfrac{D'-A'C'}{B'-A'^2}$，$\hat{\mu}=\dfrac{B'C'-A'D'}{B'-A'^2}$。

$$A'=\sum_{i=1}^{m}\omega_ix_i,\quad B'=\sum_{i=1}^{m}\omega_ix_i^2,\quad x_i=\ln\ln\left(\frac{1}{1-\hat{p}_i}\right),\quad C'=\sum_{i=1}^{m}\omega_iy_i,\quad D'=\sum_{i=1}^{m}\omega_ix_iy_i,\quad y_i=\ln t_i$$

$\omega_i$ 为加权。取加权(1) $\omega_i=t_i/\sum_{i=1}^{m}t_i$ 和加权(2) $\omega_i=n_it_i/\sum_{i=1}^{m}n_it_i$。

## 4 失效概率 $p_i$ 的确定

### 4.1 经典估计

若在 $t_i$ 时刻共有 $s_i = n_i + \cdots + n_m$ 个样品没有发生失效,则失效概率 $p_i = P\{T < t_i\}$ 的经典估计为 $\hat{p}_i = 0.5/(s_i + 1)$。

### 4.2 Bayes 估计

选取 $p_i$ 的减函数 $(1 - p_i)^2$ 作为 $p_i$ 的先验密度的核,得到 $p_i$ 的先验密度应为:

$$\pi(p_i) = \frac{3(1 - p_i)^2}{(1 - \hat{p}_{i-1})^3 - (1 - \lambda_i)^3}$$

其中 $\hat{p}_{i-1} < p_i < \lambda_i, \lambda_i = \frac{\hat{p}_{i-1} t_i}{t_{i-1}} (i = 2,3,\cdots,m)$,则在平方损失下,$p_i$ 的 Bayes 估计 $(i = 2,3,\cdots,m)$ 为:

$$\hat{p}_i = 1 - (s_i + 3)[(1 - \hat{p}_{i-1})^{s_i+4} - (1 - \lambda_i)^{s_i+4}] / \{(s_i + 4)[(1 - \hat{p}_{i-1})^{s_i+3} - (1 - \lambda_i)^{s_i+3}]\}$$

当 $i = 1$ 时,$\hat{p}_1 = \frac{0.5}{s_1 + 1}$,即为经典估计中的情况。

## 5 仿真算例分析

### 5.1 步骤

选取 $m = 1.2, \eta = 12\,000$,计算 $t = 1000$s 时液体火箭发动机可靠度为:

$$\hat{R}(1000) = \exp\{-(1000/12\,000)^{1.2}\} = 0.9506$$

利用 $m = 1.2, \eta = 12\,000$,产生一组 Weibull 分布随机数,对其按从小到大的顺序进行排序,然后将每5个数据分为一组,共10组数据如表1所示。

表1 一组 Weibull 分布随机数

Tab.1 A group of random numbers from the Weibull distribution

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 61.7 | 98.1 | 186.1 | 385.3 | 405.1 |
| 451.2 | 465.9 | 518.4 | 539.6 | 590.0 |
| 646.2 | 658.4 | 736.0 | 931.7 | 967.0 |
| 1052.5 | 1069.7 | 1081.5 | 1125.7 | 1201.1 |
| 1205.5 | 1262.1 | 1350.8 | 1458.1 | 1559.6 |
| 1647.8 | 1668.2 | 1700.2 | 1749.2 | 1863.2 |
| 1988.0 | 2103.9 | 2449.0 | 2493.6 | 2659.7 |
| 2664.4 | 2865.6 | 2908.9 | 2936.2 | 2998.0 |
| 3035.3 | 3128.8 | 3274.2 | 3736.9 | 3793.0 |
| 4007.0 | 4265.3 | 4452.4 | 5803.4 | 8691.1 |

对于每一组数据,选取该组中最小的数据。然后取一略小于最小值的数据作为该组的一个无失效时间点 $t_i$,则可认为在该时间点试验必定不发生失效。假设共试验了55台发动机,每个时间点进行试验的台数为 $n_i$ 且依次递减,试验到每个时间点尚未失效的发动机台数记为 $s_i$,得到一组无失效数据如表2所示。

表 2 无失效数据

Tab.2 Zero-failure Data

| $I$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_i$ | 61 | 451 | 646 | 1052 | 1205 | 1647 | 1987 | 2264 | 3053 | 4006 |
| $n_i$ | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| $s_i$ | 55 | 45 | 36 | 28 | 21 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1 |

根据表 2 中的数据,先取失效概率的经典估计为 $\hat{p}_i = \dfrac{0.5}{s_i + 1}$,再取 $p_i$ 的 Bayes 估计,给出两个权函数分别为加权(1) $\omega_i = t_i / \sum_{i=1}^{m} t_i$ 和加权(2) $\omega_i = n_i t_i / \sum_{i=1}^{m} n_i t_i$。其中加权(1) 是按截尾时间长短而设计的权,加权(2) 是按总试验时间长短而设计的权。运用最小二乘法分别计算 $\hat{R}(1000)$ 得到结果如表 3 所示。

表 3 最小二乘法的估计结果

Tab.3 The estimate of the least square method

| $p_i$ | 无加权 | 加权(1) | 加权(2) |
|---|---|---|---|
| 经典估计 | 0.9795 | 0.9769 | 0.9649 |
| Bayes 估计 | 0.9666 | 0.9614 | 0.9613 |

### 5.2 分析

表 3 中分别给出了无加权和有加权三种情况下的结果。由于试验中截尾时间是随机产生,因此加权(1)的误差较大。从理论上来说,在失效概率 $p_i$ 一定的情况下,从反映试验信息看,加权(2)应当更全面。计算结果也表明加权(2)更符合实际。

表中第一行是按 $p_i$ 的经典估计计算得出的结果。根据试验假设数据计算得出寿命 $T$ 大于 1000s 的概率应为 0.9506。可以看出,估计结果跟预计相差较大。表中第二行采用 $p_i$ 的 Bayes 估计进行计算,得到的结果较经典估计理想。因此,在应用最小二乘估计时,关键在于失效概率 $p_i$ 的选取。根据实际计算得出的结果,推荐采用 Bayes 方法对其进行估计。

## 6 结论

通过分析,确定了液体火箭发动机的寿命分布为 Weibull 分布,并采用配分布曲线 - 最小二乘法的方法来处理无失效试验数据,分别在先验分布为经典估计和 Bayes 估计的情况下,得到了发动机无失效条件下的可靠度。计算结果表明,Bayes 方法对于失效概率的估计要好于经典方法,因此,采用最小二乘法结合 Bayes 估计对寿命分布服从 Weibull 分布的液体火箭发动机在无失效条件下的可靠性数据进行处理较为合理。

## 参考文献:

[1] Martz H F, Walker R A. A Bayesian Zero-failure (BAZE) Reliability Demonstration Testing Procedure[J]. Journal of Quality Technology, 1979, 11(3):128 - 137.

[2] 茆诗松,罗朝斌. 无失效数据的可靠性分析[J].数理统计与应用概率,1989, 4(4):489 - 506.

[3] 韩明. 某型发动机无失效数据的 Bayes 可靠性分析[J].航空学报,1999,20(3):216 - 219.

[4] 冯静,刘琦,等. 基于性能退化数据的液体火箭发动机可靠性 Bayes 评定[J].航空计算技术,2003,13(3):6 - 10.

[5] 张天飞,蔡瑞娇,等. 某弹射弹零失效数据 Bayes 可靠性估计[J].含能材料,2004,12(5):297 - 299.

[6] 马欣 B A,米连柯 H П,普罗尼 Л B.液体火箭发动机试验研制的理论基础[M],王酒奇,译. 北京:国防工业出版社.1978.