

文章编号:1001-2486(2006)05-0126-07

卫星任务调度问题的约束规划模型*

陈英武,方炎申,李菊芳,贺仁杰

(国防科技大学 信息系统与管理学院,湖南 长沙 410073)

摘要:卫星任务规划与调度是空间资源管理的重要内容之一,其目的在于为卫星系统的任务计划编制提供科学合理的决策手段与依据。卫星任务调度问题的重要特点在于,调度任务存在可见时间窗口约束。只有在可见时间窗口内,调度任务才可能执行并完成。在进行合理假设的基础上,建立卫星任务调度问题的约束规划模型。对基本禁忌搜索算法进行改进,提出了模型求解的变邻域禁忌搜索算法。应用结果表明,约束规划模型的建立与求解是合理的。

关键词:卫星;任务调度;约束满足问题;约束规划;变邻域禁忌搜索算法

中图分类号:C93 **文献标识码:**A

Constraint Programming Model of Satellite Mission Scheduling

CHEN Ying-wu, FANG Yan-shen, LI Ju-fang, HE Ren-jie

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Mission planning and scheduling of satellite, which is to support task plan making of satellite scientifically, is a main content of space resource management. One of the most important characteristics of satellite mission scheduling is that it is subject to time windows constraint, which means that tasks can only be completed within the given time windows. The scheduling model is formulated based on reasonable assumptions and constraint programming method. The model is solved with Variable Neighborhood Tabu Search (VNTS) algorithm. On the basis of a limited experiment, we observe that the algorithm is very effective in obtaining near-optimal solutions.

Key words: satellite; mission scheduling; CSP (constraint satisfaction problem); CP (constraint programming); VNTS (variable neighborhood tabu search) algorithm

卫星任务规划与调度是空间资源管理的重要内容之一,其目的在于为卫星系统的任务计划编制提供科学合理的决策手段与依据。一般来说,由于卫星资源的短缺,用户需求不能全部被满足。因此,成像侦察卫星调度的目标就是选择需要观测的地面目标、确定完成观测的卫星遥感器和观测开始时间。对于多颗卫星、多种遥感器、多个观测需求的情况下,如何生成一个满意的卫星资源调度方案,分配卫星资源来完成更多的观测任务,对于充分有效地发挥成像侦察卫星系统的能力是至关重要的。

本文以成像侦察卫星(IRS, Imaging Reconnaissance Satellite)任务调度为背景,研究解决成像侦察卫星系统的图像获取与数据下传的任务规划和调度问题。

1 卫星任务调度问题的特点

1.1 卫星任务调度问题概述

卫星任务调度是指根据卫星应用的任务需求,在多卫星、多任务条件下,对卫星系统资源进行优化配置,对信息的获取、处理、传输活动进行优化调度,制定出满足卫星应用任务需求的资源分配和活动调度方案^[1]。

成像侦察卫星是利用星载的可见光相机、红外相机或合成孔径雷达等遥感器,获取地面的图像信

* 收稿日期:2006-04-10

基金项目:高校博士学科点专项科研基金项目(20049998022);国家部委资助项目

作者简介:陈英武(1963—),男,教授,博士。

息,并将图像信息通过胶卷返回舱或中继卫星传回地面站,以供分析判读使用。一个完整的侦察任务包括侦察目标信息获取和数据回传两个活动,并且只有在卫星和相关目标(地面站或中继卫星)可以通信的时间段内(称之为可见时间窗口),卫星才可能完成这些活动。成像侦察卫星通常依据由测控系统根据任务集生成指令序列,进行侦察活动。每个任务采用以下指标定义:

- (1)目标区域:可以是点目标(一个很小的矩形区域,矩形中心点代表需要观测目标的经纬度),或者区域目标(由一个经纬度定义的多边形区域);
- (2)图像类型:可以是全色、多光谱、超光谱、雷达图像等等;
- (3)图像约束:定义图像的分辨率、拍摄图像的太阳光照条件;
- (4)观测有效时间:定义该图像需求的时间范围,如果超过该时间,该需求不安排或者降低优先级;
- (5)优先级:确定该图像需求的重要程度,该值是由综合用户的重要程度、目标类型以及需求时间等因素综合得出。

1.2 卫星任务调度问题的基本假设

成像侦察卫星调度问题是一个非常复杂的问题,不可能考虑所有实际约束条件,而只能对问题进行简化,解决实际应用的主要需求。结合有关应用单位及管理部门意见,采用以下问题假设和简化方式:

(1)观测目标。本文考虑的观测目标为点目标。该点目标具有一定长度,即需求一定的图像扫描时间(观测时间)。选择点目标作为研究对象是因为它是目前在实际中应用最广的一种观测需求。有关面目标的处理可以采用一定的方式转换为点目标进行处理,本文不对此作详细论述。

(2)资源消耗、数据记录与下传。本文不考虑卫星的能量限制,假设卫星具有足够的能量满足所有的观测任务和通信任务。假设拍摄的图像一定可以通过地面站或中继卫星回传,即假设卫星的存储容量无限或中继卫星实时可用。

(3)调度目标。与卫星侦察相关的任务调度问题,其优化目标可以有不同的形式,具体决定于卫星使用部门的偏好。本文考虑的优化目标是最大化所完成任务的总价值,或者对称的最小化未完成任务的总损失;其次,在总价值相等的情况下,尽量优先安排高优先级任务而不是大量的低优先级任务。

1.3 卫星任务调度问题的特点与难点

从成像侦察卫星调度问题的研究来看,大多数研究还局限于单星调度,有关多星调度问题的研究还刚刚起步,处于理论研究阶段,还远没有达到实用程度,并且在研究中都或多或少地对实际问题进行简化,以降低研究的难度。从调度模型求解所采用的算法来看,由于成像侦察卫星调度问题的复杂性,局部邻域搜索或其他一些近似算法已经成为成像侦察卫星调度问题求解的主要方法,并且有越来越多的研究人员尝试采用各种混合算法来对问题进行求解,以便能更有效地综合利用各种算法的优点^[2-4]。

成像侦察卫星调度的一个主要特点是观测目标具有时间窗口,且该时间窗口与卫星相关,随着执行观测任务的卫星的不同而不同。卫星与目标之间并非时时可见,而是存在可见时间窗口约束。只有在可见时间窗口内,卫星侦察任务才可能执行并完成。

贺仁杰^[5]以成像侦察卫星调度问题为背景,研究了具有时间窗口的并行机调度问题,并提出了求解该问题的禁忌搜索算法。刘洋^[6]针对成像侦察卫星动态调度问题,考虑了卫星资源状态变化与新任务插入两种情况,研究了相应的调度模型与求解算法。李菊芳^[7]研究了成像侦察卫星多星多地面站任务规划问题,建立了该问题的混合约束规划模型,并提出了求解该问题模型的启发式搜索算法。

卫星任务调度问题因为具有可见时间窗口约束,往往是 NP 完全问题。通常的线性规划方法不能有效地建立卫星任务调度模型,本文采用人工智能领域的约束规划技术建立卫星任务调度问题的约束规划模型,并提出了约束规划模型求解的变邻域禁忌搜索算法。

2 卫星任务调度问题的约束规划模型

作者曾经建立卫星任务调度问题的混合整数规划模型,直接采用成熟的数学规划软件 ILOG Cplex8.1^[8]进行求解,但求解效果很不理想,这直接导致了以下约束规划模型的提出。

(1) 决策变量

为每个活动 j 定义两个有限域变量: $next_j$ 与 $machine_j$, 变量值域分别取活动 j 的可能后续活动和占用资源。在定义了决策变量后, 问题的求解目标即是削减 $next_j$ 与 $machine_j$ 的值域, 使其最终只有一个可能取值。如果活动 i 与活动 j 在执行中占用同一个资源, 且活动 j 在活动 i 之后执行, 则 $next_i = j$; 相反, 如果 $next_i = j$, 则可推出 $machine_i = machine_j$ 。对于每个资源, 定义虚拟活动 0 和 $n+1$ 分别代表资源的活动队列中的起始和终止活动。设 N 代表所有需执行的活动集合, S 代表所有的起始活动集合, E 代表所有的结束活动集合, 这样只有当 $i \in N \cup S, j \in N \cup E$ 时, $next_i = j$ 才可能成立。

(2) 路径约束

ILOG Solver^[9]中提出了一类路径约束 $path(N, S, E, \sigma, f)$, 可以对一条具有先后关系节点上的叠加变量进行约束传播。 $path(N, S, E, \sigma, f)$ 可以描述为:

$$\forall (i, j) \in (S \cup N) \times (E \cup N) \quad next_i = j \Rightarrow \sigma_i + f(i, j) \leq t_j \quad (1)$$

式(1)中, N 代表中间节点, S 代表起始节点, E 代表结束节点, σ 为节点附加的叠加变量, f 称作节点 i 到 j 的转换函数。

对于成像侦察卫星任务调度问题, 可以在路径约束的基础上定义约束 $path(N, S, E, t, T)$, 其中 t 为活动的起始执行时间, $T(i, j, k) = p_{i,k} + s_{i,j,k}$ 代表占用资源 k 的活动 i 和活动 j 执行时间上的转换关系。其中 $p_{i,k}$ 为在活动 i 占用资源 k 的持续时间, $s_{i,j,k}$ 为活动 i 和活动 j 同时占用资源 k , 活动 i 执行完之后继续执行活动 j 的转换时间。实际模型中, 可以为 $p_{i,k}$ 和 $s_{i,j,k}$ 定义时间矩阵 P 和转换矩阵 S , 或定义一求值函数, 仅在求解需要时调用即可。

在定义了路径约束后, 如果 $next_i = j, machine_i = k$, 则

$$t_j \geq t_i + p_{i,k} + s_{i,j,k} \quad (2)$$

(3) 时间窗口约束

为了描述活动 i 占用资源 k , 且执行过程必须在时间窗口 $[s_{i1}, e_{i1}]$ 内进行, 只需定义约束条件 $s_{i1} \leq t_i \leq e_{i1} - p_{i,k}$ 。如果活动的时间窗口不止一个, 可以采用 ILOG Solver 中的或约束 (\parallel) 来表达。例如约束条件 $(s_{i1} \leq t_i \leq e_{i1} - p_{i,k}) \parallel (s_{i2} \leq t_i \leq e_{i2} - p_{i,k})$ 即表示活动 i 或在时间窗口 $[s_{i1}, e_{i1}]$ 内执行, 或在时间窗口 $[s_{i2}, e_{i2}]$ 内执行。

(4) 目标函数

首先为每个活动 i 定义变量 $u_i, u_i = 1$, 表示活动被安排执行, 即活动对应的节点在某条路径上; 否则 $u_i = 0$ 。目标函数可定义为:

$$\max \sum_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} c_i u_i \quad (3)$$

式(3)中, c_i 为活动 i 的权值。

3 约束规划模型求解的变邻域禁忌搜索算法

禁忌搜索(TS, Tabu Search)的基本思想是: 以最速下降的局部搜索算法为基础, 但使用一个短期记忆即禁忌列表来记录最近到过的解, 并禁止当前解返回它们。也就是说当前解的可接受邻域被限制为禁忌列表以外的解, 因此局部搜索过程可能被迫接受次于当前解的解, 从而得以移出其所处某个局部极小解的吸引域。禁忌列表是动态更新的, 每一步移动后都将加入最新访问过的解, 并同时删除最老的禁忌解。

对本文的具体问题而言, 局部搜索可以采用的邻域结构主要有改进型和调整型两类。使用改进型邻域是实现问题优化目标的主要手段, 但是单纯使用改进型邻域将驱使搜索过程集中在一个区域内深入搜索更好的解, 并逐渐停止于一个局部极小解。利用禁忌搜索的启发式策略虽然能够有效避免局部极小解, 但是禁忌列表的合适长度一般不容易控制, 在事先不确定搜索空间拓扑结构的情况下, 难以取得在集中搜索某个区域和探索其它搜索区域之间的平衡。为了避免在选择禁忌列表长度时遇到的困

难,本文针对具体问题的特点提出了一种变邻域禁忌搜索(VNTS, Variable Neighborhood Tabu Search)算法。

3.1 变邻域禁忌搜索算法的基本思想

VNTS 算法的基本思想是在禁忌搜索过程中,交替使用针对问题的改进型邻域和调整型邻域,并以改进型邻域为主。在使用改进型邻域时,采用较短的禁忌列表长度,以实现当前搜索区域的集中搜索,并使当前解的质量得到尽快的提高;在使用调整型邻域时,采用较长的禁忌列表长度,以促使搜索过程快速到达其他搜索区域,从而有机会去寻找更好的解。使用调整型邻域由于不会改变问题的目标函数值,因此实现的是在搜索空间的一种水平移动,其作用相当于在不同搜索区域之间的一个搭板,能够迅速改变当前解所处搜索空间的地形特征。

变邻域禁忌搜索算法的基本思想可以简要用图 1 表示。

```

算法:变邻域禁忌搜索(VNTS)
s ← 生成初始解
repeat
  while 未达给定迭代步数 do
    按照改进型邻域和较短禁忌列表长度进行禁忌搜索过程
  end while
  while 未达给定迭代步数 do
    按照调整型邻域和较长禁忌列表长度进行禁忌搜索过程
  end while
until 达到迭代终止条件

```

图 1 变邻域禁忌搜索算法的基本思想

Fig. 1 Idea of VNTS algorithm

3.2 关于初始解

在具体使用 VNTS 算法求解本文的问题时,选择以未安排任何任务的空方案作为初始解,原因如下:首先原问题不强制要求所有任务都被完成,空解是一个可行解;其次对本文问题而言,整个迭代改进的过程都是一个不断插入新任务的过程,构造一个质量较好的初始解与利用局部搜索迭代改进解的过程计算复杂度相当。

3.3 对禁忌列表的维护方式和特赦准则的说明

为了节省存储和管理开支,禁忌搜索的禁忌对象通常并不是解本身而是解或移动的一些属性。对本文问题而言,一步移动通常与解中边的变化有着某种对应关系,这里是指车辆连续进行的两个访问之间的连线。例如在 makePerformed 邻域中的移动,就对应于剪除当前解中的一条边,并添加两条新的边;在 swapPerform 邻域中的移动,则对应于剪除当前解中的两条边,并添加两条新的边。因此本文采用了如下的两种属性来作为禁忌对象,一是将添加到当前解中的边,一是将从当前解中剪除的边。相应的有两个禁忌列表,搜索算法每次判断一个移动是否被禁忌时,计算该移动将要添加和剪除的所有边分别在两个禁忌列表中出现的次数之和,如果此和值超过了某个阈值(根据邻域类型确定),则该移动将被禁止。禁忌列表的长度在这里体现为某个边处于禁忌状态的迭代次数。本文的禁忌搜索过程采用了通用的特赦准则,即只要能够得到优于当前最小解的解,则允许接受属于禁忌范围的移动。

3.4 搜索过程的具体控制策略

按照所采用邻域结构的不同,整个搜索过程主要由两个交替进行的子过程组成,其中子过程 1 使用的是由 makePerformed 和 swapPerform 邻域的并集组成的改进型邻域结构,对应于解的改进阶段;子过程 2 使用的是 adaptRoutes 调整型邻域结构,对应于解的调整阶段。最后还可以使用由改进型邻域和调整型邻域混合组成的综合邻域结构进行迭代,作为对主要搜索过程的补充,这个补充阶段称为子过程 3。子

过程3采用的综合邻域为搜索过程提供了以恰当的顺序进行改进与调整相间移动的机会,从而可能访问到子过程1和2达不到的更好的解,但由于邻域规模太大,搜索效率不高,因此只是作为补充。以下将对这些子过程以及整个搜索过程的控制策略加以具体介绍。

子过程1能够将更多或更有价值的侦察任务引入解中,是改进解质量的主要搜索过程,相应采用了较短的禁忌列表长度和较多的迭代步数。为了减小邻域的规模并降低在邻域检测过程中遇到的无效移动的数目,在子过程1中采用了逐颗卫星循环的方式,即逐次考虑每颗卫星,并将禁忌搜索过程采用的邻域结构进一步限制为仅与当前卫星相关,以提高邻域搜索的效率。

子过程2不会影响目标函数值,不能直接对解加以改进,因此其迭代步数较少,采用的禁忌列表长度较大,目的是将当前解迅速推动到其它搜索区域。经过这个阶段,已安排的任务将仍然保留,只是在执行顺序和时间以及相应的卫星资源上做了一定的调整。

使用子过程3的依据主要在于,子过程1和子过程2构成的循环,相当于集中进行若干步改进移动,再集中进行若干步调整移动,这就使可供选择的移动方式受到了严格限制,可能会妨碍向潜在的高质量解的靠近,而大的综合邻域为搜索过程提供了更多移动选择,从而可能访问到子过程1和2达不到的更好的解。子过程3由于需要兼顾搜索过程的集中和驱散,因此禁忌列表的长度被设置为一个相对于子过程1和2而言适中的长度,另外由于大邻域的搜索效率较低,因此迭代步数也不太多,其主要起一个补充搜索的作用。

总体来看,子过程1和2将反复数次构成一个主循环过程,并通过在两个子过程中使用不同的邻域结构,达到一种改进—调整—再改进的循环效果,最后子过程3再完成对搜索过程的拾漏补缺。

3.5 变邻域禁忌搜索算法与一般禁忌搜索算法的比较

对本文的具体问题而言,如果不采用变邻域搜索思想,那么禁忌搜索算法采用的邻域结构将是固定不变的,其中应该同时包含对当前解进行改进和调整的移动。这种一般禁忌搜索的过程事实上就相当于上面给出的子过程3,具体实现时只需要增加迭代步数即可。为了检验变邻域禁忌搜索算法对一般禁忌搜索算法的改进效果,这里利用相同的随机测试算例对它们的求解性能进行了比较,结果如表1所示。

表1 一般禁忌搜索算法与变邻域禁忌搜索算法的性能比较

Tab.1 Comparison of performance between general Tabu search algorithm and VNITS algorithm

算例代号	全部任务总价值	一般禁忌搜索算法		变邻域禁忌搜索算法	
		未完成任务价值	计算耗时(s)	未完成任务价值	计算耗时(s)
simp1	52	0	4.91	0	6.15
simp2	47	0	3.95	0	5.25
mid1	566	64	72.45	32	82.19
mid2	472	40	58.73	11	78.78
comp1	1081	52	462.81	8	445.11
comp2	1104	65	612.31	6	657.34

从比较结果来看,采用一般禁忌搜索算法返回的解都明显比变邻域禁忌搜索算法要差,不过两者的计算时间比较接近。

4 应用实例分析

通过调度预处理观测任务并进行计算,就可以得到每个观测任务的可选资源及可用时间窗口,该计算结果可以作为调度模型的数据输入。在建立调度模型时,对任务和传感器进行编号,得到相应的任务和资源取值;将时间窗口按秒进行离散化,得到时间变量的允许取值。通过采用本文提出的调度算法对模型求解,就可以得到最终的调度结果如表2和表3(时间以2005-1-1为基准)。本文所采用的轨道数据来源于AGI公司于2003年6月发布的全球卫星轨道数据库^[10]。

表 2 已安排任务的资源和执行时间

Tab.2 Resource and scheduling time of the completed tasks

任务编号	分配资源	起始时间	结束时间	任务编号	分配资源	起始时间	结束时间
1	Resource1	7:39:51	7:39:54	34(2)	Resource4	17:56:06	17:56:12
3	Resource1	3:57:35	3:57:42	34(3)	Resource4	17:56:12	17:56:18
4	Resource2	16:52:53	16:52:57	35(1)	Resource4	5:14:53	5:15:00
5	Resource1	14:50:05	14:50:13	35(3)	Resource4	16:17:21	16:17:28
6	Resource1	7:47:59	7:48:06	36(1)	Resource2	15:21:47	15:21:53
7	Resource2	10:10:09	10:10:18	36(2)	Resource2	15:21:53	15:21:59
8	Resource2	1:55:27	1:55:36	36(3)	Resource2	15:21:59	15:22:05
9	Resource2	2:16:12	2:16:17	36(4)	Resource2	15:22:05	15:22:11
10	Resource2	10:08:25	10:08:33	36(5)	Resource2	15:22:11	15:22:17
13	Resource3	1:47:56	1:48:00	36(6)	Resource2	15:22:17	15:22:23
14	Resource4	8:45:25	8:45:35	37(1)	Resource1	3:28:27	3:28:31
15	Resource3	19:19:48	19:19:55	37(2)	Resource1	3:28:31	3:28:35
18	Resource4	8:09:47	8:09:57	37(3)	Resource2	13:54:45	13:54:49
19	Resource4	8:31:33	8:31:37	37(4)	Resource2	13:54:49	13:54:53
21	Resource5	13:58:20	13:58:26	38(2)	Resource1	3:40:01	3:40:09
22	Resource5	4:26:54	4:27:01	39(1)	Resource2	18:25:58	18:26:01
23	Resource4	0:50:19	0:50:23	39(2)	Resource2	18:26:01	18:26:04
24	Resource4	0:39:27	0:39:34	39(3)	Resource2	18:26:04	18:26:07
25	Resource4	2:18:57	2:19:06	40(1)	Resource4	3:33:13	3:33:18
26	Resource5	14:48:37	14:48:40	40(2)	Resource2	13:07:01	13:07:06
29	Resource5	4:14:38	4:14:48	41	Resource1	2:43:21	2:43:28
30	Resource5	1:07:59	1:08:08	42	Resource2	1:58:59	1:59:03
31(1)	Resource4	6:46:48	6:46:52	43	Resource4	14:41:35	14:41:43
31(2)	Resource1	15:50:43	15:50:47	44	Resource1	7:35:50	7:35:59
31(3)	Resource4	16:23:55	16:23:59	45	Resource2	16:28:25	16:28:31
32(2)	Resource2	5:10:44	5:10:49	46	Resource2	3:39:03	3:39:06
32(4)	Resource1	15:48:44	15:48:49	48	Resource1	9:17:17	9:17:27
32(5)	Resource4	16:22:03	16:22:08	49	Resource2	5:23:11	5:23:18
34(1)	Resource4	6:53:03	6:53:09	50	Resource2	10:05:24	10:05:34

表 3 未完成任务及原因

Tab.3 Tasks that can not be scheduled and the reason

任务编号	未完成原因	任务编号	未完成原因
2	图像类型不满足	33	时间窗口不满足
11	图像类型不满足	35(2)	时间窗口不满足
12	图像类型不满足	38(1)	时间窗口不满足
16	没有时间窗口	38(3)	时间窗口不满足
17	图像类型不满足	38(4)	资源冲突
20	没有时间窗口	38(5)	时间窗口不满足
27	图像类型不满足	38(6)	时间窗口不满足
28	图像类型不满足	38(7)	时间窗口不满足
32(1)	时间窗口不满足	38(8)	时间窗口不满足
32(3)	时间窗口不满足	47	图像分辨率不满足

在表 2 和表 3 中,任务编号指的是实际的观测需求编号,例如 31(1)指的是周期性任务分解的第一个周期对应的任务。从调度结果可以看出,本文提出的方法不仅能够给出具体的调度方案,还能够对调度结果进行分析,并根据调度结果来评估卫星系统的能力。“时间窗口不满足”可能由于时间窗口不能满足任务的持续时间或不满足任务的开始时间要求,导致任务没有合适的可见时间窗口。“没有时间窗口”一项是指在调度时间范围内地面目标和卫星系统中所有的传感器均不可见。对于其他的任务未完成原因就不在这里一一分析。

5 结论

以成像侦察卫星的任务调度为背景,对卫星任务调度问题进行了研究,提出了成像侦察卫星任务调度问题的约束规划模型,采用变邻域禁忌搜索算法求解约束规划模型,并对计算结果进行了比较分析。所提出的约束规划模型可以应用于多卫星的任务规划与调度问题。

参考文献:

- [1] 方炎申, 陈英武, 顾中舜. 中继卫星调度问题的 CSP 模型[J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(2):6-10.
- [2] Globus A, Crawford J, Lohn J, et al. Earth Observing Fleets Using Evolutionary Algorithms: Problem Description and Approach[C]. Proceedings of the 3rd International NASA Workshop on Planning and Scheduling for Space, NASA, 2002.
- [3] Frank J, Jonsson A, Morris R, et al. Planning and Scheduling for Fleets of Earth Observing Satellites[C]. Proceeding of the 6th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics, Automation and Space 2002, Montreal, 2002.
- [4] Lemaire M, Verfaillie G, Frank J, et al. How to Manage the New Generation of Agile Earth Observation Satellites[C]. SpaceOPS 2000, France, 2000.
- [5] 贺仁杰, 谭跃进. 加权约束满足问题的改进深度优先搜索算法[J]. 系统工程学报, 2004, 19(5): 512-516.
- [6] 刘洋, 陈英武, 谭跃进. 一种有新任务到达的多卫星动态调度模型与方法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 4: 35-41.
- [7] 李菊芳, 谭跃进. 导引式局部搜索在一类过度约束 VRP 中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(11): 1612-1615.
- [8] ILOG. ILOG Cplex 8.1 User's Manual[Z]. 2003.
- [9] ILOG. ILOG Solver 6.0 User's Manual[Z]. 2003.
- [10] Analytical Graphics Incorporation (AGI). Satellite Tool Kit 5.0[Z]. 2003.

(上接第 122 页)

5 结束语

谱方法离散后的碰撞项简洁明了,摆脱了原 Fokker-Planck-Landau 方程碰撞项中既含微分又含积分给数值求解所带来的困难。由于化为一系列离散卷积之和,引入 FFT 算法后其运算量大为降低。数值模拟结果表明,计算方法在严格保证质量守恒的同时,也能精确地保证动量、能量守恒。

参考文献:

- [1] Pareschi L, Russo G, Toscaniz G. Fast Spectral Methods for the Fokker-Planck-Landau Collision Operator [J]. Journal of Comput. Phys., 2000, 165: 216-236.
- [2] 黄祖洽. 输运理论[M]. 北京:原子能出版社,1987.
- [3] 布赖姆 E O. 快速富里叶变换[M]. 上海:上海科学技术出版社,1983.
- [4] 李立康,等. 微分方程数值解法[M]. 上海:复旦大学出版社,1998.

