

## X 波段矩形波导宽边复合缝隙耦合器的 MPSTD 算法分析\*

杨 虎,姜永金,田立松,毛钧杰

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** 针对 MPSTD 算法在波导宽边复合缝隙问题中的应用,重点研究了 X 波段标准波导宽边复合缝隙耦合器的缝隙谐振长度和散射参量特性。仿真结果表明,将 MPSTD 算法应用于波导耦合缝隙问题的分析,可实现对该问题的精确建模,具有较高的计算精度和效率。

**关键词** 多区域时域伪谱算法(MPSTD);复合缝隙;耦合器

**中图分类号** :TN822 **文献标识码** :A

## MPSTD Algorithm Simulations of Compound Slot Coupler in the Broad Face of X-band Rectangular Waveguide

YANG Hu, JIANG Yong-jin, TIAN Li-song, MAO Jun-jie

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract**: The MPSTD algorithm is applied to model compound slot coupler in the broad face of standard X-band rectangular waveguide. The slot resonant length and S parameters of the coupler are analyzed by MPSTD. The simulated results show that the MPSTD algorithm is accurate and efficient in the analysis of the waveguide coupling slot.

**Key words**: multidomain pseudospectral time-domain(MPSTD) algorithm; compound slot; coupler

波导缝隙阵列天线因具有结构紧凑、辐射效率高、功率容量大和可靠性高等优点而被广泛应用于雷达和通讯领域。这种天线一般由馈电波导和辐射波导组成。首先,馈电波导通过耦合缝隙将电磁能量馈入辐射波导中,然后,辐射波导通过辐射缝隙形成电磁能量的有效辐射。因此,耦合缝隙的高精度分析是波导缝隙阵列天线设计的关键。宽边耦合缝隙是波导缝隙阵列天线功率耦合缝隙的最常见形式,它的最初研究是由 Watson 进行的,文献 [1] 中给出了一些等效电路及等效参量的近似表达式。随着矩量法在波导缝隙问题中的应用,功率耦合缝隙问题的研究取得了很大的进展。其中, Khac 和 Carsor<sup>[2]</sup> 采用脉冲基点匹配法分析了矩形波导宽边上的纵向偏置/横向耦合缝, R. Rengarajan<sup>[3-5]</sup> 采用横向点匹配法和全域正弦基 Galerkin 法分析了居中斜缝、纵向偏置/横向耦合缝和复合缝的特性,并且考虑了波导壁厚的影响。但是,矩量法在波导缝隙上应用的难易程度取决于格林函数技术和具体的缝隙形状及其边值条件,最终还要求解耦合积分方程组,这是矩量法分析的一个瓶颈。随着高速大容量计算机技术的发展,电磁场时域计算方法得到了迅速的发展,尤其是时域有限差分方法(FDTD)。文献 [6-8] 采用 FDTD 算法、局部网格共形技术和区域分解结合非正交坐标系下的 FDTD 算法,对波导缝隙耦合问题进行了精确的分析。然而, FDTD 算法要想达到可以接受的精度效果,每波长需要分成 20 个以上网格,在曲面边界每波长所需网格数目会更多。因此,改进 FDTD 算法的计算精度和效率一直是一个活跃的研究课题。在大量的研究中,多区域时域伪谱(MPSTD)算法在计算电磁学中已经得到了越来越多的重视<sup>[9-12]</sup>。MPSTD 方法不仅可以准确地模拟曲面物体、处理材料分界面,而且它与全域 PSTD 相比还有明显的优点<sup>[9-12]</sup>。MPSTD 算法的基本思想是将整个计算域分成几个与所分析问题共形的曲面六面体子域, Chebyshev 谱选配方法被单独用在每个子域里,子域之间通过子域分界面匹配条件来处理<sup>[15]</sup>。

\* 收稿日期: 2006-07-10  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60402034)  
作者简介: 杨虎(1976-),男,副教授,博士生。

MPSTD 算法由于发展时间短,目前该方法主要被应用于空间及地下简单目标(2D:方柱、椭圆柱、圆柱;3D:球、圆柱、方柱)散射特性的研究<sup>[9-12]</sup>。针对 MPSTD 算法在波导问题中的应用,文献[13-14]研究了波导中激励源的设置方法。本文将重点研究 MPSTD 算法在 X 波段标准矩形波导宽边复合缝隙耦合器中的应用。首先,采用 MPSTD 算法对已有文献中的计算模型进行了分析,并通过与文献中计算结果的比较,证明了 MPSTD 算法在波导宽边耦合缝隙问题中应用的有效性;其次,针对工程应用中的实际情况,给出了 X 波段标准矩形波导宽边复合缝隙耦合器缝隙谐振长度和 S 参数的设计曲线。

### 1 电磁场中的 MPSTD 算法

考虑一个无源的、各向同性、导电的不均匀媒质,其介电常数、磁导率、电导率和磁电阻率分别为  $\epsilon$ 、 $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $\sigma_m$ 。对于 3D 矢量 Maxwell 方程其形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \eta} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \zeta} + \mathbf{D} \mathbf{q} = 0 \tag{1}$$

式中,

$$\mathbf{q} = (E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)^T \tag{2}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \xi_z/\epsilon & -\xi_y/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & -\xi_z/\epsilon & 0 & \xi_x/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & \xi_y/\epsilon & -\xi_x/\epsilon & 0 \\ 0 & -\xi_z/\mu & \xi_y/\mu & 0 & 0 & 0 \\ \xi_z/\mu & 0 & -\xi_x/\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\xi_y/\mu & \xi_x/\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3a}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\mu \end{pmatrix} \tag{3b}$$

其中  $\epsilon$ 、 $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $\sigma_m$  均为坐标  $(x, y, z)$  的函数,矩阵  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{C}$  的表达式只需将矩阵  $\mathbf{A}$  中的  $\xi$  分别换成  $\eta$  和  $\zeta$  即可。

#### 1.1 Chebyshev 谱选配方法

对于 3D 问题,假定计算域能被分成许多与所分析问题共形的无互叠区域的曲面六面体。如图 1 所示,利用坐标变换,每一个  $(x, y, z)$  在坐标系中的曲面六面体能变换成  $(\xi, \eta, \zeta)$  到坐标系中的单位立方体。为了精确估计定义在单位立方体上的  $q(\xi, \eta, \zeta)$ ,采用基于 Chebyshev-Gauss-Lobatto 配置点的张量积 Chebyshev 方法。

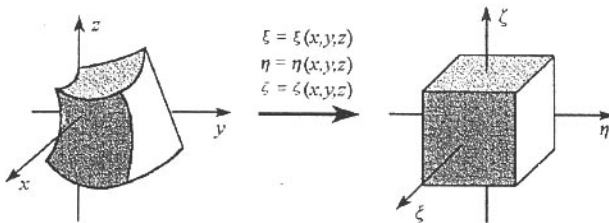


图 1 子域六面体到单位立方体的坐标变换

ig. 1 Domain mapping from a curved quadrilateral to a unit square

定义在单位立方体上的 Chebyshev-Gauss-Lobatto 配置点为：

$$\xi_i = -\cos\left(\frac{i\pi}{I}\right), \quad i = 0, 1, \dots, I \quad (4)$$

$$\eta_j = -\cos\left(\frac{j\pi}{J}\right), \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (5)$$

$$\zeta_l = -\cos\left(\frac{l\pi}{L}\right), \quad l = 0, 1, \dots, L \quad (6)$$

采用张量积 Chebyshev-Lagrange 多项式  $q(\xi, \eta, \zeta)$  被给出：

$$q(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{l=0}^L q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l) g_i(\xi) g_j(\eta) g_l(\zeta) \quad (7)$$

式中  $g_i(\alpha)$  为 Lagrange 插值多项式，

$$g_i(\alpha) = \frac{(1-\alpha^2)T'_N(\alpha)(-1)^{i+1}}{c_i N^2(\alpha - \alpha_i)} \quad (8)$$

这里  $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$ ,  $c_0 = c_N = 2$ ,  $c_i = 1$ ,  $N$  阶 Chebyshev 多项式为  $T_N(x) = \cos(N \arccos x)$ 。那么定义在网格点上的  $q(\xi, \eta, \zeta)$  的空间偏导数被给出：

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \xi} = \sum_{k=0}^I D_{ik}^{(\xi)} q(\xi_k, \eta_j, \zeta_l) \quad (9)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \eta} = \sum_{k=0}^J D_{jk}^{(\eta)} q(\xi_i, \eta_k, \zeta_l) \quad (10)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \zeta} = \sum_{k=0}^L D_{lk}^{(\zeta)} q(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (11)$$

式中  $D_{ik}^{(\xi)} = g'_k(\alpha_0)$ ,  $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$  为微分矩阵。具体表达式可参见文献 [11]。

### 1.2 Runge-Kutta 时间步方法

对于双曲系统 (1)，采用需要  $2N$  存储量的 5 步 4 阶 Runge-Kutta 方法作为显式时间积分方法，将公式 (1) 写为

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{f}(t, \mathbf{q}) \quad (12)$$

式中，

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{q}) = -\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} - \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \eta} - \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \zeta} - \mathbf{D} \mathbf{q} \quad (13)$$

将  $q(t_n)$  记为  $\mathbf{q}_n$ ,  $t_n = n\Delta t$ ,  $\Delta t$  是时间步间隔。对于 5 步 4 阶 Runge-Kutta 方法可表示为

$$\mathbf{u}_0 = \mathbf{q}_n \quad (14)$$

$$\forall j \in [1, 5] \left\{ \begin{aligned} \mathbf{k}_j &= a_j \mathbf{k}_{j-1} + \Delta t \cdot \mathbf{f}(t_n + c_j \Delta t, \mathbf{u}_{j-1}) \\ \mathbf{u}_j &= \mathbf{u}_{j-1} + b_j \mathbf{k}_j \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{u}_5 \quad (16)$$

其中，常数  $a_j, b_j, c_j$  可参考文献 [11]。

## 2 波导宽边复合缝隙耦合器的分析

文中以 X 波段标准波导 WR-90 为例，进行了宽边复合缝隙耦合问题的研究。WR-90 波导的内壁尺寸为  $22.86 \times 10.16 \text{ (mm}^2\text{)}$ ，假定波导宽壁为  $x$  方向，窄壁为  $y$  方向，传输方向为  $z$  方向。

### 2.1 缝隙模型的建立

矩形波导宽边复合缝隙耦合器的结构如图 2(a) 所示，包括主馈电波导（由端口 1、端口 2 标识）和辐射波导（由端口 3 和端口 4 标识），两根波导之间的公共壁厚为  $t$ ，复合缝隙位于波导间的公共面上。图 2(b) 给出了复合缝隙的尺寸及位置参数。复合斜缝的几何参数定义为：波导尺寸为  $a \times b$ ，缝隙中心到

波导中心线的距离为  $\delta$  , 缝隙宽度为  $w$  , 缝隙长度为  $2l$  , 波导壁的厚度为  $t$ 。

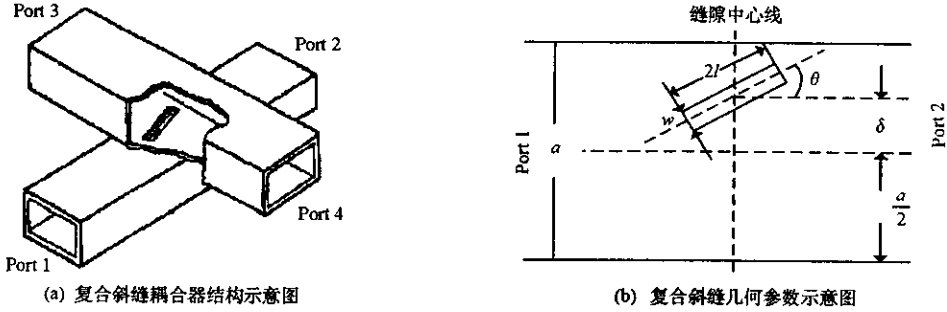


图2 波导宽边复合缝隙耦合器结构示意图

Fig.2 Geometry of a compound slot coupler

对该问题采用 MPSTD 分析,首先要对复合缝隙进行子域划分和网格点分布建模,馈电波导的子域划分和网格点分布如图 3(a)所示,整个复合缝隙计算模型的子域划分和网格点分布如图 3(b)所示。为了消除波导终端的影响,在波导两端及计算空间的外边界设置了 PML 子域,采用 CPML 吸收边界条件用于计算空间的截断<sup>[6]</sup>。整个问题被分成 23 个子域,PML 子域在波导宽壁和窄壁的网格数目为  $6 \times 6$ ,在波传播方向的网格数目为 10,其余子域的网格数目为  $6 \times 6 \times 6$ 。

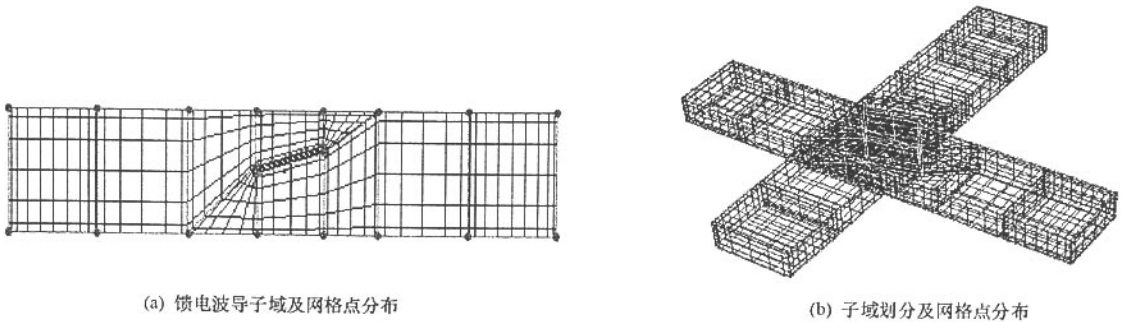


图3 波导宽边复合缝隙耦合器的计算模型

Fig.3 Calculating model of the compound slot coupler

## 2.2 入射场的设置

激励源设置于主馈电波导的第二个子域,并采用基于简约波源条件的时域调制 Gauss 脉冲激励源设置方法<sup>[13-14]</sup>,这样就避免了 Gibbs 现象的影响。激励源的表达式采用空间和频率双调制的高斯脉冲,这样,在波导的窄壁方向,激励电场为均匀变化,在波导的宽壁方向,激励电场为一阶正弦变化,这样设置可使波源在波导横截面上的场分布  $TE_{10}$ 和主模的场分布一致<sup>[17]</sup>。

激励源表达式为:

$$E_y(x, t) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(2\pi f_0 t) e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \quad (17)$$

式中,  $f_0$  为中心频率,  $t_0$  为 Gauss 脉冲的中心,  $T$  为 Gauss 脉冲的脉宽。计算中取  $f_0 = 10\text{GHz}$ ,  $T = 225\text{ps}$ ,  $t_0 = 100\text{ps}$ 。

## 2.3 计算结果及分析

为了验证 MPSTD 算法在波导宽边复合缝隙问题分析中的有效性,根据文献[5]的计算模型进行了仿真验证,计算模型的结构参数如下:  $\delta = 1.27\text{mm}$  和  $2.54\text{mm}$ ,  $w = 1.5875\text{mm}$ ,  $t = 0.762\text{mm}$ ,要求缝隙的谐振频率为  $f = 9.3\text{GHz}$ 。MPSTD 算法的计算结果与文献[5]中 MOM 算法计算结果的比较如图 4 所示。由图 4 可知,MPSTD 算法的仿真结果与矩量法的仿真结果具有很好的一致性。

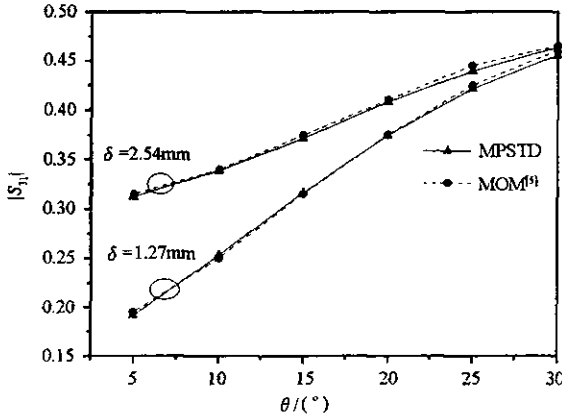


图 4 MPSTD 算法与 MOM 算法计算结果比较

Fig.4 Comparison of the MPSTD solutions and the MOM solutions

下面针对工程应用中的实际情况,采用 X 波段标准矩形波导 WR-90(波导壁的厚度为  $t = 1.27\text{mm}$ ),对不同偏移量  $\delta$  和不同倾斜角度  $\theta$  下复合缝隙耦合器的缝隙谐振长度和散射特性进行研究。

由于 MPSTD 算法是全波分析方法,能量耦合状态可以直接通过判断  $S_{31}$  或  $S_{41}$  的幅值来确定,对应于  $|S_{31}|$  或  $|S_{41}|$  最大值的频率就是复合缝隙的谐振频率,此时缝隙的物理长度就是对应该谐振频率的谐振长度。文献 5 指出 X 波段全高波导复合缝隙耦合器缝隙的归一化谐振长度随偏移量  $\delta$  变化比较明显,但随倾斜角  $\theta$  基本不变。为了进一步说明上述结论,图 5 给出了当  $w = 1.5875\text{mm}$ 、 $\delta = 1.27\text{mm}$ 、谐振长度取固定值  $15.4\text{mm}$  时,  $|S_{31}|$  随  $\theta$  和频率  $f$  的变化曲线。

由图 5 可知,在偏移量和谐振长度固定的情况下( $\delta = 1.27\text{mm}$ ,  $L_{res} = 15.4\text{mm}$ ),随着倾斜角度的增大,谐振频率变化很小。在  $\theta = 5^\circ$  时,谐振频率  $f_{res} = 9.3\text{GHz}$ ;当  $\theta = 35^\circ$  时,  $f_{res} = 9.35\text{GHz}$ ,可见,谐振频率随倾斜角度的最大变化为  $50\text{MHz}$ 。同理,当  $\delta$  取  $2.54\text{mm}$ 、 $3.81\text{mm}$  和  $5.08\text{mm}$  时,结论与  $\delta$  取  $1.27\text{mm}$  时是一致的,谐振频率随倾斜角度的最大变化为  $60\text{MHz}$ 。上述仿真结果进一步证明了文献 5 结论的正确性。

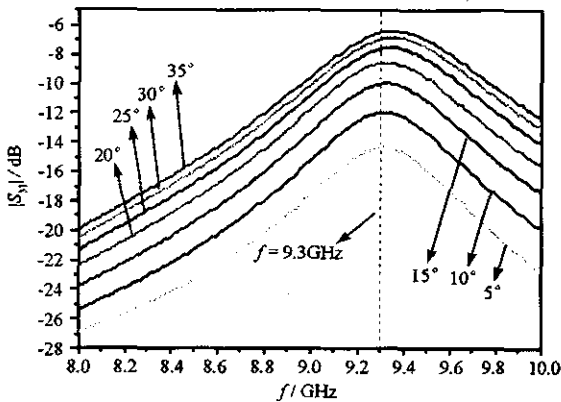


图 5  $\delta = 1.27\text{mm}$  时不同角度下的  $|S_{31}|$

Fig.5  $\delta = 1.27\text{mm}$ ,  $|S_{31}|$  versus  $\theta$  and  $f$

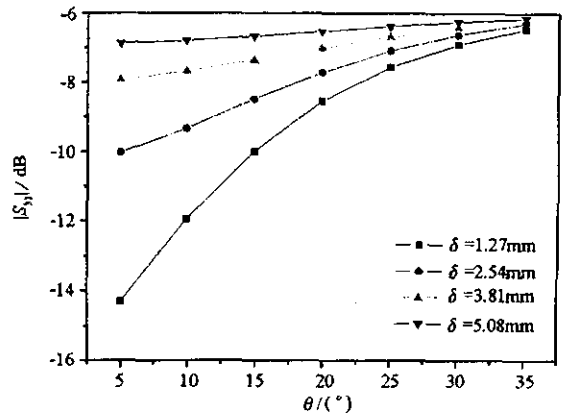


图 6  $f = 9.3\text{GHz}$  时  $|S_{31}|$  与  $\delta$  和  $\theta$  的关系

Fig.6 The relationship of  $|S_{31}|$ ,  $\delta$  and  $\theta$ , when  $f = 9.3\text{GHz}$

对于一个功率耦合缝隙而言,最重要的是掌握通过缝隙耦合得到的功率的大小,即散射参数  $|S_{31}|$  和  $|S_{41}|$  的特性。根据复合缝隙结构的对称性可知,端口 4 的输出特性与端口 3 相同,因此,下面只研究  $|S_{31}|$  随  $\theta$  和  $\delta$  的变化曲线。缝隙参数为  $w = 1.5875\text{mm}$ ,偏移量  $\delta$  取  $1.27\text{mm}$ 、 $2.54\text{mm}$ 、 $3.81\text{mm}$  和  $5.08\text{mm}$  时对应的谐振长度分别取  $15.4\text{mm}$ 、 $15.6\text{mm}$ 、 $15.8\text{mm}$  和  $16\text{mm}$ ,要求缝隙的谐振频率为  $f =$

9.3GHz。计算结果如图6所示。

从图6可知,  $|S_{31}|$  随着倾斜角的增大而上升, 当偏置较小时,  $|S_{31}|$  上升较快, 当偏置较大时,  $|S_{31}|$  上升变得缓慢。

### 3 结论

本文针对 MPSTD 算法在波导宽边复合缝隙耦合问题中的应用, 首先, 采用 MPSTD 算法对已有文献中的计算模型进行了分析, 并通过与文献中计算结果的比较, 证明了 MPSTD 算法在波导宽边耦合缝隙问题中应用的有效性; 其次, 针对工程应用中的实际情况, 给出了 X 波段标准矩形波导宽边复合缝隙耦合器的缝隙谐振长度和 S 参数的设计曲线。X 波段标准矩形波导宽边复合缝隙耦合特性的 MPSTD 算法分析进一步拓展了 MPSTD 算法的应用领域, 同时, 文中得到的仿真结果对波导缝隙阵列天线的工程设计也具有很好的指导意义。

### 参考文献:

- [1] Watson W H. The Physical Principles of Waveguide Transmission and Antenna System[M]. London: Clarendon Press, 1949.
- [2] Vu Khac T, Carson C T. Coupling by Slots in Rectangular Waveguides[J]. Electron. Lett., 1972, 8(18): 456-458.
- [3] Rengarajan S R. Characteristics of a Longitudinal/Transverse Coupling Slot in Crossed Rectangular Waveguides[J]. IEEE Trans. on MTT, 1989, 37(8): 1171-1177.
- [4] Rengarajan S R. Analysis of a Centered-inclined Waveguide Slot Couple[J]. IEEE Trans. on MTT, 1989, 37(5): 884-889.
- [5] Rengarajan S R. Compound Coupling Slots for Arbitrary Excitation of Waveguide-fed Planar Slot Arrays[J]. IEEE Trans. on AP, 1990, 38(2): 276-280.
- [6] 李龙, 张玉, 梁昌洪. 波导宽边缝隙天线的改进共形 FDTD 分析[J]. 电子学报, 2003, 31(6): 860-863.
- [7] 任武, 高本庆, 杨仕明. 波导宽边辐射缝隙的全波分析[J]. 现代雷达, 2004, 26(2): 64-67.
- [8] Ren W, Gao B Q, Xue Z H, et al. Full-wave Analysis of Broad Wall Slot's Characteristics in Rectangular Waveguides[J]. IEEE Trans. AP, 2004, 52(9): 2436-2444.
- [9] Yang B L, Gottlieb D, Hesthaven J S. Spectral Simulations of Electromagnetic Waves Scattering[J]. J. Comp. Phys., 1997, 134: 216-230.
- [10] Kabakian A V. A Three-dimensional Spectral Collocation Time-domain Solver for Electromagnetic Wave Scattering[J]. AIAA Paper, 1997.
- [11] Fan G X, Liu Q H, Hesthaven J S. Multidomain Pseudospectral Time-domain Simulations of Scattering by Objects Buried in Lossy Media[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(6): 1366-1373.
- [12] Zhao G, Liu Q H. The 3-D Multidomain Pseudospectral Time-domain Method for Wideband Simulation[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2003, 13(5): 184-186.
- [13] 姜永金, 田立松, 杨虎, 等. MPSTD 算法在波导分析中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(2): 48-53.
- [14] 姜永金, 杨虎, 田立松, 等. 矩形波导宽壁复合缝隙耦合器的 MPSTD 算法分析[J]. 电子信息学报, 2006, 29.
- [15] 姜永金, 柴舜连, 毛钧杰. MPSTD 算法子域分界面上的 CV-PB 匹配条件[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2226-2230.
- [16] 姜永金, 毛钧杰, 柴舜连. CFS-PML 边界条件在 PSTD 算法中的实现与性能分析[J]. 微波学报, 2004, 20(4): 36-39.
- [17] 尹家贤, 刘克成, 刘培国, 等. FDTD 中波导激励源研究[J]. 国防科技大学学报, 2001, 23(2): 99-102.



