

## 基于复一方向小波变换和视觉表示的图像增强\*

严奉霞,成礼智

(国防科技大学理学院,湖南长沙 410073)

**摘要** 针对复一方向小波变换具有好的平移不变性、方向选择性、对图像边缘特征的表示比传统实小波要好等优势,提出了一种基于视觉表示统计特性和复一方向小波变换的图像增强新方法。该算法在图像的多尺度复一方向小波变换域内进行动态范围(亮度)修正和局部对比度调整以增强图像。实验结果表明,与目前经典的多尺度增强算法相比,运用本文的算法增强的图像视觉效果好,在边缘和细节处失真小,而且对图像源的变化具有很好的鲁棒性。

**关键词** 图像增强;二元树复数小波;双密度二元树小波变换;对比度

中图分类号:TN911.7 文献标识码:A

## Image Enhancement Based on a New Complex-directional Wavelet Transform and the Visual Representation

YAN Feng-xia, CHENG Li-zhi

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** A novel method for image enhancement, which exploits the properties of the double-density dual-tree DWT and the statistical characters of visual representation, is proposed. The double-density dual-tree DWT combines the characteristics and advantages of the double-density DWT and the complex dual-tree DWT. This allows the transform to provide approximate shift invariance and directional selectivity and is well suited for image enhancement. The algorithm corrects the global dynamic range(brightness) and adjusts local contrast in the new complex-directional wavelet transform domain. Comparisons with some popular image enhancement methods are made, showing the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words** image enhancement; the dual-tree DWT; the Double-density dual-tree DWT; contrast

图像增强的目的是使处理后的图像比原图像更适合某些特定的应用,如人眼理解或机器识别<sup>[1]</sup>。近年来,基于图像多尺度分析的增强方法备受关注,被认为是非常有效的增强方法<sup>[2-3]</sup>。D. L. Donoho提出了基于 Curvelet 变换的增强图像<sup>[4]</sup>,该方法取得了较好的实验结果,但是计算和存储量随分解级数增加呈指数级增长,且主要适合处理包含大量线状特征的图像。若增强目的是为了增强视觉效果,所需增强图像可以通过调节对比度和亮度来得到。一种好的对比度增强算法应该既考虑局部图像特征又兼顾一些基本的人类视觉特性。最近 H. Kaiqi<sup>[5]</sup>等根据 Jobson 研究的图像统计特征和视觉表示之间的关系<sup>[6]</sup>,提出了一种基于视觉表示的统计特性和多尺度小波变换性质的图像增强算法,在数值实验中取得了较好的结果。本文结合新的复一方向小波变换的性质和视觉表示的统计特性,提出一种图像增强的新算法,通过定义对应于人类视觉系统多尺度结构的对比度,在复一方向小波变换域内调节图像的亮度和对比度来增强图像,局部对比度和动态范围调节参数由视觉表示的统计特性来决定。实验结果表明,与目前有代表性的多尺度增强方法相比,运用本文算法处理图像可以更好地凸显图像高频细节且在边缘处引入失真小,得到的增强图像视觉效果有很明显的改进。

\* 收稿日期:2006-05-23  
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60573027)  
作者简介:严奉霞(1979—),女,博士生。

# 1 复一方向小波变换

传统实数小波因具有时频局部化、稀疏表示、快速多尺度分解等好的性质而成为信号、图像处理强有力的工具,但是它存在一些妨碍其使用于许多实际应用的缺点,如平抑敏感性、弱的方向选择性、缺少相位信息等<sup>[7]</sup>。为弥补传统实小波的这些缺点,各种新型小波变换和小波理论层出不穷。Kingsbury<sup>[8]</sup>提出的复数小波特别是二元树复数小波在基于小波的信号处理中取得了令人振奋的结果。最近,Selesnick结合双密度小波变换<sup>[9]</sup>和二元树复数小波提出了一种新的复方向小波变换即双密度二元树复数小波变换<sup>[10-11]</sup>,由于它综合了这两种变换的优点,具有平移不变性、好的方向选择性、设计自由度大、变换冗余度小等性质,因而将此新型复一方向小波变换用于图像增强是很好的选择。

双密度二元树复数小波变换对应于一个新的基于两个不同的尺度函数  $\phi_h(t)$ 、 $\phi_g(t)$  和四个不同的小波  $\Psi_{h,i}(t)$ 、 $\Psi_{g,i}(t)$  ( $i=1,2$ ) 的二进小波紧框架。其中的两个小波函数  $\Psi_{h,i}(t)$  彼此偏移半个单位,  $\Psi_{g,i}(t)$  也类似,即

$$\Psi_{h,1}(t) \approx \Psi_{h,2}(t-0.5), \quad \Psi_{g,1}(t) \approx \Psi_{g,2}(t-0.5) \tag{1}$$

同时,两个小波  $\Psi_{g,i}(t)$  和  $\Psi_{h,i}(t)$  还形成近似 Hilbert 变换对,  $\Psi_{g,2}(t)$  和  $\Psi_{h,2}(t)$  也类似,即

$$\Psi_{g,i}(t) \approx -\{\Psi_{h,i}(t)\}, \quad \Psi_{g,2}(t) \approx -\{\Psi_{h,2}(t)\} \tag{2}$$

这样就形成两个复(近似解析)小波,从而可用来实现复的方向小波变换。对 2D 双密度二元树复数小波,我们如下定义分离的小波基:

$$\begin{cases} \Psi_{a,i,j}(x,y) = \Psi_{h,i}(x)\Psi_{h,j}(y), & \Psi_{b,i,j}(x,y) = \Psi_{g,i}(x)\Psi_{g,j}(y) \\ \Psi_{c,i,j}(x,y) = \Psi_{h,i}(x)\Psi_{g,j}(y), & \Psi_{d,i,j}(x,y) = \Psi_{g,i}(x)\Psi_{h,j}(y) \end{cases}, \quad 0 \leq i, j \leq 2 \tag{3}$$

为了表示方便,将尺度函数表示为  $\Psi_0, \Psi_{h,i}(x) := \phi_h(x), \Psi_{g,i}(x) := \phi_g(x)$

(3)式中共得到 4 个低通尺度函数和 32 个带通小波函数。对(3)式中所得小波函数做和/差运算得到 32 个方向小波如下:

$$\begin{cases} \Psi_{A,i,j}(x,y) = \Psi_{a,i,j}(x,y) + \Psi_{b,i,j}(x,y), & \Psi_{B,i,j}(x,y) = \Psi_{a,i,j}(x,y) - \Psi_{b,i,j}(x,y) \\ \Psi_{C,i,j}(x,y) = \Psi_{c,i,j}(x,y) + \Psi_{d,i,j}(x,y), & \Psi_{D,i,j}(x,y) = \Psi_{c,i,j}(x,y) - \Psi_{d,i,j}(x,y) \end{cases} \tag{4}$$

其中  $0 \leq i, j \leq 2$ , 但除了  $i=j=0$  情形。

式(4)中的每个小波沿着下面六个方向之一定位:  $\pm 15^\circ, \pm 45^\circ, \pm 75^\circ$ , 总共有 32 个方向小波(不包括对应于  $i=j=0$  时的低通尺度函数)如图 1 所示。

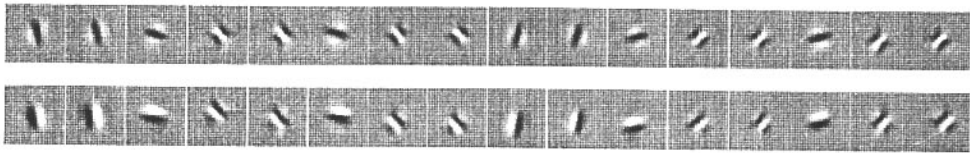


图 1 由 1D 小波的 Hilbert 变换对生成的 2D 小波

Fig. 1 The 2D wavelets generated by an approximate Hilbert transform pair of 1D wavelets

由于复数小波变换的幅度相对稳定不振荡,而且是近似平移不变的,因此,复数小波变换的系数幅值可用来提高基于复小波的图像处理方法的效果。对应于复一方向小波变换的滤波结构包含两个平行实现的过采样(oversampled)的迭代滤波带,如图 2(a)所示。将第一个滤波带的滤波器表示为  $h_i(n)$ ,而第二个滤波带的滤波器表示为  $g_i(n)$  ( $i=0,1,2$ )。Selesnick 利用分数延迟全通滤波器(fractional-delay allpass filter)、谱因子分解(spectral factorization)和滤波器带补充(filterbank completion)等方法来设计满足双密度二元树复数小波变换中各种约束条件的 FIR 滤波器<sup>[11]</sup>。

设  $s$  为 2D 输入信号,对二维数据  $s$  的行和列分别作图 2(a)所示的迭代滤波,就得到二维双密度二元树复小波变换算法,此时第  $j$  层复数小波变换可得到四个分支子带分量  $t_A^{j,k}, t_B^{j,k}, t_C^{j,k}, t_D^{j,k}$  ( $k=1, \dots, 8$ ),它们可以视为以下复信号  $S_{\text{sign}}^{j,k}$ ,  $\text{sign} = +, -$  的实部和虚部:

$$\begin{cases} S_+^{j,k} = (t_A^{j,k} - t_B^{j,k}) + i(t_B^{j,k} + t_C^{j,k}) \\ S_-^{j,k} = (t_A^{j,k} + t_B^{j,k}) + i(t_B^{j,k} - t_C^{j,k}) \end{cases} \quad (5)$$

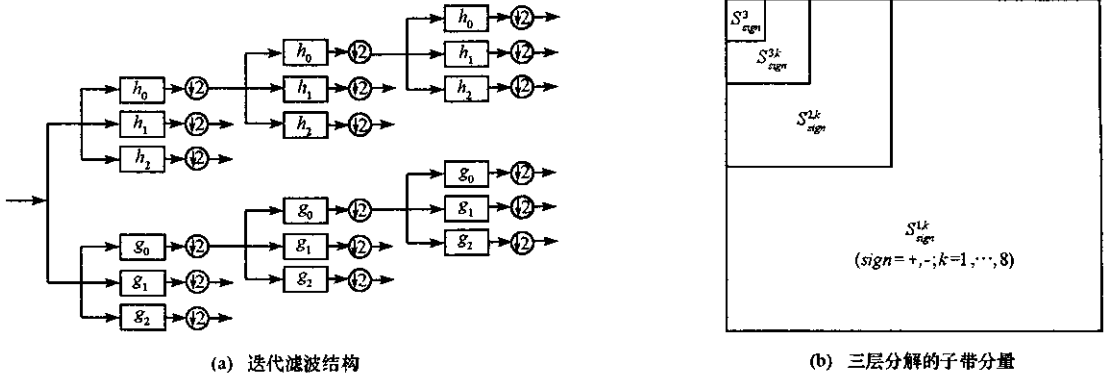


图 2 双密度二元树离散小波变换的滤波器结构和分解子带

Fig. 2 The filterbank structure and decomposition subbands of the double-density dual-tree DWT

对图像作三层双密度二元树离散小波变换分解后,各分量的对应关系如图 2(b)所示。与二维实数小波每层分解产生一个低频分量和三个高频分量不同的是,这里共有两个低频分量和 16 个高频子带分量,从而每层分解得到 16 个复子带信号,它们对应于图像中六个方向的信息,更适于表示图像中的方向异性。实现过程中将分解后子带分量做和差运算后所得的四个系数分量  $(t_A^{j,k} - t_B^{j,k})$ 、 $(t_B^{j,k} + t_C^{j,k})$ 、 $(t_A^{j,k} + t_B^{j,k})$ 、 $(t_B^{j,k} - t_C^{j,k})$  保存在元胞数组数据结构  $\omega\{j\} \mathcal{H} \mathcal{P} \mathcal{H} \mathcal{d} \mathcal{H} k\}$  中,  $j=1 \dots N$ ;  $p=1, 2$ ;  $d=1, 2$ ;  $k=1 \dots 8$ , 其中,  $j$  表示尺度,  $p$  表示实部 ( $p=1$ ) 或虚部 ( $p=2$ ) ( $d, k$ ) 表示方向。用  $W_d^{j,k} \triangleq \omega\{j\} \mathcal{H} \mathcal{P} \mathcal{H} \mathcal{d} \mathcal{H} k\} + i\omega\{j\} \mathcal{H} \mathcal{Q} \mathcal{H} \mathcal{d} \mathcal{H} k\}$  表示分解第  $j$  层中方向为  $(d, k)$  的子带的复小波系数。

## 2 基于复一方向小波变换和视觉表示的图像增强算法

由于新的复一方向小波变换能给出图像多个分辨率和不同方向的信息,具有平移不变性、较强的方向选择性、相应的小波基函数比二元树复数小波的基函数更平滑空间间隔更紧凑等好的性质,因而更适合表示图像中具有方向的边缘特征,也更适合用于图像增强等应用。我们将这种新的复一方向小波变换与视觉表示相结合,给出一种新的图像增强算法。

在图 2(b)的多尺度分解中,每作一层分解后,其低频可以继续分解,得到一系列子带  $S_{sign}^{j,k}$ ,  $sign = +, -$ ;  $j=1, 2, \dots, N$ ;  $k=1, \dots, 8$ ; 这些子带即为变换的高频细节,其中  $N$  表示分解层数,  $S_{sign}^N$  是最顶层的两个低分辨率子带。我们将高频表示为  $H_{j,d} \triangleq S_d^{j,k} = S_{sign}^{j,k}$ , 其中  $d=1, 2$  分别表示  $sign = +, -$  的情况,  $L_{j,d}$  表示第  $j$  层的低频子带。对第  $j$  层子带的不同方向我们可以定义对比度为变换域内高频子带和低频子带亮度均值的比值。

$$C_{j,d} = E_{H_{j,d}} / E_{L_{j,d}} \quad (6)$$

其中,  $E$  表示子带的亮度均值,即

$$E = \sum \sum |W_d^{j,k}| / M \quad (7)$$

如  $E_{H_{j,d}}$  就表示高频子带  $H_{j,d}$  的亮度均值,其中  $|W_d^{j,k}|$  表示分解第  $j$  层中方向参数为  $(d, k)$  的子带小波系数(复系数)幅值,而  $M$  表示子带分辨率。在每个分辨率层,对于方向参数  $k$  表示的高频子带,采用同样的增强算法;与文献 [2] 中算法不同的是,对于方向参数  $d$  ( $d=1, 2$ ) 表示的高频子带,我们采用不同的增强因子。设图像变换域内增强前的对比度为  $C = (c_{1,d}, c_{2,d}, \dots, c_{N,d})$ , 其中  $c_{j,d}$  表示第  $j$  层  $d$  方向频率带的对比度,我们将增强后的对比度表示为  $\hat{C} = (\hat{c}_{1,d}, \hat{c}_{2,d}, \dots, \hat{c}_{N,d})$ , 对所有频率一致的增强对比度,有

$$\hat{c}_{j,d} = \lambda c_{j,d} \quad (8)$$

则有

$$\hat{E}_{H_{j,d}} / \hat{E}_{L_{j,d}} = \hat{c}_j = \lambda c_j = \lambda E_{H_{j,d}} / E_{L_{j,d}} \tag{9}$$

其中  $\lambda$  是图像增强控制因子, 则得到增强的小波系数为

$$\hat{W}_d^{j,k} = \lambda T_{j,d} W_d^{j,k} \tag{10}$$

其中

$$T_{j,d} = \hat{E}_{L_{j,d}} / E_{L_{j,d}} \tag{11}$$

$T_{j,d}$  能通过递归计算得到。增强算法描述如下:

(1) 对图像  $I$  作  $N$  层双密度二元树复数小波分解, 得到分量  $t_{j,k}^i, T = A, B, C, D; k = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, N$ 。根据 (5) 式, 在第  $j$  层得到 16 个复子带系数  $S_{sign}^{j,k}, sign = +, -; k = 1, 2, \dots, 8$ ; 子带中的小波系数对应于  $W_d^{j,k}$ 。

(2) 令  $j = N$  并计算  $\hat{E}_{L_{N,d}} = K_{\beta}(E_{L_{N,d}}), \hat{E}_{H_{N,d}} = E_{H_{N,d}}$ ;

(3) for  $j = N - 1 : -1 : 1$  {for  $d = 1 : 2$  {

由 (11) 式计算  $T_{j,d}$ ; for  $k = 1 : 8$  {

由 (10) 式得到增强后的小波系数  $\hat{W}_d^{j,k}$ ; } / end  $k$

用 (7) 式计算  $\{E_{H_{j,d}}, E_{L_{j,d}}, \hat{E}_{H_{j,d}}, \hat{E}_{L_{j,d}}\}$ ; } end  $d, j$

(4) 用增强后的小波系数  $\hat{W}_d^{j,k}$  作双密度二元树复数小波逆变换得到增强图像  $E_n(I)$ 。

其中  $E_{L_{N,d}}$  是分解最顶层低分辨率子带  $S_{sign}^N$  的亮度均值。  $K_{\beta}(\cdot)$  是控制增强后图像的动态范围(即亮度范围)的函数。用文献 [5] 中的  $K_{\beta}(\cdot)$  函数, 即

$$\hat{W}_d^N = K_{\beta}(W_d^N) = 65 + \beta \cdot W_d^N \tag{12}$$

其中  $W_d^N$  是最低分辨率子带  $S_{sign}^N$  对应的小波系数,  $\hat{W}_d^N$  是由函数  $K_{\beta}(\cdot)$  进行动态范围调节后的小波系数。增强控制因子  $\lambda$  和  $\beta$  通过解下面的方程得到:

$$\beta' = \text{argmin}_{\beta} [\hat{\mu}(\beta) - \mu_{optimal}], \quad \lambda' = \text{argmin}_{\lambda} [\hat{\sigma}(\lambda) - \sigma_{optimal}] \tag{13}$$

其中  $\hat{\mu}(\beta), \hat{\sigma}(\lambda)$  分别是增强后图像的均值和标准方差。而  $\mu_{optimal}, \sigma_{optimal}$  是视觉最优表示图像的均值和标准方差。

### 3 实验结果与结论

图 3、图 4 是分别对 Saturn 图像和 Fingerprint 图像增强的结果。作为比较, 我们给出了用二进小波变换方法<sup>[3]</sup>和基于多尺度小波及视觉表示统计特性方法<sup>[5]</sup>的增强结果, 分别对应于每幅图中的(b)和(c)。不难看出, 用文献 [3] 中算法得到的图像对比度增强较好但亮度不够, 而用文献 [5] 中算法增强的图像在边缘处有明显视觉失真, 使图像看起来不自然。而用本文算法得到的增强图像显示了更多清晰的细节, 在边缘处失真小, 在图像的全局动态范围(亮度)和对比度上都达到了最优的视觉效果。我们还对其他很多图像进行了测试, 结果表明, 本文算法具有很强的鲁棒性。

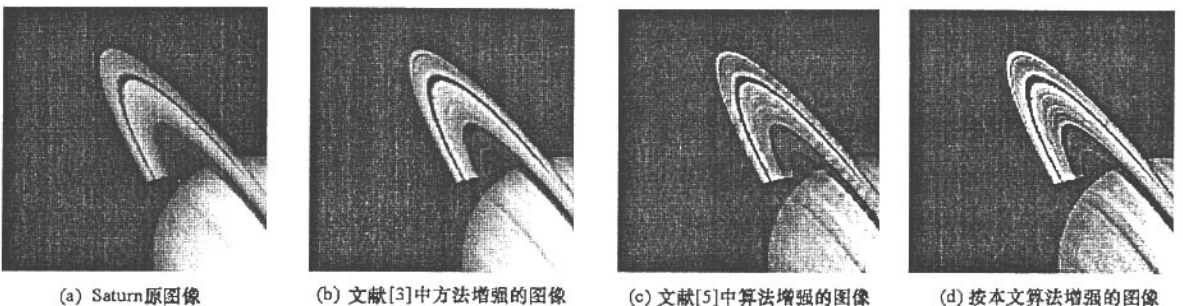


图 3 对 Saturn 图像增强的结果

Fig. 3 The results of enhancing Saturn image

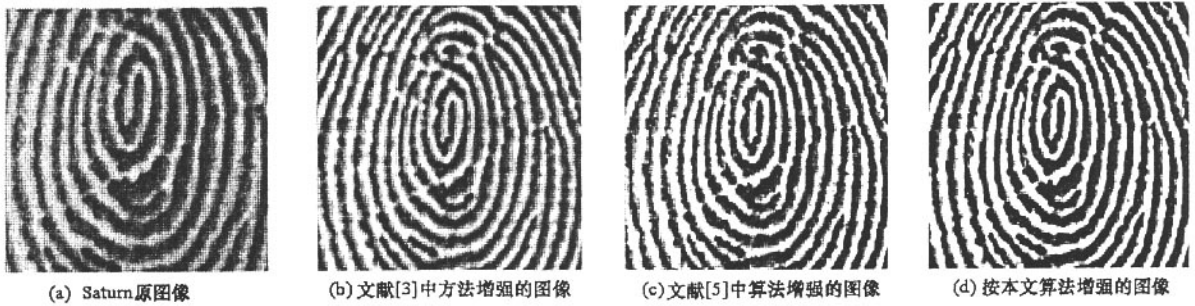


图 4 对 Fingerprint 图像的增强结果

Fig.4 The results of enhancing Fingerprint image

本文提出的增强算法充分利用了新的复一方向小波变换的性质(平移不变性、方向选择性)和最优视觉表示的统计特性,在复一方向小波域内自动调节参数。局部对比度是基于对全局动态范围(亮度)的修正来调节的。实验结果表明,与目前有代表性的多尺度增强方法相比,本文算法处理图像计算量适中,可以更好地凸显图像高频细节且在边缘处引入失真小,得到的增强图像视觉效果有很明显的改进,在图像亮度和对比度上都取得更好的视觉效果。由于算法采用了自适应的策略,所以对各类图像的具有较好的灵活性和普遍适用性。

## 参考文献:

- [1] Gonzales R C, Woods R E. Digital Image Processing [M]. MA: Addison-Wesley, 1995.
- [2] Velde K V. Multi-scale Color Image Enhancement [A]. In Proc. Int. Conf. Image Processing [C], 1999, 3: 584 - 587.
- [3] Dippel S, Stahl M, Wiemker R, et al. Multiscale Contrast Enhancement for Radiographies: Laplacian Pyramid Versus Fast Wavelet Transform [J]. IEEE Trans. Medical Imaging, 2002, 21(4): 343 - 353.
- [4] Starck J L, Murtagh F, Candes E J, et al. Gray and Color Image Contrast Enhancement by the Curvelet Transform [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2002.
- [5] Huang K Q, Wu Z Y, Wang Q. Image Enhancement Based on the Statistics of Visual Representation [J]. Image and Vision Computing, 2005, 23: 51 - 57.
- [6] Jobson D, Rahman Z, Woodell G A. The Statistics of Visual Representation [R]. Visual Information Processing XI, Proc. SPIE 2002: 4736 - 4748 (invited paper).
- [7] Fernandes F C A. Directional, Shift-insensitive, Complex Wavelet Transforms with Controllable Redundancy [D]. PhD thesis, Rice University, 2002.
- [8] Kingsbury N G. Complex Wavelets for Shift Invariant Analysis and Filtering of Signals [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2001, 10(3): 234 - 253.
- [9] Selesnick I W. The Double Density DWT in Wavelets in Signal and Image Analysis: From Theory to Practice [M]. ed. A. A. Petrosian, F. G. Meyer, ch. 2, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2001.
- [10] Selesnick I W. A New Complex-directional Wavelet Transform and its Application to Image Denoising [A]. IEEE International Conference on Image Processing [C] 2002: 573 - 576.
- [11] Selesnick I W. The Double-Density Dual-tree DWT [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(5).



