

## 一种基于随机映射的战斗效能模型\*

谭东风

(国防科技大学 信息系统与管理学院,湖南 长沙 410073)

**摘要** 利用随机映射概念提出了一种新的战斗毁伤模型形式——Lanchester 战斗网络模型。模型是由一个阶递减的随机映射序列组成的随机有向二部图,它明确、形式地描述了战争整体行为与局部作用之间的关系。理论分析和计算获得的结论表明,模型描述的整体作战效能符合 Lanchester 平方律,其网络拓扑结构是非同质的,出度和入度分布服从指数幂律。应用模型定量对比了“对称”与“非对称”战斗中全局信息因素对战斗系统整体效能的影响。初步讨论了网络模型研究在战争建模理论、实证和计算方法论上的意义。

**关键词** 战争建模;随机映射;复杂网络;Lanchester 平方律;效能

**中图分类号** E072 **文献标识码** A

## Modeling Combat Using Random Mapping

TAN Dong-feng

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** Random network for Lanchester combat, a novel theoretical model for combat is put forward based on the definition of random mapping. The model is an ER random sub-graph of directed bipartite graph, or a series of random mapping with the decreased size of mapping domains, in which the relationship of local interaction and the system behavior have been formally and explicitly represented. The results obtained mainly by simulation and analysis show that the efficiency of the whole combat network follows the Lanchester's square-law, and that the topological structure of the network generated by the model is heterogenous, following exponential-law of degree distribution. Finally, the influence from the factors of globe information on the efficiency of the whole warfare system is studied through data experiments for both "symmetric" and "asymmetric" combat cases. It ends up with a discussion on the significance of network modeling in the combat modeling theory, experiments and methods of calculation.

**Key words** combat modeling; random mapping; complex network; Lanchester's square law; efficiency

1914 年,英国航空工程师 F. W. Lanchester 提出了一个关于战斗的半经验半理论模型

$$dR(t)/dt = -\alpha_B B(t), \quad R(0) = r \quad (1)$$

$$dB(t)/dt = -\beta_R R(t), \quad B(0) = b \quad (2)$$

在这个迄今称为 Lanchester 平方律的微分方程组(以下简称  $L$  模型)中,Lanchester 首次定量描述了战斗过程中毁伤的变化规律,并论证了集中兵力原则的有效性<sup>[1]</sup>。虽然  $L$  模型在实际使用中存在一些局限性,如连续性假设使得模型只有在兵力数量较大时才有效,对于数量较少的情况则不适用等,但近百年来,仍然是有关战争毁伤建模的基础<sup>[2-5]</sup>。

从模型论的观点, $L$  模型及其改进都属于“黑箱”方法,为了利用微分方程来描述战斗过程, $L$  模型将参战双方都看成兵力数量的数值标量  $R(t)$ 、 $B(t)$ ,参战单元对战斗进程的贡献是平均的、聚合的,不明确描述战争中各种作战单元的相互作用,也不明确考虑信息与指挥对战斗过程的影响等。

如何打开  $L$  模型中兵力集合“黑箱”,从作战系统整体行为与其组分和结构之间的关系上探索战争建模问题是本文的出发点。实际上,现实中许多自然或人工系统都可以抽象为一个图,即可以用节点表示系统的部件,用连接节点的联系表示它们之间的相互作用<sup>[7-8]</sup>。近年来伴随巨型网络的出现以及获

\* 收稿日期:2006-06-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70571084);国家部委基金资助项目(513040404-1)

作者简介:谭东风(1958-),男,教授。

取和处理海量网络数据的便利性,特别是小世界、无标度等性质在大量实证网络中的发现<sup>[9-10]</sup>,引发了一个新网络科学(即复杂网络)研究的热潮<sup>[11-12]</sup>。利用复杂网络理论方法,许多研究者对网络在遭遇故障或攻击时的鲁棒性、脆弱性和连锁效应等进行了研究<sup>[13-15]</sup>,这些网络抗毁性研究的一个共同特点是将攻击都视为一种外部激励,而不是以一个对抗系统的观点对等地研究冲突双方的行为与效能。

## 1 随机映射模型

我们首先建立  $L$  模型描述的理论战斗的概念模型,以此作为研究的基础。然后利用图论<sup>[7-8]</sup>语言定义 Lanchester 战斗的网络模型。

理论战斗的概念模型也可看作  $L$  模型的基本假设(简称  $L$  假设)。参战的对抗双方( $R$  和  $B$ )均由有限个离散的、同质的、可辨认的能够独立行动的单元构成,其中任一单元均可自主地发现、射击并判定杀伤对方的任意单元,不考虑己方之间的协同、误伤、额外的兵力增减以及其他非量化因素,如士气等<sup>[3]</sup>,也不明确地考虑具体的时空关系。

为了用图论描述战斗,我们将参战的战斗单元看作节点,红、蓝方是节点的集合  $R = \{R_1, R_2, \dots, R_r\}$ ,  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_b\}$ 。战斗单元之间的有效攻击看作联系或边,假若战斗单元  $R_i$  射击并杀伤  $B_j$ , 则用一条从  $R_i$  到  $B_j$  的边( $R_i, B_j$ )表示。因此现实中或理论上一个多对多格斗形成一张无形的网。

定义 1 映射  $f: R \rightarrow B$  是一个二部图  $F_{R,B} = (R, B, f \subseteq R \times B)$ , 对于  $R$  中每一个元素  $R_i$ , 存在  $B$  中一个唯一元素  $B_j$  使  $(R_i, B_j) \in f$ , 且  $|f| = |R| = r$ ,  $|\cdot|$  表示集合的阶,即集合中元素的个数。

定义 2 随机映射  $\text{shot}_{G_{R,B},f,p} = (R, B, E)$  是映射  $F_{R,B} = (R, B, f)$  的一个  $ER$  子图<sup>[7]</sup>, 即边集合  $f$  中的每一元素  $f_i$  也在  $E$  中的概率是  $p$ , 我们将向边集  $E$  中的每一次“加边”尝试称为一次试验。

定义 3 随机映射  $\text{shot}_{G_{R,B},f,p} = (R, B, E)$  是无重复的,若映射  $f$  是一个单射。

随机映射  $\text{shot}_{G_{R,B},f,p}$  描述一定时间间隔内红方  $R$  的每个单元对蓝方单元进行了一次攻击,  $p$  表示这种攻击成功的概率。一对互为反向的随机映射构成一次随机格斗,  $m$  次相继的格斗组成一个  $n$  回合战斗。

定义 4 随机格斗  $\text{duel}_{G_{R,B},p,q} = (R, B, E) = \text{shot}_{G_{R,B},f,p} \cup \text{shot}_{G_{B,R},f',q}$ , 其中  $\text{shot}_{G_{R,B},f,p} = (R, B, E_R)$  与  $\text{shot}_{G_{B,R},f',q} = (B, R, E_B)$  分别是随机映射,  $E = E_R \cup E_B$ 。

定义 5 ( $n$  回合的) Lanchester 随机战斗是由  $n$  个随机格斗组成的序列

$$L\text{Combat}_{G_{R,B},p,q}^{(n)}(R, B, E) = \bigcup_{i=1}^n \text{duel}_{G_{R^{(i)},B^{(i)},p,q}^{(i)}} \quad (3)$$

其中  $\text{duel}_{G_{R^{(i)},B^{(i)},p,q}^{(i)}} = (R^{(i)}, B^{(i)}, E^{(i)})$ ,  $E = \bigcup_{i=1}^n E^{(i)}$ ,  $R^{(i)}, B^{(i)}$  依据递推式(4)~(6)产生:

$$R^{(1)} = R, \quad B^{(1)} = B \quad (4)$$

$$R^{(i+1)} = R^{(i)} - \{x | x \in R^{(i)}, (y, x) \in E^{(i)}\} \quad (5)$$

$$B^{(i+1)} = B^{(i)} - \{y | y \in B^{(i)}, (x, y) \in E^{(i)}\} \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (6)$$

显然,若  $i \geq j \geq 1$ , 有  $|R^{(i)}| \geq |R^{(j)}|$ ,  $|B^{(i)}| \geq |B^{(j)}|$ , 即  $L\text{Combat}G$  是由一组阶(即  $|R^{(i)}|$  和  $|B^{(i)}|$ )递减的随机格斗叠加构成的有向二部图。

## 2 $L$ 战斗网络的拓扑性质

首先依据  $L\text{Combat}G$  模型的定义给出生成随机 Lanchester 战斗网络(简称  $L$  战斗网络)的算法,然后采用数值试验的方法研究(理论公式的推导冗繁,另文介绍)其度分布规律等拓扑性质。

### 2.1 $L$ 战斗网络生成算法

设  $L\text{Combat}_{G_{R,B},p,q} = G(R, B, E)$  其中  $0 < p, q < 1$ 。由于网络的节点集已知,所以只需生成网络的边集即可,可按如下算法生成。

$L\text{Combat}G$  生成算法:

[输入] 红方单元集  $R$ , 蓝方单元集  $B$ , 红方单元的杀伤概率  $p$ , 蓝方单元的杀伤概率  $q$ ;

[输出] 随机  $L$  战斗网络攻击边集合  $E$ ;

[过程]:

1  $R\text{Shot} \leftarrow \emptyset, B\text{Shot} \leftarrow \emptyset$ ; /\*  $R, B$  攻击边集合初值

2 While  $|R| > 0$  且  $|B| > 0$  /\* 形成格斗序列

- 2.1  $Rd=R, Bd=B;$  /\* 格贩兵力初值
- 2.2 While $|Rd \cup Bd| > 1$  /\* 形成格斗的红蓝攻击边集
  - 2.2.1 从  $Rd \cup Bd$  中随机选出一单元 shooter ;
  - 2.2.2 如果  $shooter \in Rd$  则  $Rd \leftarrow Rd - \{shooter\}$ ; 从  $Bd$  中随机选出一单元  $target \in Bd$  并以概率  $p$  建立攻击边  $(shooter, target): RShot \leftarrow RShot \cup (shooter, target);$
  - 2.2.3 如果  $shooter \in Bd$  则  $Bd \leftarrow Bd - \{shooter\}$ ; 从  $Rd$  中随机选出一单元  $target \in Rd$  并以概率  $q$  建立攻击边  $(shooter, target): BShot \leftarrow BShot \cup (shooter, target);$
- 2.3  $R \leftarrow R - \{Ri | \text{若 } (*, Ri) \in BShot\}, B \leftarrow B - \{Bi | \text{若 } (*, Bi) \in RShot\};$  /\* 计算战损
- 3 输出攻击边集  $E \leftarrow RShot \cup BShot;$

2.2 度分布

对于一般二部图而言,需要分别考虑不同类型节点集的度分布特性<sup>[11]</sup>,如果  $p=q$ ,由于  $L$  战斗网络的对称性,  $R, B$  的度分布规律基本相同,因而可以不考虑节点类型的差别。

设  $P_{ij}$  为  $L$  战斗网络中出度为  $i$  且入度为  $j$  的节点个数占总节点个数的比例,  $outP_i$  ( $inP_j$ ) 为网络中出度(入度)为  $i$  ( $j$ ) 的节点个数占节点总个数的比例。通过多次计算机模拟(红、蓝方总兵力  $r=b=200$  红、蓝方的命中概率  $p=q=0.3$ ) 得到度频率联合分布,如表 1 和图 1 所示(以其中一个典型试验为例)。不难看出,  $L$  战斗网络的度分布呈现不均匀性,曲面的波峰出现在出度和入度都为 1 的节点处(去掉度为 0 的节点),度数比较高的节点非常少,而大部分节点的度数都比较低。分别取出度频率  $outP_i$  和入度频率  $inP_j$  进行曲线拟和,结果显示出度和入度分布的尾部(去掉度为 0 的节点)都服从指数幂律。

出度的拟和函数为

$$p_i = 0.7162 \cdot e^{-0.7667i} \tag{7}$$

表 1  $L$  战斗网络出度入度联合分布

Tab.1 The out/in degree of join distribution of LCombatG

出度 \ 入度	0	1	2	3	$inP_j$
0	0.0025	0.33	0.05	0.005	0.3875
1	0	0.2875	0.0375	0.005	0.33
2	0.0025	0.14	0.015	0	0.1575
3	0.005	0.0575	0.0075	0	0.07
4	0.005	0.0225	0	0.0025	0.03
5	0.005	0.005	0	0	0.01
6	0.005	0.0075	0.0025	0	0.015
$outP_i$	0.025	0.85	0.1125	0.0125	1

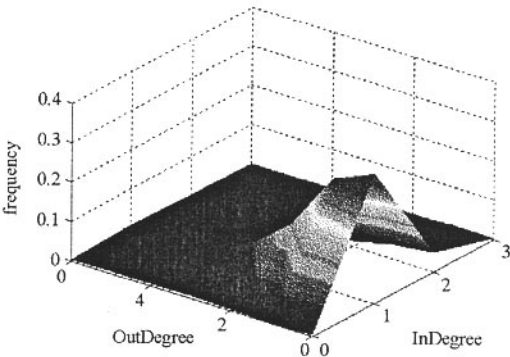


图 1  $L$  战斗网络的度分布曲面

fig.1 The in/out-degree of join distribution of LCombatG

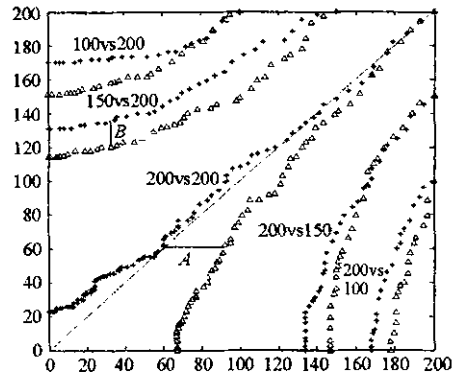


图 2 对称与非对称战斗兵力损耗相图

Fig.2 Combat attrition-symmetry vs. asymmetry

入度的拟和函数为

$$p_j = 6.4566 \cdot e^{-2.0276j} \quad (8)$$

通过对不同节点集合规模的多次试验,结果表明,  $L$  战斗网络的出度分布的幂指数系数  $\alpha$  基本上在一个固定的区间,即  $0.7 < \alpha < 0.8$ 。

如果将 LCombatG 算法与经典 BA 模型<sup>[16]</sup>进行比较,不难发现两者之间存在某种图论对偶性,即前者的如下特点(1)边“增长”性(2)由于  $R, B$  的阶递减导致后续生成的边都“有偏好”地聚集于存留下来的节点之间。

### 3 战斗效能的评估

对于现实或理论的战斗,我们都可以从两个层次考察其过程(1)局部层次,战斗单元之间的局部杀伤(2)整体层次,对抗双方力量对比的变化趋势,即在战斗过程中交战双方作为整体的毁伤情况。我们关心的是在局部的随机交战动作与战斗整体行为之间究竟有什么关系。

首先研究 LCombatG 模型与  $L$  模型之间的关系,然后介绍一种利用 LCombatG 进行  $L$  模型建模的方法,最后定量分析比较 LCombatG 的两种不同局部拓扑结构对作战整体效能的影响。

#### 3.1 随机映射模型与 Lanchester 平方律的关系

首先,在对不同兵力对比情况的  $L$  战斗网络进行了多次数值试验后,我们得到一些典型的红蓝兵力损耗相图(图 2 中的星形线),即阶偶  $(r_i, b_i)$  组成的序列,不难看出 LCombatG 模型与  $L$  模型在兵力毁伤方面的结果是相似的。

另一方面,依据定义 5,不难推导出 LCombatG 的阶递减通式(以无重复杀伤的格斗为例,设各次格斗的阶  $N_i = (r_i, b_i)$ ,令  $p = q, r_0 = r = |R|, b_0 = b = |B|$ )

格斗 1:

$$N_1 = (r_1 = r - pb, b_1 = b - pr) \quad (9)$$

格斗  $n$ :

$$N_n = (r_n = r_{n-1} - pb_{n-1}, b_n = b_{n-1} - pr_{n-1}) \quad (10)$$

求解上述递推式,得通式如下:

格斗  $n$ :

$$\begin{aligned} N_n = (r_n = r - npb + (n(n-1) \mathcal{Y} 1 \cdot 2) p^2 r - (n(n-1) \mathcal{X} n-2 \mathcal{Y} 1 \cdot 2 \cdot 3) p^3 b + \dots, \\ b_n = b - npr + (n(n-1) \mathcal{Y} 1 \cdot 2) p^2 b - (n(n-1) \mathcal{X} n-2 \mathcal{Y} 1 \cdot 2 \cdot 3) p^3 r + \dots) \end{aligned} \quad (11)$$

利用级数知识不难得到

$$N_n = (r_n = r_0 \cosh(pn) - b_0 \sinh(pn), b_n = b_0 \cosh(pn) - r_0 \sinh(pn)) \quad (12)$$

这与  $L$  模型时间解的离散形式是完全一致的<sup>[41]</sup>,这说明 LCombatG 中“活”节点数量的递减与  $L$  模型中兵力数量的损耗是一致的。因此 LCombatG 可作为  $L$  模型的一种随机网络表示;反之, $L$  模型是 LCombatG 的一种平均域模型,两者在描述战斗的平均或随机毁伤方面是等价的。

#### 3.2 用 $L$ 战斗网络试验进行 $L$ 模型建模

我们首先利用  $L$  战斗网络生成兵力毁伤数据,然后对  $L$  模型的效能系数  $\alpha_R(\beta_B)$  进行辨识<sup>[61]</sup>,如果采用实际战损数据就是对  $L$  模型的检验,即利用 LCombatG 网络试验得到的阶偶  $(r_i, b_i)$  序列  $(i = 0, 1, 2, \dots)$  来拟和  $L$  模型的时间解的解析式<sup>[41]</sup>,于是得到一种利用 LCombatG 的数值试验来确定并解释  $L$  模型效能系数的新方法。如在 200vs200 ( $p = q = 0.3$ ) 情况下对红方(蓝方类似)的数据试验结果进行数据拟和,得到拟和函数如下

$$r = 200 \cosh(0.2969t) - 200 \sinh(0.2969t) \quad (13)$$

因此,反映红方整体作战效能的  $L$  模型效能系数  $\alpha_R = 0.2969 \approx p = 0.3$ 。从这个简单的例子可以看出,反映红方整体作战效能的  $L$  模型效能系数与格斗中单个作战单元的杀伤概率是一致的。

### 3.3 信息因素对战斗整体效能的影响

作为 LCombatG 模型应用的另一个例子,我们来考察 L 战斗网络中不同的局部拓扑性质对整体战斗效能的影响。

在战斗中为了最大限度地提高作战效能,往往进行火力和目标的分配,这显然是需要全局信息或指挥协同的,如果将战斗中有无重复杀伤作为指挥控制能力高低的一种表现,而将由此提高的作战效能视为作战组织信息化程度的一种量化,那么,对于长期困扰军事装备发展部门的一个困难问题\*也许是一个值得探索的思路。

在同等条件下( $r = b, p = q = 0.3$ )进行的试验表明,如果把交战双方都随机有重复攻击和都随机无重复攻击的“对称”战斗进行比较,交战双方整体作战效能都提高了(下式以 R 方为例, B 方相仿)

$$\Delta x = (\alpha_{\text{无重复杀伤}} - \alpha_{\text{有重复杀伤}}) / \alpha_{\text{有重复杀伤}} \approx 20\% \tag{14}$$

同上条件,在一方随机有重复攻击,而另一方随机无重复攻击的“非对称”战斗中,当前者被完全消灭时,信息化程度高的后者总是还有大约 30% 的剩余兵力,我们称之为信息化获得的兵力生存“红利”。图 2 中星形线和三角线分别表示“对称”和“非对称”战斗的毁伤相图,其中线段 A, B 分别表示“多保存自己”与“多杀伤敌人”的具体量值。表 2 具体列出了在各种对抗情况下,双方整体作战效能的差异。

表 2 有重复杀伤与无重复杀伤作战效能对比表

Tab.2 The contrast between effect of combats with no-repeat targeting or repeat targeting

B 杀伤策略 \ R 杀伤策略		B 有重复杀伤	B 无重复杀伤
		R 有重复杀伤	双方作战效能 = $a$
R 无重复杀伤	R 方剩余 30% 兵力	双方作战效能 = $1.2a$	

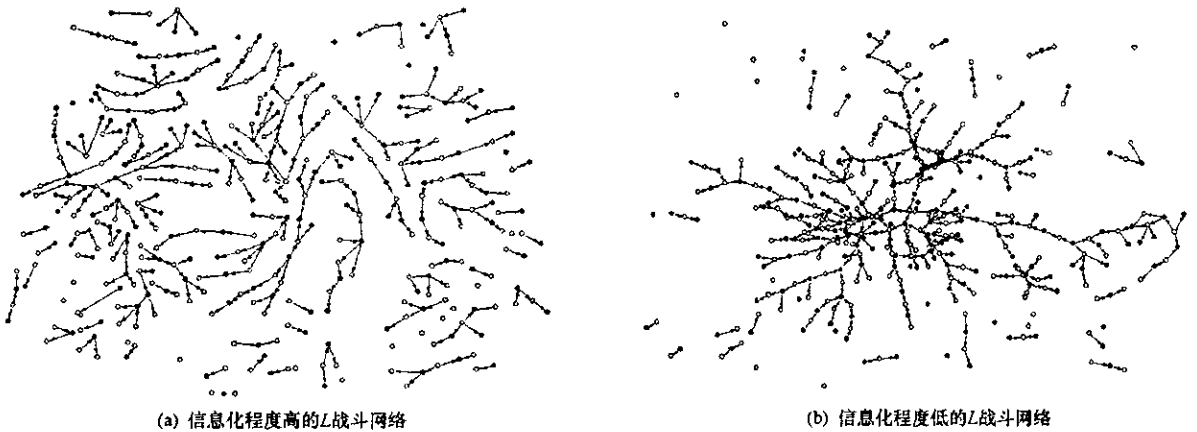


图 3 两个不同的 L 战斗网络的拓扑结构

Fig. 3 The topological structures of two LCombatGs

需要指出的是,现实中由于同一方中各战斗单元的价值判断存在趋同性,如果在多对多战斗中没有很好的目标分配,其作战效能会比随机射击差许多,因为可能出现许多目标被“视而不见”,而少数几个吸引“眼球”的目标却接受了大量火力的“扎堆”现象,更何况还有所谓“羊群效应”的存在。军事实践中为了避免这种情况,往往事先根据作战地域或目标类型进行战斗分区,但这样做的实际效果就是分兵,是与集中兵力提高整体作战效能的原则相悖的。

从图 3(a)(b)的直观对比中可以明显地看出,无重复杀伤的 L 战斗网络是由许多大小不一的树组成的树林,而有重复杀伤的 L 战斗图则是由多个“树”局部交叉形成连通度稍大的图。

\* 该问题的一种表现形式是,在资源(如资金)有限时,需要平衡高性能武器与指挥信息系统之间的比例关系,自然提出区分作战装备与信息装备各自对作战整体效能的贡献率问题,由于信息装备的“软性”效能必须通过武器释放的毁伤效能才能体现,因此在实际的装备发展基金中往往难于得到应有的份额。

## 4 研究的意义和进一步的工作

### 4.1 研究意义

纵观现有文献,不难发现作为一个普适的系统视图——拓扑结构——被各主流战争建模理论与方法所忽视,因此,我们认为采用复杂网络理论研究战争复杂系统是有意义的。

首先,与许多复杂系统一样,战争系统的复杂性来源于大量参战实体自主的适应性运动和相互作用,对于战争中攻防、协同、通信、集成等纷繁复杂的关系,基于还原论的分科研究产生的是系统的分块视图,通过对跨领域系统拓扑结构及其演化的研究,复杂网络理论为探寻战争系统整体结构这一系统基本属性提供了新的系统学思路和可操作、可验证的现实可行的研究途径。

其次,战争建模领域的两大主要学派,即以 Lanchester 为代表的理论(模型)学派和以 Dupuy 为代表的历史(实证)学派<sup>[17-18]</sup>,在方法论上各有所长,也各有所短。复杂网络理论以其固有的开放性和灵活性为两大学派和其他方法提供了新的融合空间和机遇。特别是网络模型天然的可视性,使人类特有的视觉或直觉成为一种强大的信息处理工具<sup>[11]</sup>,这不但为理论研究提供了新手段,也为领域专家,特别是军事家,直接参与战争建模创造了条件,退一步讲,网络模型至少在沟通军事家和理论家方面可以发挥独特的作用。

最后,信息技术的飞速发展,使人类已经或正在获得前所未有的“大成智慧”(钱学森语)科学计算、信息处理或建模仿真已经成为继理论分析、科学试验之后的第三科学方法。复杂网络理论和方法对计算能力的巨大需求和利用,也使它成为一个时代特色鲜明的科学新范式<sup>[19]</sup>,当然在战争分析领域也不例外。

### 4.2 进一步的问题和工作

本文的研究是一个初步的理论探索,在此基础上,需要展开的具体研究和解决的问题还有许多。

例如但不限于此,本文提出的是一个单兵种交战模型,可以稍加扩充到多兵种情况,相应的模型应该扩充为加权随机网络,并产生兵力分配和优化问题<sup>[5]</sup>。如果考虑本方节点之间的各种联系形成的网络,将产生一个在形式上更能反映信息化条件下体系对抗特点的复杂战争网络。进一步,如果研究参战节点具有自主意志和行动能力,会发现在人工战争建模中关于 agents 适应复杂环境和相互作用的大量研究<sup>[20-21]</sup>对于相关复杂网络性质的探讨还存在许多空白。

## 致谢

张辉为本文所述的数据试验提供了富有成效的帮助,邓宏钟提供了有价值的研究文献。

## 参考文献:

- [1] Lanchester F W. Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm[J]. Engineering, 1914, 98, also in Newman J R eds. the World of Mathematics[C], Redmond: Microsoft Press, 1988, 4: 2113-2131.
- [2] Taylor J G. Lanchester Models of Warfare. (Vol 1-2) [M]. Calif: Naval Postgraduate Scholl Monterey, 1983.
- [3] 张最良, 李长生, 赵文志, 等. 军事运筹学[M]. 北京: 军事科学出版社, 1993.
- [4] 徐学文, 王寿云. 现代作战模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [5] 沙基昌. 数理战术学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [6] Culioli J C, Protopopescu V. Parameter Identification for Generalized Lanchester's Equation[R]. ORNL/TM-11367, 1990.
- [7] 邦迪 J A, 默蒂 U S R. 图论及其应用[M]. 吴望名, 等译. 北京: 科学出版社, 1984.
- [8] Erdős P, Rényi A. On the Evolution of Random Graphs[J]. Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 1960, 5: 17-61.
- [9] Watts D J, Strogatz S H. Collective Dynamics of "Small-world" Networks[J]. Nature, 1998, 393: 440-442.
- [10] Barabási A L, Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks[J]. Science, 1999, 286: 509-512.
- [11] Newman M E J. The Structure and Function of Complex Networks[J]. Phys. Rev. E., 2003, 67: 026126.
- [12] Newman M E J, Barabási A L, Watts D J. The Structure and Dynamics of Networks[M]. Princeton University Press, 2006.
- [13] Albert R, Jeong H, Barabási A L. Attack and Error Tolerance of Complex Networks[J]. Nature, 2000, 406: 378-382.
- [14] Motter A E, Lai Y C. Cascade-based Attacks on Complex Networks[J]. Phys. Rev. E., 2002, 66: 065102.
- [15] Zhao L, Park K, Lai Y C. Attack Vulnerability of Scale-free Networks Due to Cascading Breakdown[J]. Phys. Rev. E., 2004, 70: 035101.
- [16] Barabási A L, Albert R, Jeong H. Mean field Theory for Scale-free Random Networks[J]. Physica., 1999, 272: 173-187.
- [17] 杜派 T N. 把握战争——军事历史与作战理论[M]. 北京: 军事科学出版社, 1991.
- [18] Anonymity. And Now, the War Forecast[J]. Economist, Sep. 15th, 2005.
- [19] 托马斯·库恩. 科学革命的结构[M]. 金吾伦, 胡新和, 译. 北京: 北京大学出版社, 2003.
- [20] Alberts D S, Garstka J J, Stein F P. Network Centric Warfare-developing and Leveraging Information Superiority[M], 2nd Edition (Revised), Washington: CCRP Publication Series, 2001.
- [21] Ilchinski A. Artificial War: Multiagent-based Simulation of Combat[M]. Singapore: World Scientific Publishing Co. Plt. Ltd., 2004.