

大椭圆轨道航天器四面体编队运动分析与设计*

安雪滢 郝晓宁 张为华 杨乐平

(国防科技大学 航天与材料工程学院 湖南 长沙 410073)

摘要 若干正处于计划或实施中的空间物理测量任务较多采用运行于大椭圆轨道上的四面体航天器编队协同完成任务轨道段内地球磁层结构和动力学现象的分布式测量与分析。采用基于轨道根数的相对运动模型,分析了参考轨道根数对四面体性能指标——质量因子和平均边长的影响,假设某一航天器运行于参考轨道,提出了以其他三个航天器的 15 个相对轨道根数为设计变量,目标函数兼顾质量因子和平均边长的四面体优化设计方案,并将其应用于第一阶段 MMS 任务的四面体构形设计中。仿真结果表明,在不考虑摄动和控制的前提下,通过优化可以得到任务轨道段内四面体性能保持较优的轨道设计方案。

关键词 大椭圆轨道 编队飞行 四面体构形 编队优化设计

中图分类号 :V412 文献标识码 :A

Analysis and Optimization Design of Tetrahedron Formation Spacecrafts in Highly Elliptic Orbits

AN Xue-ying, XI Xiao-ning, ZHANG Wei-hua, YANG Le-ping

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Several space physics missions that are being designed or flown need spacecrafts flying in a tetrahedron configuration about a highly elliptical reference orbit. At least four spacecrafts can separate space and time, and measure the structural and dynamic parameters of space environment along the mission arc. Based on the orbit element model of relative motion, an analysis was performed to study the influence of four reference orbit elements on the tetrahedron's quality factor and average side length. On the assumption that one spacecraft runs along the reference orbit, a tetrahedron formation optimization design model was proposed, whose design variables are fifteen relative orbit elements of the other three spacecrafts while objective function involves the tetrahedron's quality factor and mean side length. Then, this model is applied in phase I of Magnetospheric MultiScale mission. The results show that a tetrahedron formation with better performance in the mission arc can be found through optimization method while no control is exerted.

Key words highly elliptic orbit; formation flying; tetrahedron configuration; formation optimization design

大椭圆轨道编队航天器能够在较长时间内运行于某特定空间区域,并借助合理的拓扑结构,协同完成分布式空间测量任务。地球磁层中,粒子群、电场和磁场参数均随空间和时间不断变化,依靠单一航天器无法对其空间结构及动力学现象在时域和空域的演变进行充分观测和分析。因此,若干正处于计划或实施中的空间物理测量任务多采用图 1 所示的四面体航天器编队以满足三维数据,尤其是最低阶物理场梯度的测量要求。上述任务主要包括 ESA 的 Cluster II、NASA 的 Aurora Lites^[1]、Magnetospheric MultiScale (MMS)^[2]以及 Auroral Multiscale Midex (AMM)等。编队中,四个航天器分别位于四面体的四个顶点,航天器间距的大小决定于被采样的场或动力学现象的规模,形状接近正四面体。

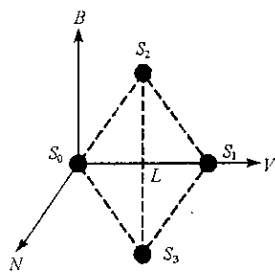


图 1 四面体编队
fig. 1 Tetrahedron formation

围绕四面体编队,国内外学者已对任意偏心率参考轨道的相对运动模型以及编队优化设计与控制

* 收稿日期:2006-04-10
基金项目:国家自然科学基金资助项目(10072076)
作者简介:安雪滢(1978—),女,博士生。

展开了相关研究。相对运动模型主要采用线性化的 Lawden 方程^[3]或基于轨道根数的运动学模型^[4];四面体编队优化设计,即通过搜索设计空间,建立二体条件下任务轨道段内性能保持最优的四面体,其设计变量可以采用航天器轨道面相对参考轨道偏心率矢量的旋转角度等形式,目标函数可以考虑四面体的质量因子或兼顾其他因素^[5];四面体编队控制的目标即在四面体初始化以及间距保持与调整的过程中实现燃料和/或时间最优^[6]。

1 四面体编队数学模型

1.1 相对运动模型

设主航天器运行于椭圆参考轨道。为实现主、从航天器间的长期近距离编队,必须保证二者的半长轴相同,且与其他五个轨道根数之差(即相对轨道根数)均为小量,由此可以推导出—阶相对运动模型^[4]如下:

$$\begin{cases} x = -a_0 \cos f_0 \cdot \Delta e + a_0 e_0 \sin f_0 / \eta_0 \cdot \Delta M \\ y = r_0 [\sin f_0 (2 + e_0 \cos f_0) \mathcal{Y} \eta_0^2 \cdot \Delta e + \cos i_0 \cdot \Delta \Omega + \Delta \omega + (a_0 / r_0)^2 \eta_0 \cdot \Delta M] \\ z = r_n [\sin(\omega_n + f_n) \cdot \Delta i - \sin i_0 \cos(\omega_n + f_n) \cdot \Delta \Omega] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{\mu / a_0} (a_0 / r_0) \mathcal{X} (\eta_0 \sin f_0 \cdot \Delta e + e_0 \cos f_0 \cdot \Delta M) \\ \dot{y} = \{ v_{u0} [2 \cos f_0 (1 + e_0 \cos f_0) - e_0] + v_{rn} \sin f_0 (2 + e_0 \cos f_0) \mathcal{Y} \eta_0^2 \cdot \Delta e + \\ v_{rn} (\cos i_0 \cdot \Delta \Omega + \Delta \omega) + a_0 \eta_0 / r_0 (v_{rn} a_0 / r_0 - 2 v_{u0} e_0 \sin f_0 / \eta_0^2) \cdot \Delta M \\ \dot{z} = (v_{rn} \sin u_n + v_{un} \cos u_n) \cdot \Delta i + \sin i_0 (-v_{rn} \cos u_n + v_{un} \sin u_n) \cdot \Delta \Omega \end{cases} \quad (2)$$

其中 $[x \ y \ z]^T$ 和 $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ 分别为相对位置和速度在主航天器质心轨道坐标系中的分量列阵; $a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ f$ 表示半长轴、偏心率、倾角、升交点赤经、近地点幅角和真近点角, $\Delta \sigma$ ($\Delta e \ \Delta i \ \Delta \Omega \ \Delta \omega \ \Delta M$) 表示相对偏心率、倾角、升交点赤经、近地点幅角和平近点角; $\eta = \sqrt{1 - e^2}$, $u = \omega + f$, r 为地心距, $[v_r \ v_u \ \rho]^T$ 为绝对速度在航天器轨道坐标系中的分量列阵。式中变量的下标 0 和 n 分别对应于主航天器和从航天器。

1.2 质量因子

质量因子是衡量四面体形状规则度的参数,也是影响四面体编队数据采集和分析处理的重要指标,因而常作为四面体编队设计与控制的优化目标。这里使用 Glassmeier 提出的 Q_{GM} ^[7]。该参数在 1~3 间变化,且当四个航天器位于同一直线时取为 1,形成正四面体时取为 3。

$$Q_{GM} = \frac{V_t}{V_i} + \frac{S_t}{S_i} + 1 \quad (3)$$

其中 V_t 和 S_t 分别为真实四面体的体积和表面积,理想四面体是边长等于真实四面体边长平均值的正四面体, V_i 和 S_i 分别表示其体积和表面积。

1.3 初始条件

假设航天器 S_0 为主航天器, S_1 、 S_2 和 S_3 为从航天器。在以 S_0 质心为原点的 VBN 中, S_1 、 S_2 和 S_3 的初始相对位置矢量分别为 $dr_1 = (L \ 0 \ 0)$, $dr_2 = (L/2 \ \sqrt{3}L/2 \ 0)$ 和 $dr_3 = (L/2 \ \sqrt{3}L/6 \ \sqrt{6}L/3)$, L 为正四面体的边长,其初始绝对速度大小满足 $v_n = \sqrt{\mu(2/r_n - 1/a)}$ ($n = 1 \ 2 \ 3$),速度方向与主航天器相同。

2 四面体编队性能分析

四面体编队测量数据的质量决定于四面体的形状和尺寸参数,即质量因子和平均边长。以下通过仿真计算分析四个参考轨道根数对二者的影响。编队初始条件同 1.3 节,任务轨道段定义为以某点为中心、地心扫角为 40° 的轨道段。

2.1 参考轨道的轨道倾角、升交点赤经和近地点角

若任务轨道尺寸、形状及四面体初始化相位一定,主航天器 S_0 的初始地心距 $r_0 = a_0(1 - e_0^2) / (1 +$

$e_0 \cos f_0$)及初始位置与速度间的夹角 θ 均为常量。在 S_0 的 VBN 坐标系中,若四面体尺寸一定,航天器 S_n 的初始相对位置矢量 dr_n 一定; S_0 的初始位置矢量为 $r_0 = [r_0 \cos \theta, -r_0 \sin \theta, 0]^T$, r_0 为常矢量,则 S_n 的绝对位置矢量为 $r_n = r_0 + dr_n$, r_n 为常矢量。在 S_0 的 VBN 坐标系中, S_0 和 S_n 的初始绝对速度矢量可分别表示为 $v_0 = [v_0, 0, 0]^T$ 和 $v_n = [v_n, 0, 0]^T$, 则 S_n 的相对速度矢量满足 $dv_n = v_n - v_0 - \omega_0 \times dr_n$ 。其中 $\omega_0 = [\omega_0, 0, 0]^T$ 为 VBN 坐标系的角速度矢量, $v_n = \sqrt{\mu(2/r_n - 1/a)}$ 和 $\omega_0 = \sqrt{\mu p_0}/r_0^2$ 为常量,进而可得 S_n 的初始相对速度矢量 dv_n 为常矢量。

由 Lawden 方程^[3]可知,两航天器间的相对运动由初始相对位置 dr_n 与速度 dv_n 以及参考轨道偏心率与真近点角共同确定,进而可以推导出按照以上方法建立的四面体在任意时刻其形状和尺寸不变,即四面体的质量因子和平均边长不变。上述证明过程与参考轨道倾角、升交点赤经和近地点幅角无关,因此四面体性能不受此三个轨道根数的影响。

2.2 参考轨道的真近点角

由于空间测量任务成功与否的关键在于四个航天器组成的四面体能否以较高性能运行于整个任务轨道段,因而定义理想质量因子 Q_{GM}^* 和理想平均边长 d^* 的变化范围分别是 $[2.9, 3.0]$ 和 $[9, 11]$ km, 计算任务轨道段对应时间 T 内理想质量因子的时间积分 Q^* 及其保持时间 T_Q 、理想平均边长的时间积分 D^* 及其保持时间 T_d 随任务轨道中心对应真近点角的变化,仿真结果分别如图 2 和图 3 所示。

$$Q^* = \int_T Q_{GM}^*(t) dt, T_Q = \int_T Q_{GM}^* dt; D^* = \int_T d^*(t) dt, T_d = \int_T d^* dt \quad (4)$$

图 2 的上图中,理想质量因子的时间积分曲线呈现驼峰状,两个峰值对应的真近点角为 160° 和 200° , 180° 对应的曲线幅值略低。图 2 的下图中,实线为理想质量因子的保持时间曲线,呈现类似特性,即 160° 和 200° 附近时间最长, 180° 对应时间略低;虚线为任务轨道段时间随其中心真近点角的变化曲线,远地点处对应时间最长(约 13.02h), 60° 和 200° 附近对应时间仅为三分之一。图 3 中,理想平均边长的时间积分及其保持时间曲线规律同上,只是峰值的位置(176° 和 184° 附近)略有不同,且峰值对应的理想平均边长保持时间仅占以远地点为中心的任务轨道段时间的 72.20%。

任务轨道段的中心选择远地点时,尽管其理想质量因子和平均边长的时间积分略低于各自峰值,但通过初始空间搜索可使四面体理想形状和尺寸特性的保持时间尽量接近极限值 13.02 h。因此,采用四面体编队的空间测量任务往往选择远地点作为任务轨道段中心,进而使航天器能够以更精确的编队队形在更长时间内运行于所关注的空间区域。

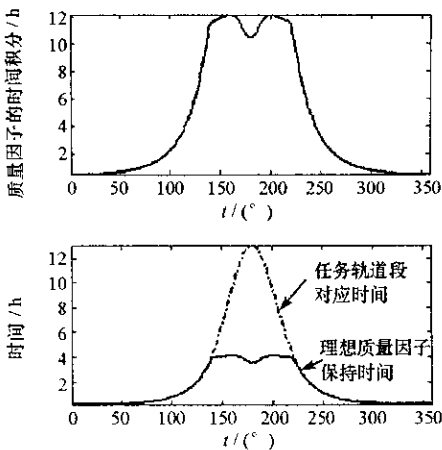


图 2 理想质量因子的时间积分
Fig. 2 Quality factor integral

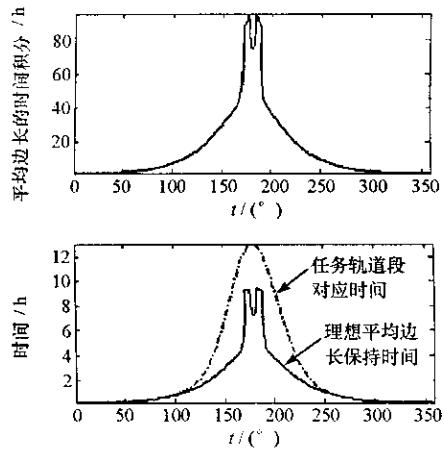


图 3 理想平均边长的时间积分
Fig. 3 Average side length integral

3 四面体编队优化设计算例

3.1 优化设计模型

四面体初始条件不同,则任务轨道段内其平均性能表现不同,因而通过优化方法对其初始空间进行搜索,可以建立二体条件下性能保持最优的四面体。设航天器 S_0 运行于参考轨道,则设计变量为包括其他三个航天器的 $\Delta e_j, \Delta i_j, \Delta \Omega_j, \Delta \omega_j$ 与 $\Delta f_{0,j}$ ($j=1, 2, 3$) 在内的 15 个参数,目标函数兼顾了任务轨道段内四面体的质量因子和平均边长,其优化模型可以定义如下:

$$\begin{aligned} & \text{find } \Delta \sigma_j = \{ \Delta e_j, \Delta i_j, \Delta \Omega_j, \Delta \omega_j, \Delta f_{0,j} \} \quad (j=1, 2, 3) \\ & \text{min } \left\{ \alpha \int_T (1 - Q_{GM}/3) dt + \beta \int_T [1 - W(d)] dt \right\} / T \\ & \text{s. t. } \Delta e_j \in [\epsilon_{e1}, \epsilon_{e2}], \Delta i_j \in [\epsilon_{i1}, \epsilon_{i2}], \Delta \Omega_j \in [\epsilon_{\Omega1}, \epsilon_{\Omega2}] \\ & \quad \Delta \omega_j \in [\epsilon_{\omega1}, \epsilon_{\omega2}], \Delta f_{0,j} \in [\epsilon_{f1}, \epsilon_{f2}] \end{aligned} \quad (5)$$

其中,权重系数 α 和 β 均取 0.5。 $W(d)$ 为四面体的平均边长因子,其定义如下:

$$W(d) = \begin{cases} (d - l_1)(d + l_1 - 2l_2)(l_2 - l_1)^4, & l_1 \leq d \leq l_2 \\ 1, & d = l_2 \\ (d - l_3)(d - 2l_2 + l_3)(l_3 - l_2)^4, & l_2 < d \leq l_3 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (6)$$

$W(d)$ 中的三个参数分别取为 $l_1=2, l_2=10$ 和 $l_3=20$ 。

优化算法采用优化工具包 iSIGHT^[8] 提供的结合多岛遗传算法和序列二次规划算法的混合算法。鉴于两种优化算法的具体细节并非研究重点,这里不再赘述。

3.2 仿真算例

在第一阶段的 MMS 任务中,航天器间距保持在 $[5, 60]$ km 内,在任务轨道段内取为 10 km,参考轨道根数为 $(42\ 095\text{ km}, 0.8282, 10^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$, 15 个设计变量的搜索空间分别为 $\Delta e_j \in [-2, 10]$, $\Delta i_j \in [-2.87, 2.87]$ e-4 rad, $\Delta \Omega_j \in [-2.92, 2.92]$ e-4 rad, $\Delta \omega_j \in [-2.88, 2.88]$ e-4 rad, $\Delta f_{0,j} \in [-0.29, 0.29]$ e-4 rad。优化前后的设计变量取值如表 1 所示,优化前后的目标函数值分别为 0.0714 和 0.0197。

表 1 四个航天器的瞬时轨道根数

Tab.1 Osculating orbit elements of four spacecrafts in MMS tetrahedron

	Δe	$\Delta i/\text{rad}$	$\Delta \Omega/\text{rad}$	$\Delta \omega/\text{rad}$	$\Delta f_0/\text{rad}$
航天器 1	0.0000	0.0000	0.0000	$+16.0000 \times 10^{-5}$	-2.9000×10^{-5}
优化前 航天器 2	-20.6000×10^{-5}	0.0000	0.0000	$+8.0000 \times 10^{-5}$	-1.5000×10^{-5}
航天器 3	-6.9000×10^{-5}	-10.7000×10^{-5}	0.0000	$+8.0000 \times 10^{-5}$	-1.5000×10^{-5}
航天器 1	-0.3783×10^{-5}	-13.4737×10^{-5}	-2.6258×10^{-5}	$+10.6621 \times 10^{-5}$	-2.8999×10^{-5}
优化后 航天器 2	$+13.5608 \times 10^{-5}$	-5.6785×10^{-5}	$+4.4187 \times 10^{-5}$	$+3.9282 \times 10^{-5}$	-2.8999×10^{-5}
航天器 3	$+7.7533 \times 10^{-5}$	-11.1122×10^{-5}	$+11.3247 \times 10^{-5}$	-20.0271×10^{-5}	$+2.9000 \times 10^{-5}$

图 4 的(a)和(b)分别为一个轨道周期内优化前后四面体质量因子、真实边长以及平均边长随时间的变化曲线。优化前,四个航天器在远地点形成边长为 10 km 的正四面体,但从整个任务轨道段看,性能指标曲线变化较为剧烈,编队性能保持较差;优化后,远地点处的编队构形并非正四面体,但性能指标在任务轨道段内变化平缓,编队性能保持较好。具体结果如下:在任务轨道段内,优化前四面体的质量因子在 2.20~3.00 间变化,平均边长在 10.00~12.60 km 间变化,实际边长在 7.61~20.31 km 间变化,理想质量因子和平均边长分别保持了 3.52 h 和 7.10 h。优化后,四面体的质量因子在 2.82~2.92 间变化,平均边长在 9.53~10.89 km 间变化,实际边长在 7.81~13.15 km 间变化,且整个轨道周期内

真实边长在 5.90~43.84 km 间变化,可满足 MMS 任务要求;理想质量因子和平均边长的保持时间分别为 5.87 h 和 13.53 h,而后者超出了任务轨道段的长度。

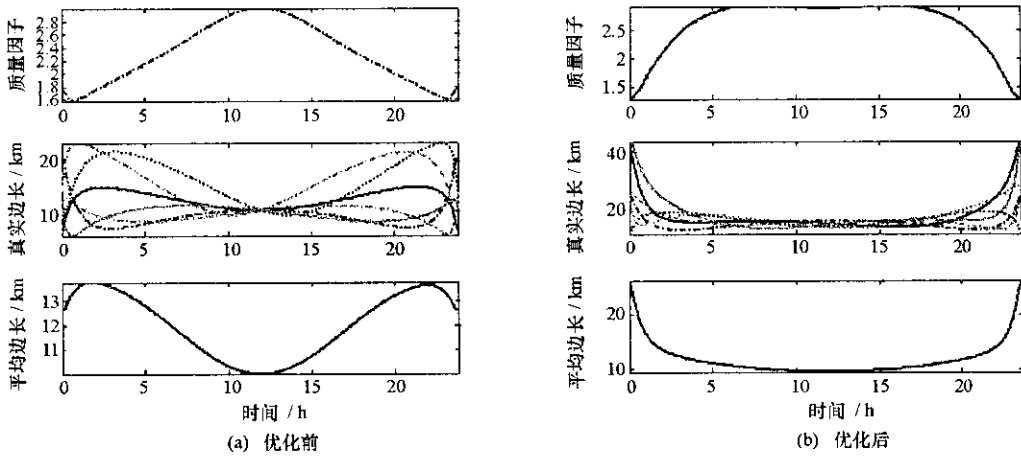


图 4 四面体的性能变化曲线

Fig.4 Performance plot of the tetrahedron

4 结论

大椭圆轨道上多航天器形成的四面体编队不但可以满足空间物理研究对三维数据测量的最低要求,还可利用大椭圆轨道远地点附近运行时间较长的优势对关注的空间区域进行充分观测与分析。编队四面体的质量因子和平均边长是影响其测量数据质量的重要指标。依据文中的初始条件建立四面体二体条件下两项指标的变化不受参考轨道方向量——轨道倾角、升交点赤经和近地点幅角的影响;对真近点角,理想质量因子和平均边长的时间积分曲线呈现驼峰状,尽管以远地点为中心的任务轨道段对应的曲线幅值略低于两峰值,但通过初始设计空间搜索可使其理想质量因子和平均边长的保持时间接近极限值。文中提出的四面体编队优化设计模型兼顾了质量因子和平均边长两项指标,并应用于第一阶段 MMS 任务的四面体构形设计中。仿真结果表明,在不考虑摄动和控制的前提下,通过优化方法可以得到任务轨道段内四面体性能保持较优的轨道设计方案。今后的研究还将考虑摄动因素对四面体性能指标的影响,并通过优化设计得到受摄影响最小、性能保持最优的四面体构形。

参考文献:

- [1] Curtis S A. The Magnetospheric Multiscale Mission. Resolving Fundamental Processes in Space Plasmas[R]. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, December 1999.
- [2] Hametz M, Conway D, Richon K. Design of a Formation of Earth Orbiting Satellites: The Auroral Lites Mission[C]//Proc. of the 1999 NASA GSFC Flight Mechanics and Estimation Conference. Greenbelt, Maryland, 1999: 295-308.
- [3] Inalhan G, Tillerson M, Jonathan P H. Relative Dynamics and Control of Spacecraft Formations in Eccentric Orbits[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(1): 48-59.
- [4] 安雪滢,杨乐平,等. 大椭圆轨道航天器编队飞行相对运动分析[J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(2): 1-6.
- [5] Clemente D C, Atkins E M. Optimization of a Tetrahedral Satellite Formation[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence, Rhode Island, 2004: 1-16.
- [6] Mailhe L, Jose Guzman J. Initialization and Resizing of Formation Flying using Global and Local Optimization Methods[C]//2004 IEEE Aerospace Conference Proceedings. 2004: 547-556.
- [7] Guzman J, Schiff C. A Preliminary Study for a Tetrahedron Formation: Quality Factors and Visualization[C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Monterey, California, 2002: 1-11.
- [8] iSIGHT Reference Guide Version 8.0[M]. USA: Engineous Software, Inc, 2003.

