

基于方位角和多普勒的机动目标无源定位跟踪可观测条件*

占荣辉,王玲,万建伟

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘要 :可观测性分析是无源定位与跟踪系统的前提和基础,只有满足可观测条件才能对系统进行正确求解。应用线性系统理论,以目标方位角和多普勒频率为观测量,对匀加速和匀转弯这两类最常见的机动目标进行了可观测分析,为进一步研究机动目标的无源定位与跟踪提供了理论前提。最后给出了仿真实例,验证了理论分析的正确性。

关键词 :机动目标定位;无源跟踪;可观测性分析

中图分类号 :TN958.94 **文献标识码** :A

Observability of Maneuvering Target Passive Tracking with Bearing and Doppler Measurements

ZHAN Rong-hui, WANG Ling, WAN Jian-wei

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Observability analysis is the basic and prime task in passive localization and tracking system, for only when the system is observable, it can be determined with unique and definite solution. In this paper, the observability for two kinds of typical maneuvering motion (constant acceleration and constant turn rate motion) is analyzed from the perspective of linear system theory, utilizing the integrated information of target's angle of arrival and Doppler frequency. This may lay the theoretic foundation for further research of maneuvering target localization and tracking. Finally, two simulation instances are presented to demonstrate the mathematical derivation and the results are consistent with those concluded from theoretic analysis, indicating that the method is correct and valid.

Key words :localization of maneuvering target; passive tracking; observability analysis

无源定位系统因为隐蔽性强、适用性广、探测距离远等优点在现代电子对抗领域得到了人们的高度重视,而单站无源定位又因其独特的优点备受人们关注^[1-2]。在传统的研究中,大多集中于机动观测站对辐射源的只测角(BO)的定位与跟踪^[1,3-4]。根据文献5-6的研究结果,若增加新的观测量,如角度变化率、频率、脉冲到达时间等,可以提高定位的精度和收敛速度,实现单观测站对辐射源快速定位。以往讨论单站无源定位算法时大多假设目标辐射源是固定的或者做匀速直线运动,但在实际应用背景特别是军事应用中,目标可能随时做各种机动运动,因此,对机动目标的无源定位与跟踪研究具有重要的意义。然而,对目标的无源定位与跟踪必须建立在系统的可观测基础之上,只有满足可观测条件才能得到系统的唯一确定解。基于目标匀速运动假设,文献1分析了只测角、多普勒和方位角-多普勒组合等条件下的可观测性问题,文献7对TOA-DOA测量的可观测问题进行了研究,文献8则分析了方位角-角度变化率条件下的系统可观测性。对于目标机动条件下无源定位的可观测性分析较为复杂,因而研究较少。文献9讨论了N阶多项式机动的可观测性问题,但其分析方法复杂,且未涉及转弯机动情况。有鉴于此,本文综合角度和频率信息,用线性系统理论分析了两类最常见机动的无源定位可观测性问题,推导了系统可观测性条件,并给出了仿真实例,为进一步研究机动目标的定位与跟踪问题提供了理论依据。

* 收稿日期:2006-07-21
作者简介:占荣辉(1978-),男,博士生。

1 一般线性系统可观测性条件

考虑式(1)(2)所描述的连续系统

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{U}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X}(t): n \times 1$ 维状态矢量; $\mathbf{F}(t): n \times n$ 维状态矩阵; $\mathbf{G}(t): n \times m$ 维控制矩阵; $\mathbf{U}(t): m \times 1$ 维控制矢量; $\mathbf{H}(t): m \times n$ 维观测矩阵; $\mathbf{Z}(t): m \times 1$ 维观测矢量。

显然, 式中状态方程和观测方程都是线性的。根据线性系统理论, 可求得式(1)的解为

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \mathbf{C}(t) \quad (3)$$

其中, $\Phi(t, t_0)$ 为系统转移矩阵, 且有 $\frac{\partial \Phi(t, t_0)}{\partial t} = \mathbf{F}(t)\Phi(t, t_0)$, $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}_n$ (\mathbf{I}_n 为 n 阶单位矩阵), 同时积分控制矢量 $\mathbf{C}(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)\mathbf{G}(\tau)\mathbf{U}(\tau)d\tau$ 。

于是, 由式(1)(2)所描述的系统, 根据文献[10], 其可观测性的充要条件为矩阵

$$\mathbf{M} = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)dt \quad (4)$$

正定。由此可以得到其等价的结论是:

定理 1 对于式(1)和(2)所确定的系统, 在 $[t_0, t_1]$ 可观测的充要条件是: $\forall \mathbf{Y} \neq \mathbf{0} \in \mathbf{R}^n, \exists t \in [t_0, t_1]$, 使得

$$\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y} \neq \mathbf{0} \quad (5)$$

事实上, 若 \mathbf{M} 为正定, 则

$$\forall \mathbf{Y} \neq \mathbf{0} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{Y}^T \left[\int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)dt \right] \mathbf{Y} = \int_{t_0}^{t_1} \|\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y}\|^2 dt > 0 \text{ 恒成立}$$

$$\Leftrightarrow \forall \mathbf{Y} \neq \mathbf{0}, \exists t \in [t_0, t_1], \text{使得 } \mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y} \neq \mathbf{0}$$

定理 1 又可用其逆否命题表述为: 式(1)(2)在 $[t_0, t_1]$ 可观测的充要条件是:

$$\forall t \in [t_0, t_1], \text{如果 } \mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y} = \mathbf{0}, \text{ 则 } \mathbf{Y} = \mathbf{0}$$

以上即为线性系统的可观测条件, 定理 1 的结论可以用来对无源定位中机动目标的可观测性进行分析。

2 无源定位中的系统模型

匀加速(CA)机动和匀转弯(CT)机动(即圆周运动)是最常见的两种机动。考虑二维平面内两类机动的运动模型, 当目标做匀加速运动时, 其连续时间状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}_{CA}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{U}(t) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{X}(t) = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]^T(t)$, $\mathbf{F}_{CA}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{U}(t) = [a_x \ a_y]^T$ 。于是有

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & t-t_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t-t_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}(t_0) + \begin{bmatrix} 0.5(t-t_0)^2 & 0 \\ t-t_0 & 0 \\ 0 & 0.5(t-t_0)^2 \\ 0 & t-t_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

当目标做转弯率(角速度)为 ω 的匀转弯机动时, 其状态方程可表示为^[11]

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}_{CT}(t)\mathbf{X}(t) \quad (8)$$

式中, 状态量 $\mathbf{X}(t)$ 与式(6)相同, $F_{CT}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \omega & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 故有

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin\omega(t-t_0)}{\omega} & 0 & \frac{\cos\omega(t-t_0)-1}{\omega} \\ 0 & \cos\omega(t-t_0) & 0 & -\sin\omega(t-t_0) \\ 0 & \frac{1-\cos\omega(t-t_0)}{\omega} & 1 & \frac{\sin\omega(t-t_0)}{\omega} \\ 0 & \sin\omega(t-t_0) & 0 & \cos\omega(t-t_0) \end{bmatrix} \mathbf{X}(t_0) \quad (9)$$

在只测角(BO)系统中, 观测量只有目标的方位角, 虽然这种系统结构简单, 但收敛速度慢、跟踪精度不高且需要观测站机动运动。为提高系统的稳定性, 本文的观测量包括方位角 θ 和多普勒频率 f , 因此, 直角坐标系下的观测模型可表示为

$$\theta(t) = \arctan[x(t)/y(t)] \quad (10)$$

$$f(t) = f_0 \left[1 - \frac{x(t)\dot{x}(t) + y(t)\dot{y}(t)}{c\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}} \right] \quad (11)$$

其中, f_0 为辐射源信号频率, c 为光速。

3 机动目标的可观测性分析

由式(7)(9)和(10)(11)可知, 虽然状态模型是线性的, 但观测方程都是非线性的, 故不能直接应用线性系统理论进行分析。对于非线性系统, 文献[1]给出了可观测性分析的一般方法, 但是不可避免地要求出 Jacobian 矩阵, 所以计算复杂且很难得出明确的结论。如果先对式(10)和(11)进行伪线性化处理, 然后应用线性系统理论进行分析, 则可避免文献[1]中所述分析方法的缺陷。由式(10)(11)易得

$$0 = x(t)\cos\theta(t) - y(t)\sin\theta(t) \quad (12)$$

$$f(t) = f_0 - \frac{f_0}{c} \dot{x}(t)\sin\theta(t) - \frac{f_0}{c} \dot{y}(t)\cos\theta(t) \quad (13)$$

选择新的状态量 $\mathbf{X}^a(t) = [x \dot{x} y \dot{y} 1]^T(t)$, 于是有

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & 0 & -\sin\theta(t) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_0}{c}\sin\theta(t) & 0 & -\frac{f_0}{c}\cos\theta(t) & f_0 \end{bmatrix} \mathbf{X}^a(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ f(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

推论 1 对于匀加速运动目标, 采用角度和频率为观测量, 当且仅当视线角 $\theta(t)$ 在 $[t_0, t_1]$ 不为常数时, 系统是可观的。

证明 根据定理 1 的逆否命题, 假设存在矢量 $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5]^T$, 使得 $\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y} = 0$, 即

$$[y_1 + (t-t_0)y_2]\cos\theta(t) - [y_3 + (t-t_0)y_4]\sin\theta(t) = 0 \quad (15)$$

$$-y_2\sin\theta(t) - y_4\cos\theta(t) + cy_5 = 0 \quad (16)$$

对式(16)两边求导, 可得

$$-y_2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) + y_4\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) = 0 \quad (17)$$

显然, 当 $\dot{\theta}(t) \neq 0$ 时有

$$-y_2\cos\theta(t) + y_4\sin\theta(t) = 0 \quad (18)$$

由于 $\sin(\cdot)$ 和 $\cos(\cdot)$ 是两线性独立的基函数, 于是由式(18)解得 $y_2 = y_4 = 0$ 。将此解回代到式(15)和(16), 得

$$y_1\cos\theta(t) - y_3\sin\theta(t) = 0 \quad (19)$$

$$cy_5 = 0 \quad (20)$$

最终解得 $y_1 = y_3 = y_5 = 0$, 即 $\mathbf{Y} = \mathbf{0}$, 根据定理 1, 这就证明了推论 1 的结论。

推论 2 对于匀转弯运动目标, 采用角度和频率为观测量, 当且仅当视线角变化率 $\dot{\theta}(t)$ 不等于转弯率 ω 时, 系统是可观测的。

证明 类似推论 1 的证明, 假设存在矢量 $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5]^T$, 使得 $\mathbf{H}(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{Y} = \mathbf{0}$, 即

$$\begin{bmatrix} y_1 + \frac{\sin\alpha(t-t_0)}{\omega}y_2 + \frac{\cos\alpha(t-t_0)-1}{\omega}y_4 \\ \cos\theta(t) - \left[\frac{1-\cos\alpha(t-t_0)}{\omega}y_2 + y_3 - \frac{\sin\alpha(t-t_0)}{\omega}y_4 \right] \sin\theta(t) \end{bmatrix} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} -\sin\theta(t)\cos\alpha(t-t_0) - \cos\theta\sin\alpha(t-t_0) \\ \sin\theta(t)\sin\alpha(t-t_0) - \cos\theta\cos\alpha(t-t_0) \end{bmatrix} y_2 + \begin{bmatrix} \sin\theta(t)\sin\alpha(t-t_0) - \cos\theta\cos\alpha(t-t_0) \\ \sin\theta(t)\sin\alpha(t-t_0) - \cos\theta\cos\alpha(t-t_0) \end{bmatrix} y_4 + cy_5 = 0 \quad (22)$$

进一步, 式(22)可化简为

$$-\sin[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_2 - \cos[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_4 + cy_5 = 0 \quad (23)$$

对上式两边求导可得

$$-\{[\dot{\theta}(t) + \omega]\cos[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_2 - \sin[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_4\} = 0 \quad (24)$$

显然, 当 $\dot{\theta}(t) \neq -\omega$ 时, 有下式成立:

$$\cos[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_2 - \sin[\theta(t) + \alpha(t-t_0)]y_4 = 0 \quad (25)$$

于是有 $y_2 = y_4 = 0$ 。同理, 通过将 y_2, y_4 回代到式(21)(22), 可解出 $y_1 = y_3 = y_5 = 0$, 推论 2 的结论成立。

对应于推理 1 和 2, 可以得出下面的结论: 选择方位角和多普勒频率为观测量, 在 t_0, t_1 观测时间内, 对于匀加速机动目标, 若其不朝观测站做径向运动, 系统是可观测的; 而对于匀转弯机动目标, 只要不绕观测站做圆周运动, 则系统同样是可观测的。

上述结论是在辐射源频率未知的条件下得出的, 显然, 如果频率已知, 则结论同样成立。值得注意的是, 在上述推导过程中, 始终以辐射源与观测站的相对状态量为系统状态, 并没有特意指定观测站的运动状态。这就说明, 对于静止观测站, 系统的可观测性条件仍然是由推论 1 和 2 决定的。另外, 在分析过程中并没有考虑噪声的影响, 这是因为噪声的存在只对定位和跟踪的精度有影响, 而不影响系统的可观测条件。

4 仿真实例

为了验证对机动辐射源无源定位的可观测性分析, 本文采用固定单站对机动目标的定位和跟踪, 分别对两种不同的机动目标进行仿真, 其中角度和频率测量精度分别为 3mrad 和 10Hz , 观测周期 $T = 1\text{s}$ 。

实例一:

(a) 目标初始位置 $(x_0, y_0) = (120, 60)\text{km}$, 初始速度 $(\dot{x}_0, \dot{y}_0) = (100, -175)\text{m/s}$, 目标加速度 $(a_x, a_y) = (2.5, 0)\text{m/s}^2$ 。

(b) 目标初始位置同(a), 初始速度 $(\dot{x}_0, \dot{y}_0) = (200, 100)\text{m/s}$, 目标加速度 $(a_x, a_y) = (-2.0, -1.0)\text{m/s}^2$ 。

实例二:

(a) 目标初始位置 $(x_0, y_0) = (35, 60)\text{km}$, 初始速度 $(\dot{x}_0, \dot{y}_0) = (120, 160)\text{m/s}$, 转弯率为 $3^\circ/\text{s}$ 。

(b) 目标初始位置 $(x_0, y_0) = (23, 0)\text{km}$, 初始速度 $(\dot{x}_0, \dot{y}_0) = (0, 200)\text{m/s}$, 转弯率为 $0.5^\circ/\text{s}$ 。

定位采用 UKF (unscented Kalman filter)^[12-13] 滤波算法, 并用相对距离误差 (relative range error)

$$\frac{\delta r_k}{r_k} = \frac{\sqrt{(x_k - \hat{x}_k)^2 + (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \quad (26)$$

作为评价指标, 仿真结果取 100 次 Monte-Carlo。如图 1 和图 2 所示, 虚线和实线部分分别代表可观测和不可观测条件下的跟踪结果。

由图 1、2 可以看出, 在满足可观测条件下 (两实例中的 (a) 参数设置), 通过测量方位角和多普勒频

率,可实现固定单站对机动辐射源的无源定位与跟踪,且滤波器收敛速度较快,在较短的一段时间内可以达到较高的跟踪精度。而当可观测性条件得不到满足时(两实例中的(b)参数设置,即目标相对观测站分别作径向加速运动和圆周运动),滤波器不仅无法收敛,反而有进一步发散的趋势,也就无法实现正确定位。另外,仿真结果表明,在不考虑观测噪声的条件下,所得的结论与图1和图2中的完全类似,这就排除了跟踪不收敛是由观测误差所致的可能性,跟踪是否收敛的决定因素只能是可观测条件。由此可见,仿真结果与前述的理论分析是完全一致的,这也说明了理论分析的正确性。

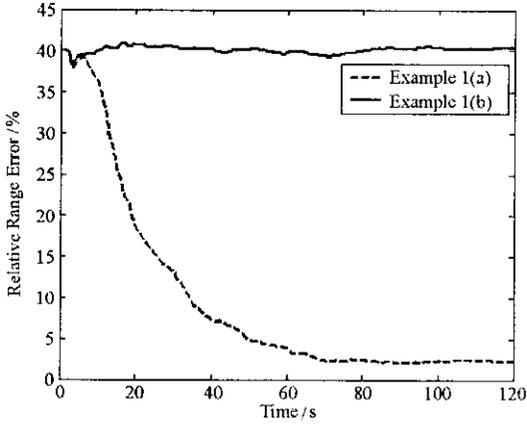


图1 匀加速机动目标无源跟踪仿真
Fig. 1 Simulation of passive tracking for target with CA motion

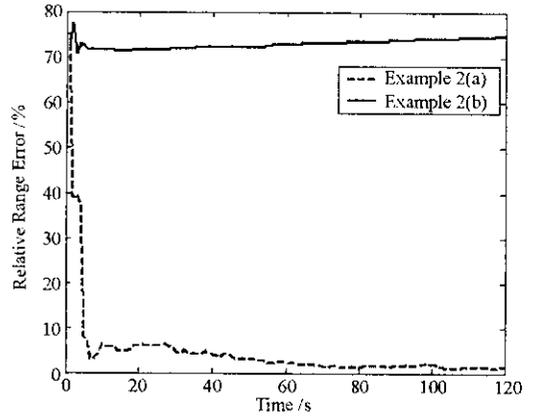


图2 匀转弯机动目标无源跟踪仿真
Fig. 2 Simulation of passive tracking for target with CT motion

5 结论

系统的可观测性决定了系统是否可解以及在何种条件下有解,因此可观测性分析是系统求解的理论前提,其关键是求解可观测矩阵。针对单站无源定位与跟踪系统,由于测量方程都是非线性的,直接通过计算 Jacobian 矩阵得到的可观测矩阵形式非常复杂,很难得出明确的分析结果。本文从伪线性化角度出发,用线性系统理论分析了两类重要机动运动的可观测性,为进一步研究匀加速和匀转弯机动目标的无源定位和跟踪提供了理论基础。理论和仿真结果均表明,综合用角度和频率信息,不管信号频率是否已知,在满足可观测条件下,都可以通过固定单站实现对机动目标的定位跟踪。文中的分析方法同样适用于三维情况。

参考文献:

- [1] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社,1996.
- [2] 郭福成. 基于质点运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学,2002.
- [3] Aidala V. Kalman Filter Behavior in Bearing-only Tracking Applications[J]. IEEE Trans. AES, 1979, 15(1): 29-39.
- [4] Taff L. Target Location from Bearing-only Observation[J]. IEEE Trans. AES, 1997, 33(1): 2-9.
- [5] 许耀伟,周一宇,孙仲康. 引入测频信息进行无源被动定位的方法研究[J]. 国防科技大学学报, 1998, 20(5): 61-65.
- [6] 孙仲康. 基于运动学原理的无源定位技术[J]. 制导与引信, 2001, 22(1): 40-44.
- [7] 李宗华,郭福成,周一宇,等. 测量 TOA 和 DOA 的单站无源定位跟踪可观测条件[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(2): 30-34.
- [8] 郭福成,孙仲康. 方向角及其变化率的单站无源定位的可观测性[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(9): 30-32.
- [9] Becker K. A General Approach to TMA Observability from Angle and Frequency Measurements[J]. IEEE Trans. AES, 1996, 32(1): 487-494.
- [10] 刘福声,罗鹏飞. 统计信号处理[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999.
- [11] Li X R, Jilkov V P. Survey of Maneuvering Target Tracking-Part I: Dynamic Model[J]. IEEE Trans. AES, 2003, 39(4): 1333-1364.
- [12] Julier S J, Uhlmann J K. A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators[J]. IEEE Trans. AC, 2000, 45(3): 477-482.
- [13] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation[J]. Proc. of IEEE, 2004, 92(3): 401-422.

