

文章编号 :1001-2486(2007)01-0131-04

# 石英微陀螺的机械耦合问题研究\*

谢立强, 吴学忠, 李圣怡

(国防科技大学 机电工程与自动化学院 湖南 长沙 410073)

**摘要** 通过研究石英微陀螺的机械耦合误差, 对理想和非理想陀螺进行了机械建模和分析, 推导出了微陀螺的敏感输出信号和机械耦合的关系公式。通过仿真, 讨论了机械耦合与陀螺各参数之间的关系和相互影响程度。

**关键词** 微机械陀螺 机械耦合 石英

中图分类号 :TH824.3 N241.45 文献标识码 :A

## The Study of Mechanical Coupling in Quartz Micromachined Gyroscope System

XIE Li-qiang, WU Xue-zhong, LI Sheng-yi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The mechanical coupling of micromachined quartz gyroscope was studied and modeled, the relationship between output signal and mechanical coupling of gyroscope was derived by comparing and analyzing ideal and non-ideal models. The influence of mechanical coupling on parameter of gyroscope was demonstrated by simulation.

**Key words** micromachined gyroscope; mechanical coupling; quartz

随着微机电系统技术的发展, 特别是微加工工艺技术的提高, 微机械振动陀螺引起了人们的很大兴趣。与普通机电式陀螺相比, 微陀螺具有尺寸小、功耗低、寿命长、工作可靠性高、可批量生产、价格低等优点。虽然光纤陀螺、激光陀螺目前发展也很迅速, 但是它们的价格昂贵和尺寸大等缺点限制了它们的应用。随着精度的不断提升, 集多种优点于一身的微陀螺必将代替普通陀螺而得到长足的发展, 拓展更广泛的应用空间<sup>[1]</sup>。

在设计微陀螺结构时, 为了提高灵敏度, 驱动轴和敏感轴的谐振频率必须尽量接近, 由此增加了系统的噪声敏感性。此外, 由于制造缺陷的存在, 致使微结构产生质量不均匀、梁的弹性不平衡、阻尼不对称等制造误差。驱动轴、敏感轴相近的谐振频率和微结构的制造误差共同作用, 致使驱动轴耦合到敏感轴的振动幅度加大, 即机械耦合误差的增大, 使结果产生一个偏移输出。机械耦合是制约微陀螺性能提高的关键问题之一, 机械耦合对陀螺的零位偏移、灵敏度、动态范围、输出精度等多项性能指标都有很大影响。

目前, 国内外研究机构针对抑制机械耦合提出了各种结构的微陀螺。如文献[2]中报道的微陀螺结构在匹配驱动轴和敏感轴谐振频率的同时减小了机械耦合的影响, 但是由于微陀螺本身的结构特点决定了机械耦合误差并不能被彻底消除。要想有效抑制机械耦合, 必须对其有一个全面的认识。本文针对石英微陀螺, 建立理想和非理想陀螺的结构模型并进行对比, 通过仿真实验, 探讨机械耦合对陀螺性能的影响, 以求对微陀螺中的机械耦合有更进一步的了解。

\* 收稿日期 2006-09-05  
基金项目 国家自然科学基金资助项目(50375154)  
作者简介 谢立强(1981—), 男, 博士生。

## 1 理想微陀螺模型

理想的石英微陀螺,其驱动轴和敏感轴相互正交而不存在机械耦合,即只在有角速度输入的情况下敏感轴才有相应的输出信号。理想微陀螺模型可简化为图1所示的结构模型。

在陀螺支撑框架所在的旋转台上建立坐标系 $xyz$ ,得到理想微陀螺模型的动力学方程<sup>[3]</sup>

$$\begin{bmatrix} m & 0 & \ddot{x} \\ 0 & m & \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 & \dot{x} \\ 0 & c_y & \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 & x \\ 0 & k_y & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,

$$c_x = \frac{\omega_c m}{Q_c}, c_y = \frac{\omega_o m}{Q_o}, k_x = \omega_c^2 m, k_y = \omega_o^2 m \quad (2)$$

式中 $m$ 为质量块质量; $c_x$ 、 $c_y$ 分别为 $x$ 轴和 $y$ 轴方向的阻尼系数; $k_x$ 、 $k_y$ 分别为 $x$ 轴和 $y$ 轴方向的约束系数; $F_x$ 、 $F_y$ 分别为 $x$ 轴和 $y$ 轴方向的换能器力; $\omega_c$ 和 $Q_c$ 分别为 $x$ 轴的谐振频率和品质因数; $\omega_o$ 和 $Q_o$ 分别为 $y$ 轴的谐振频率和品质因数。

设坐标系中 $x$ 轴为驱动轴, $y$ 轴为敏感轴, $z$ 轴为输入轴。 $x$ 轴在外部驱动力作用下以幅值 $x_0$ 作简谐振动。位移 $x(t)$ 为

$$x(t) = x_0 \sin \omega_c t \quad (3)$$

如果 $xyz$ 坐标系以角速度 $\Omega$ 绕 $z$ 轴旋转,则在 $y$ 轴方向敏感哥氏加速度为 $2\Omega \dot{x}(t)$ ,由公式(1)得敏感轴方向的振动方程为

$$2\Omega \omega_c x_0 \cos \omega_c t = \ddot{y}(t) + \frac{\omega_o}{Q_o} \dot{y}(t) + \omega_o^2 y(t) \quad (4)$$

设频率匹配系数 $s = \frac{\omega_c - \omega_o}{\omega_c} \times 100\%$ ,方程稳态解为

$$y(t) = E_1 \cos(\omega_c t + \phi_1) \quad (5)$$

式中

$$E_1 = \frac{2x_0 \frac{\Omega}{\omega_c}}{\sqrt{\left(\frac{(1-s)^2}{Q_o^2}\right) + \left[(1-s)^2 - 1\right]}} \quad (6)$$

$$\phi_1 = \arctan \frac{1-s}{Q_o [(1-s)^2 - 1]} \quad (7)$$

由公式(5)可知,理想陀螺的稳态输出信号是与驱动信号同频率,幅值正比于输入角速度 $\Omega$ 的简谐信号。

## 2 机械耦合影响下的非理想微陀螺模型

由于石英是晶体,湿法腐蚀过程是沿晶体方向自然进行的,这决定了石英湿法腐蚀后侧壁不可能是陡直的,而是在侧壁残留有突出的晶棱。如图2所示,石英梁的横截面由梁的方截面A和晶棱三角截面B两部分组成。B的存在,使得质心G偏离坐标原点,导致振动方向偏离驱动力方向,意味着驱动振动在敏感方向会产生一个分量,这就是驱动轴和敏感轴之间存在的机械耦合。

考虑机械耦合的非理想振动陀螺模型可简化为如图3所示的结构模型,建立相应的动力学模型<sup>[4]</sup>

$$\begin{bmatrix} m & 0 & \ddot{x} \\ 0 & m & \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x + c_{xy} & -c_{xy} & \dot{x} \\ -c_{xy} & c_y + c_{xy} & \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x + k_{xy} & -k_{xy} & x \\ -k_{xy} & k_y + k_{xy} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

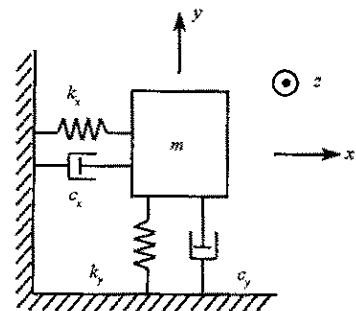


图1 理想微陀螺模型

Fig. 1 Ideal vibrating vroscope model

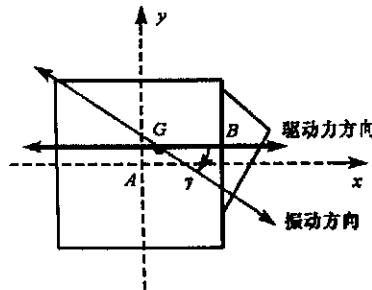
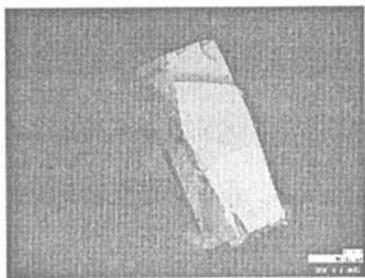


图 2 湿法腐蚀得到的石英梁显微照片与截面示意图

Fig. 2 A micrograph with cross section sketch of quartz beam after wet etching

其中  $c_{xy}$ ,  $k_{xy}$  分别为由机械耦合产生的驱动轴和敏感轴之间的阻尼系数和约束系数。由此, 在输入角速度  $\Omega$  下, 非理想微陀螺敏感轴的动力学方程为

$$my - c_{xy}\dot{x} + (c_y + c_{xy})\dot{y} - k_{xy}x + (k_y + k_{xy})y = 2m\Omega x_0 \omega_c \cos \omega_c t \quad (9)$$

由于机械耦合, 微陀螺的驱动模态的振动方向并不是沿着  $x$  轴, 而是偏离  $x$  轴  $\gamma$  角, 如图 2 所示。则驱动轴和敏感轴之间的振幅关系为  $\tan \gamma = \frac{y}{x}$ 。

如图 3 所示, 根据非理想陀螺模型, 陀螺静止情况下在  $x$ ,  $y$  两个方向上受力平衡:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x + k_{xy} & -k_{xy} \\ -k_{xy} & k_y + k_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

由此可得

$$k_{xy} = \frac{yk_y}{x - y} = k_y \frac{\tan \gamma}{1 - \tan \gamma} = ak = am\omega_{oy}^2 \quad (11)$$

其中  $a = \frac{\tan \gamma}{1 - \tan \gamma}$ 。由于石英晶体的品质因数  $Q$  很高, 所以  $c_{xy} \approx 0$ , 其与公式(11)代入方程(9)得稳态解为

$$y_2(t) = E_2 \sin(\omega_c t + \phi_2) \quad (12)$$

其中

$$E_2 = x_0 \sqrt{\frac{\frac{4\Omega^2}{\omega_c^2} + a^2(1-s)^2}{\frac{(1-s)^2}{Q_o^2} + [(1+a)(1-s)^2 - 1]}} \quad (13)$$

$$\phi_2 = \arctan \frac{2\Omega}{a\omega_c(1-s)^2} - \arctan \frac{1-s}{Q_o[(1+a)(1-s)^2 - 1]} \quad (14)$$

由公式(12)可知, 非理想陀螺的稳态输出信号也是与驱动信号同频率的简谐信号, 但是信号幅值并不是正比于输入角速度  $\Omega$ 。

### 3 仿真

具体给出一组微陀螺的结构参数, 令频率匹配系数  $s = -0.008$ , 驱动轴振动幅值  $x_0 = 3$ , 敏感轴品质因数  $Q_o = 100$ , 驱动轴谐振频率  $\omega_c = 23000\pi$ , 偏振角  $\gamma = 0.001$ , 输入角速度  $\Omega$  幅值为  $50^\circ/\text{s}$ , 频率为  $50/\pi\text{Hz}$ , 理想和非理想陀螺模型的稳态输出信号如图 4 所示。

对比理想的和非理想的陀螺输出信号, 可以看出由于机械耦合的影响, 陀螺的输出信号幅值的零位偏移很大, 使得幅值的变化相对变小, 从输出信号中提取角速度  $\Omega$  变得更加困难。

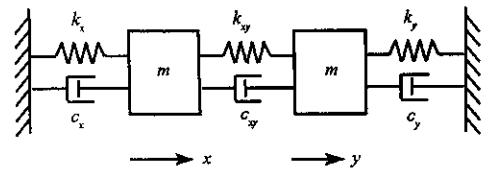


图 3 机械耦合影响下的微陀螺结构模型

Fig. 3 Vibrating gyroscope model under mechanical coupling

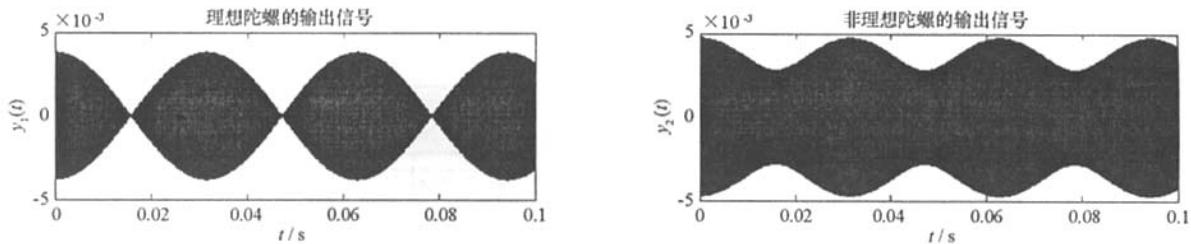


图4 理想和非理想微陀螺模型的输出信号对比

Fig. 4 Output signals comparison between ideal and non-ideal gyroscopes

在不同程度的机械耦合下,即在不同的偏振角 $\gamma$ 下,陀螺敏感轴的输出信号的幅度也将明显变化。如图5所示,随着 $\gamma$ 的增加,输出信号的幅值和零偏均增加,但是信号幅值变化慢些,这使得陀螺的动态范围越来越小。由此可见,机械耦合的存在,使得微陀螺的零偏值变大,动态范围变小,解调后的输出信号变弱,从而使分辨率降低。

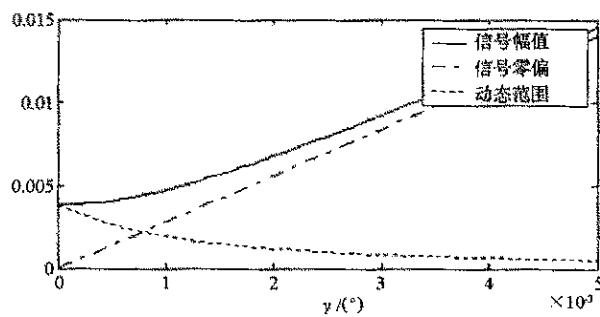


图5 偏振角与陀螺输出幅值、零偏、动态范围的关系

Fig. 5 Relationship between  $\gamma$  and amplitude, bias, range of output signal

由图6的频率匹配系数与零点偏移的关系曲线也可以看出,机械耦合越强即 $\gamma$ 越大,陀螺的零点偏移越大,并且在驱动轴和敏感轴频率匹配的情况下(即 $s=0$ ),零点偏移值最大,系统达到最大灵敏度,说明陀螺的零偏值受机械耦合和频率匹配程度两方面的共同影响。所以在设计陀螺过程中要折衷考虑结构的机械耦合和频率匹配问题。

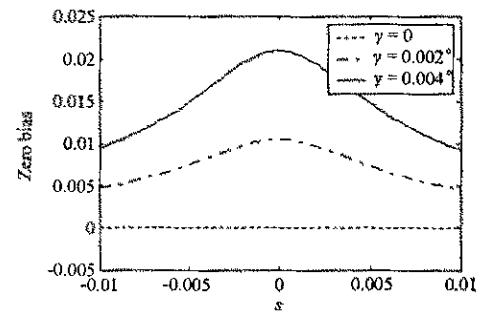


图6 频率匹配系数与零点偏移的关系

Fig. 6 Relationship between ratio of frequency difference and zero bias

## 4 结论与展望

通过对石英微陀螺的振动结构进行建模和分析,推导出陀螺输出信号和机械耦合的关系公式。通过仿真分析,总结了机械耦合和陀螺各参数之间的相互关系,可以得出机械耦合严重影响微陀螺的零点偏移、动态范围、灵敏度等各项指标。由于各项参数指标的相互依赖性,要想提高微陀螺的综合性能,必须在提高微加工工艺技术的基础上,提出参数整体优化的新颖微结构模型。

## 参考文献:

- [1] 杨培根, 龚智炳. 光电惯性技术[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1999: 194-195.
- [2] Said E A, Tayfun A. Symmetrical and Decoupled Nickel Microgyroscope on Insulating Substrat[J]. Sensors and Actuators, 2004, A 115: 336-350.
- [3] 张福学. 压电晶体陀螺[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981: 17-19.
- [4] Motohiro F, Yutaka N, Yoshiteru O. Modeling and Vibration Analysis of Quartz Yaw Rate Sensor to Reduce Mechanical Coupling[C]// 2001 International Symposium on Micromechatronics and Human Science, 2001.
- [5] Madni A M, Costlow L E. A Third Generation, Highly Monitored, Micromachined Quartz Rate Sensor for Safety-critical Vehicle Stability Control[C]// Aerospace Conference 2001 IEEE Proceedings, Big Sky, MT, USA, 2001.



