

## 视场约束下 V-bar 撤离控制的解析计算方法\*

王 华 ,唐国金 ,李海阳

( 国防科技大学 航天与材料工程学院 ,湖南 长沙 410073 )

**摘 要** 利用解析方法研究在视场约束条件下交会对接 V-bar 撤离的控制问题。描述交会对接 V-bar 撤离的径向冲量机动方案,说明径向机动撤离方案具有减少羽流污染和故障情况下能够避免飞行器碰撞的优点。基于 CW 方程推导出已知径向冲量求最大视场角和已知视场角约束容许冲量的解析公式,同时得到求最大视场角时刻和冲量作用后 V-bar 方向撤离距离的计算公式。最后,数值和解析两种方法的比较验证了解析方法的正确性。

**关键词** 航天器 ;V-bar 撤离 ;控制 ;交会对接

**中图分类号** :V526 **文献标识码** :A

## An Analytic Solution for the V-bar Departure Control under the Field of View Constraint

WANG Hua ,TANG Guo-jin ,LI Hai-yang

( College of Aerospace and Material Engineering , National Univ. of Defense Technology , Changsha 410073 , China )

**Abstract** By the analytic method , the control of V-bar departure in rendezvous and docking under the field of view constraint was studied. The basic maneuver strategy of V-bar departure using radial impulse was described. This strategy fulfills the requirement of minimum plume impact on the target and trajectory safety. The analytic solution calculating the maximum field of view using radial impulse and calculating the permitted impulse using field of view was developed on the basis of CW equation while the solution with the formulas to calculate the time of the maximum field of view and the departure distance in the V-bar direction was also developed. Finally , the comparison between numerical and analytic method shows the method developed in this paper is correct.

**Key words** spacecraft ; V-bar departure ; control ; rendezvous and docking

在交会对接撤离过程中,追踪器需要在结构上和目标器分离,然后执行撤离操作与目标器拉大距离。撤离阶段的结束条件是追踪器相对目标器到达一个足够安全的距离,以保证追踪器执行大冲量机动时不会影响到目标器。为了保证撤离的安全,通常要求撤离必须在敏感器的监视下进行,这就要求撤离轨迹必须满足敏感器的视场约束。

Fehse<sup>[1]</sup>介绍了交会对接撤离的两种基本方案:V-bar 撤离和 R-bar 撤离,并对其进行了对比,说明了 V-bar 撤离相对 R-bar 撤离来说更安全。Hablan<sup>[2]</sup>研究了目标器在圆轨道情况下的自动逼近、绕飞和撤离控制,其控制采用基于 CW 方程的斜线滑动制导方式,这种撤离方案适用于任意方向的逼近和撤离,其缺点是没有考虑追踪器和目标器的安全。Keller<sup>[3]</sup>用半物理仿真研究了采用图像导航敏感器的交会对接接近、对接和撤离过程,由于半物理仿真设备的限制,Keller 只研究了对接机构弹开后较短时间内的撤离。

本文研究视场约束下的 V-bar 撤离控制问题,所采用的撤离方案是径向冲量机动撤离,这种方案可以保证第一次冲量或第二次冲量施加失败的情况下追踪器和目标器的安全。基于 CW 方程,得到了径向冲量与最大视场角的解析公式。本文所得到的公式同样适用于 V-bar 撤离的计算。

\* 收稿日期 2006 - 12 - 30

作者简介:王华(1977—)男,博士生。

# 1 相对动力学模型

交会对接过程中有两个航天器,一个为追踪器,另一个为目标器。定义目标轨道坐标系  $oxyz$  为:原点  $o$  在目标器质心,  $ox$  轴 ( $V$ -bar) 沿轨道速度方向,  $oz$  轴 ( $R$ -bar) 指向地心,  $oy$  轴 ( $H$ -bar) 垂直于轨道平面并与其两轴构成右手直角坐标系。

飞行器在近圆轨道上的相对运动可以用 CW 方程来描述<sup>[4]</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{z} = a_x \\ \ddot{y} + \omega^2 y = a_y \\ \ddot{z} + 2\omega\dot{x} - 3\omega^2 z = a_z \end{cases} \quad (1)$$

这里  $x, y, z$  分别是追踪器相对目标器的矢量在轨道坐标系三轴上的投影,  $\omega$  是目标器轨道角速度,  $a_x, a_y$  和  $a_z$  分别是追踪器加速度在轨道坐标系各轴上的投影。

从式(1)可看出,轨道面内的运动和轨道面外的运动是解耦的。

设初始时间  $t_0 = 0$ , 解方程(1)可得,轨道面内状态  $X = (x \ z \ \dot{x} \ \dot{z})^T$  的转移矩阵为

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 1 & 6(\omega t - \sin(\omega t)) & (4\sin(\omega t) - 3\omega t)/\omega & 2(1 - \cos(\omega t))/\omega \\ 0 & 4 - 3\cos(\omega t) & 2(\cos(\omega t) - 1)/\omega & \sin(\omega t)/\omega \\ 0 & 6\omega(1 - \cos(\omega t)) & 4\cos(\omega t) - 3 & 2\sin(\omega t) \\ 0 & 3\omega\sin(\omega t) & -2\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

在轨道面外,状态  $X_{op} = (y \ \dot{y})^T$  的转移矩阵为

$$\Phi_{op}(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t)/\omega \\ -\omega\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

## 2 撤离控制

### 2.1 撤离方案

典型的  $V$ -bar 撤离方案如图 1 所示,这种方案的优点是考虑了追踪器发动机羽流对目标器的污染,并且满足敏感器的视场约束。追踪器和目标器在  $O$  点由对接机构弹开后,在保证发动机羽流安全的条件下采用视线制导方式运动到  $A$  点,在  $A$  点处两个飞行器的相对速度为零。在  $A$  点施加沿径向( $R$ -bar 方向)的冲量  $\Delta V_1$ ,这时追踪器将沿椭圆轨迹运动到  $B$  点,在  $B$  点再施加冲量  $\Delta V_2$ ,追踪器将沿椭圆轨迹运动到  $C$ ,这样重复施加  $R$ -bar 方向的冲量,直到追踪器到达相对目标器安全的位置。在整个撤离过程中,相对轨迹一直在视场角  $\alpha$  范围内。

如果在  $A$  点的冲量  $\Delta V_1$  没有执行,由于这时两个飞行器相对速度为零,追踪器的轨迹将是一个在  $A$  的保持点。如果在  $B$  点的冲量  $\Delta V_2$  没有执行,追踪器将沿  $BA$  之间的虚线椭圆轨迹返回  $A$  点。如果  $A$  点的冲量  $\Delta V_1$  在执行过程中突然中断,追踪器将沿比正常椭圆轨迹略小的椭圆运动到  $V$ -bar 上一点,这时仍然可以继续采用  $R$ -bar 冲量策略执行撤离控制。在上面分析的这几种故障情况下,追踪器和目标器都没有碰撞危险,并且  $R$ -bar 方向的冲量也避免了发动机羽流对目标器的危害。

### 2.2 冲量大小和视场角的关系

由于在  $V$ -bar 撤离方案中追踪器轨迹都在轨道面内,并且轨道面内的运动和轨道面外的运动是解耦的,所以只需考虑轨道面内的视场约束。

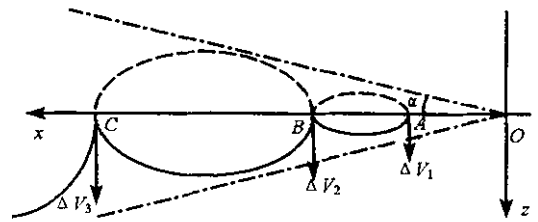


图 1  $V$ -bar 撤离  
Fig. 1  $V$ -bar departure

如图 1, 设当时间  $t_0 = 0$  时在  $R\text{-bar}$  上 ( $A$  点、 $B$  点或  $C$  点) 施加径向冲量后追踪器在轨道面内的相对状态为  $X_0 = (x_0 \ z_0 \ \dot{x}_0 \ \dot{z}_0)^T = (x_0 \ 0 \ 0 \ \dot{z}_0)^T$ 。这里  $x_0$  表示冲量作用时追踪器在  $V\text{-bar}$  上的位置  $z_0$  表示所施加冲量的大小。根据式 (1) 和式 (2) 可得, 轨迹上任意点对目标器的视线斜率为

$$\tan\alpha = \frac{z}{x} = \frac{z_0 \sin(\omega t)}{\omega x_0 + 2(1 - \cos(\omega t))z_0} \quad (4)$$

将式 (4) 两边对时间  $t$  求导, 可得

$$\tan'\alpha = \left(\frac{z}{x}\right)' = \frac{\omega z_0 [(\omega x_0 + 2z_0)\cos(\omega t) - 2z_0]}{[\omega x_0 + 2(1 - \cos(\omega t))z_0]^2} \quad (5)$$

轨迹上视线斜率最大的点就是式 (5) 等于零的点, 令式 (5) 等于零, 得到

$$t = \pm \arccos[2z_0/(\omega x_0 + 2z_0)]/\omega \quad (6)$$

由于  $t > 0$ , 所以上式取正号。

式 (6) 就是在冲量作用后视线斜率最大的时间, 代入式 (4) 可以得到轨迹上最大的视场角。

直接解式 (4) 所表示的方程, 得到

$$t = \pm \frac{1}{\omega} \arccos\left(\frac{2\tan^2\alpha(\omega x_0 + 2z_0) \pm \sqrt{z_0^2 - \omega x_0 \tan^2\alpha(\omega x_0 + 4z_0)}}{(1 + 4\tan^2\alpha)z_0}\right) \quad (7)$$

由于  $t > 0$ , 所以上式取正号。

式 (7) 表示已知初始径向冲量大小时视场角等于  $\alpha$  的飞行时刻  $t$ 。当式 (7) 只有一个解时, 表示这时的视场角就是轨迹上的最大视场角。如果要式 (7) 只有一个解, 必须

$$z_0^2 - \omega x_0 \tan^2\alpha(\omega x_0 + 4z_0) = 0 \quad (8)$$

对式 (8) 求解, 可得

$$z_0 = \omega x_0 \tan\alpha(2\tan\alpha \pm \sqrt{1 + 4\tan^2\alpha}) \quad (9)$$

式 (9) 选取正负号两种情况下的相对轨迹可以参考图 2。设在  $A$  点施加径向冲量, 当式 (9) 取正号时, 相对运动轨迹如图 2 中的轨迹 1 所示, 其轨迹趋势远离目标器。当式 (9) 取负号时, 相对运动轨迹如图 2 中的轨迹 2 所示, 其轨迹趋势逼近目标器。这两种轨迹的最大视线角都等于  $\alpha$ 。在撤离控制中, 需要的轨迹类型显然是轨迹 1, 所以在计算中, 式 (9) 中的正负号取正。

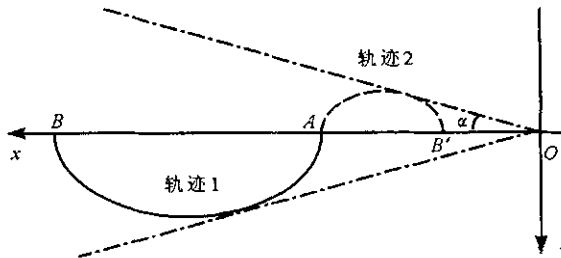


图 2 满足同一视场角的两条轨迹

Fig. 2 Two trajectories to satisfy same field of view

利用式 (9) 可以求解视场角等于  $\alpha$  时径向冲量的大小。得到冲量大小后, 还可以利用式 (6) 得到视场角最大时的时刻。由式 (2) 还可得到一次径向冲量作用后追踪器轨迹在  $V\text{-bar}$  上移动的距离  $\Delta x$ , 即图 2 中从  $A$  到  $B$  的距离为

$$\Delta x = 4z_0/\omega \quad (10)$$

从式 (10) 可以看出, 一次径向冲量作用后追踪器轨迹在  $V\text{-bar}$  上移动的距离  $\Delta x$  与追踪器在  $V\text{-bar}$  上的初始位置  $x_0$  无关, 与冲量大小成线性关系。

### 3 数值仿真

在数值仿真中设目标器轨道角速度  $\omega = 0.0654^\circ/s$ 。取  $V\text{-bar}$  上  $x_0 = 100m$  的点为初始点 根据径向冲量大小采用解析和数值方法分别计算轨迹最大视场角 两种计算结果的差如图 3 所示。对施加径向冲量的初始位置取三组值  $x_0 = 100m$   $x_0 = 200m$   $x_0 = 300m$  ,计算得到轨迹最大视场角和径向冲量大小的关系如图 4 所示。

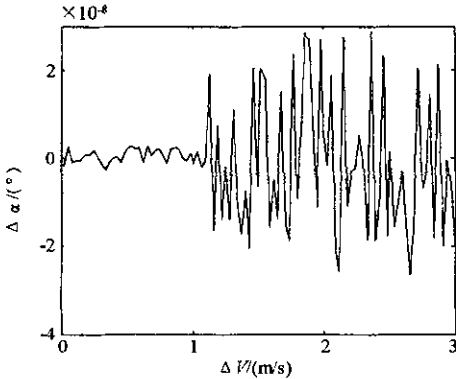


图3 解析和数值方法得到结果的差

Fig.3 The difference between the analytic and numerical result

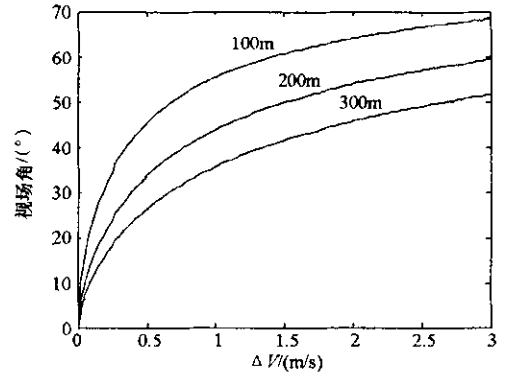


图4 视场角和径向冲量大小的关系

Fig.4 Field of view vs R-bar impulse

从图 3 可以看出 解析方法和数值方法的计算结果误差非常小。这种差别完全是由于数值计算时的计算误差导致的。

从图 4 可以看出 对于  $V\text{-bar}$  上相同的初始位置 径向冲量越大 轨迹对应的最大视场角越大 随着冲量变大 最大视场角的增加变缓。对于不同的初始位置 初始位置离目标器越远 相同冲量产生的最大视场角越小。这是由于相同冲量在  $V\text{-bar}$  不同位置所产生的椭圆轨迹大小和形状是相同的 所以距离目标器越远 对应的最大视场角必然越小。

### 4 结论

交会对接  $V\text{-bar}$  撤离方案通常采用径向冲量方式 这种方式的优点是可以避免追踪器发动机羽流对目标器的污染 并且撤离轨迹避免了和目标器的碰撞危险。为了保证撤离过程的安全 通常还要求撤离轨迹在敏感器的监视范围内 这就提出了视场约束下撤离控制的设计问题。本文利用解析方法对视场约束下的  $V\text{-bar}$  撤离控制进行了研究 基于 CW 方程得到了最大视场角和冲量大小的解析关系 同时得到了最大视场角时刻和撤离距离的计算公式。通过数值仿真得到了视场角和径向冲量的关系曲线 同时也验证了本文方法的正确。本文的结果对交会对接撤离阶段的控制设计具有很好的参考价值。

### 参考文献：

[ 1 ] Fehse W. Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft[ M ]. Cambridge University Press ,2003.  
 [ 2 ] Hablani H B , Tapper M , Dana-Bashian D. Guidance Algorithms for Autonomous Rendezvous of Spacecraft with a Target Vehicle in Circular Orbit [ R ]. AIAA 2001 - 4393 2001.  
 [ 3 ] Keller B S , Tadikonda S S K , Mapar J. Autonomous Acquisition , Rendezvous , & Docking Using a Video Guidance Sensor : Experimental Testbed Results[ R ]. AIAA 2002 - 4846 2002.  
 [ 4 ] Clohessy W H , Wiltshire R S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous[ J ]. Journal of the Aerospace Sciences ,1960 ,27( 9 ) : 653 - 658.

