

单星对卫星的仅测角被动定轨跟踪方法研究*

李 强 郭福成 周一宇

(国防科技大学 电子科学与工程学院 湖南 长沙 410073)

摘 要 :针对单星对卫星被动定轨时使用经典轨道根数作为状态变量可能存在奇点且测量方程变量及相应坐标转换缺乏物理意义等问题 ,提出一种新的基于 J2000.0 惯性系的单星对卫星扩展 Kalman 滤波仅测角被动定轨跟踪方法 ,并对测量方程中的变量及其坐标转换进行明确定义 ;同时对状态预测方程、状态转移矩阵及测量雅可比矩阵进行详细推导 ,最后通过 STK6.0 仿真场景产生的数据对算法在不同初始状态误差和测角精度下的性能进行对比分析和仿真验证。多次仿真结果表明 :该算法实现了单颗高轨卫星(准同步轨道)通过仅测量角度对圆轨道($e = 0$)低轨卫星辐射源的被动定轨和跟踪 ,当测角精度优于平均角度变化量时 ,滤波收敛所需时间及估计误差都大大减小 ,且该算法对滤波初始误差也具有较好的适应性。

关键词 :卫星 ;仅测角 ;被动跟踪 ;扩展卡尔曼滤波

中图分类号 :TN971.4 ;V412.4 文献标识码 :A

Research of Satellite-to-satellite Passive Locating and Tracking
with Bearings-only Measurements

LI Qiang , GUO Fu-cheng , ZHOU Yi-yu

(College of Electronic Science and Engineering , National Univ. of Defense Technology , Changsha 410073 , China)

Abstract Regarding the problems of singularity while using classic orbital elements in satellite bearings-only passive tracking and the lack of physical meanings in measurement equation's variables and their corresponding coordinate transformations , a new satellite-to-satellite extended Kalman filtering (EKF) tracking method with bearings-only measurements in J2000.0 ECI frame is put forward. An explicit definition of the variables and their coordinate transformations in measurement equation are submitted. Moreover , the state propagation stage , state transfer matrix and measurement Jacobi matrix are deducted in detail. Performance is contrasted and validated through simulated data from STK6.0 with various initial state errors and angles measurement errors. Simulation indicates that it is possible to passively track low earth circular orbit satellite ($e = 0$) by a high earth orbit satellite (quasi-geosynchronous orbit satellite) with bearings-only measurements. When the angles measurement accuracy exceeds the average angles changing magnitude , the convergence time and the tracking errors rapidly decrease. Moreover , the method also shows resilience to varying initial state errors.

Key words satellite ; bearings-only ; passive tracking ; extended Kalman filtering

卫星对卫星定轨就是根据各种观测数据和卫星的运动规律给出目标真实运动轨迹的近似估计。通常使用的观测数据类型包括 :距离、距离变化率、角度及其变化率或其各种组合^[1]。但在被动定轨中只能采取非合作工作方式 ,不能直接得到距离信息 ,此时若采用文献 [2] 中利用距离和距离变化率或者其它需要利用距离信息的定轨方法就不能奏效了。因此 ,在非合作情况下 ,研究单星对卫星的被动定轨方法具有重要意义。

为了将数据实时传送到地面 ,低轨卫星通常需要数据中继 ,如果采用一个更高轨道的卫星被动接收这些信号 ,包括遥测、遥控、通信和导航信号等 ,并对得到的信号进行分选和参数估计 ,那么是否可以通过一些滤波算法实现被动定轨呢 ?

文献 [3] 研究了在单颗卫星观测无源接收条件下 ,采用仅测角方法对运动卫星辐射源定位的可行

* 收稿日期 2006 - 11 - 29

基金项目 : 国家部委资助项目(11301030101) ; 国防科技大学资助项目

作者简介 : 李强(1979—) , 男 , 博士生。

性^[3],分析了对运动卫星辐射源定位时由于其满足一定的轨道约束^[3],所以观测器无需更高阶机动即可满足仅测角定位的可观测性^[4-5],并采用经典轨道根数作为状态变量。但是使用经典轨道根数在偏心率 e 或者轨道倾角 i 趋于 0 时将分别产生第一类和第二类奇点^[1],此时在二体问题下考虑将不再符合轨道约束。

此外,在文献 [4-6] 等典型的仅测角无源定位中,其角度计算公式中的相对位置矢量 ρ 都是定义为目标位置矢量与观测器位置矢量之差。然而在卫星被动定轨中,测量的角度是在高轨卫星轨道坐标系,状态变量是在 J2000.0 惯性系,两者的坐标转换必须在原有相对位置矢量的基础上乘以时变坐标旋转矩阵来实现^[1]。此时如果仅按照典型无源定位系统中相对位置矢量的定义来计算到达角,则得到的角度计算值将失去物理意义。为此,对测量方程中的变量及其坐标转换也需要进一步明确其物理含义。

针对上述问题,本文提出了一种新的基于 J2000.0 惯性系^[1]的被动仅测角 EKF 算法,虽然得到了非线性的状态运动方程,但奇点问题已不存在,且对测量方程中的变量及其坐标转换进行了明确定义。同时对状态预测方程、状态转移矩阵和测量雅可比矩阵进行了详细推导(为了便于表示,本文仍在二体问题下考虑)最后通过 STK6.0 仿真场景产生的数据对算法在不同初始状态误差和测角精度下的性能进行了对比分析和仿真验证。

1 跟踪模型

1.1 卫星运动状态方程

选取 J2000.0 惯性系下目标卫星的位置和速度矢量作为状态变量 X ,即为:

$$X(t) = [\mathbf{r}^T \quad \dot{\mathbf{r}}^T]^T \quad (1)$$

那么卫星的运动微分方程为:

$$\dot{X}(t) = F(X(t)) = [\dot{\mathbf{r}}^T \quad \ddot{\mathbf{r}}^T]^T \quad (2)$$

根据万有引力定律,卫星的运动方程可以表示为:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{r} = [x(t) \quad y(t) \quad z(t)]^T$, $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{x}(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dot{z}(t)]^T$ 分别表示 J2000.0 惯性系下目标卫星的位置和速度矢量, $F(\cdot)$ 表示非线性变换, μ 是开普勒常数, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 表示目标卫星距地心的距离。

1.2 测量方程

假定在高轨卫星(下简称高轨星 HEO)上装有一部接收机,可以通过测向等手段测出低轨卫星(下简称低轨星 LEO)所在的方位角 β_k 和俯仰角 ε_k ,其定义分别如下:

$$\beta_k = \arctan \left[\frac{\rho_y(k)}{\rho_x(k)} \right] + n_{\beta k} \quad (4)$$

$$\varepsilon_k = \arctan \left[\frac{\rho_z(k)}{\sqrt{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)}} \right] + n_{\varepsilon k} \quad (5)$$

其中 n_{β} 和 n_{ε} 分别表示方位角和俯仰角测量误差,这里假定测量噪声分别为零均值方差 σ_{β}^2 和 σ_{ε}^2 的高斯白噪声。 $\rho = [\rho_x(k) \quad \rho_y(k) \quad \rho_z(k)]^T$ 表示低轨星在高轨星轨道坐标系中的位置矢量, $k = 0, 1, \dots, N_s - 1$ (其中 N_s 表示仿真点数)。为明确其物理意义,首先对轨道坐标系进行定义。

高轨星轨道坐标系^[1]:在该坐标系中,坐标原点 O 为高轨星质心,基础平面为高轨星的轨道面。 Z 轴从坐标原点 O 指向地心(即 $-\mathbf{r}$ 方向), X 轴在基础平面内与 Z 轴垂直并指向卫星运动方向, Y 轴垂直于基础平面并与 X 轴、 Z 轴构成右手系。从 J2000.0 惯性系到高轨星轨道坐标系的坐标转换公式如下:

$$\rho = G^T(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (6)$$

其中 G 表示坐标转换矩阵,根据其定义可得^[1]:

$$G(i, 3) = -\mathbf{r}_0 / |\mathbf{r}_0| \quad (7)$$

$$G(j, 2) = -\mathbf{r}_0 \times \dot{\mathbf{r}}_0 / |\mathbf{r}_0 \times \dot{\mathbf{r}}_0| \quad (8)$$

$$G(k, 1) = G(j, 2) \times G(i, 3) \quad (9)$$

其中 r_0 和 \dot{r}_0 分别表示高轨星在 J2000.0 惯性系下的位置和速度矢量, $G(i, 3)$ 、 $G(j, 2)$ 和 $G(k, 1)$ 分别表示矩阵 G 的三个列向量。

将观测矢量定义为 $Z_m(k)$, 则观测矢量可以写成状态变量 X 的非线性函数, 即为:

$$Z_m(k) = H[X(k)] + n(k) \quad (10)$$

其中 $n(k) = [n_\beta(k) \quad n_\alpha(k)]^T$ 表示方位角和俯仰角的测量噪声。

2 跟踪方法

由于状态运动方程是非线性连续方程, 测量方程是非线性离散方程, 这里采用 EKF 滤波方法估计低轨星的状态矢量。因此, 需要对状态方程和测量方程分别进行线性化和离散化。限于篇幅, 这里仅对状态预测方程、状态转移矩阵和测量雅可比矩阵进行详细推导, 整个 EKF 算法流程见文献 [7]。

离散化卫星运动微分方程 (1), 得到:

$$X(k+1) - X(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} F(X(t)) dt \quad (11)$$

当时间间隔 $t_{k+1} - t_k = T$ 足够短时, $F(X(t))$ 可以在 t_k 附近展开为 Taylor 级数:

$$F(X(t)) \approx F(X(k)) + A(X(k)) \cdot F(X(k)) \cdot (t - t_k) \quad (12)$$

其中 $A(X(k)) = \left. \frac{\partial F(X(t))}{\partial X} \right|_{t=t_k}$ 为 6×6 的矩阵。将式 (12) 代入式 (11), 则式 (11) 可以表示为:

$$X(k+1) = X(k) + F(X(k)) \cdot T + A(X(k)) \cdot F(X(k)) \cdot \frac{T^2}{2} + W(k) \quad (13)$$

其中 $W(k)$ 表示对非线性状态方程线性化时引入的误差矢量, 大小与 $|X(k) - \hat{X}(k/k)|^2$ 同阶, $E[W(k)W(k)^T] = Q$ 表示状态误差矩阵。根据式 (2) 及矢量微分法则, $A(X(k))$ 可以表示如下:

$$A(X(k)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} \\ \frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \dot{r}} \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3x^2}{r^2} - 1 \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3xy}{r^2} \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3xz}{r^2} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3yx}{r^2} \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3y^2}{r^2} - 1 \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3yz}{r^2} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3zx}{r^2} \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3zy}{r^2} \right) & \frac{\mu}{r^3} \left(\frac{3z^2}{r^2} - 1 \right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 r 、 \dot{r} 和 \ddot{r} 分别表示 J2000.0 惯性系下目标卫星的位置、速度和加速度矢量。

将状态滤波值 $\hat{X}(k/k)$ 分别代入式 (14) 和式 (13), 那么状态预测方程即为:

$$\hat{X}(k+1/k) = \hat{X}(k/k) + F(\hat{X}(k/k)) \cdot T + A(\hat{X}(k/k)) \cdot F(\hat{X}(k/k)) \cdot \frac{T^2}{2} \quad (15)$$

根据状态转移矩阵 $\Phi(t, t_k)$ 的定义^[8], 可以将其在 t_k 附近展开为两阶 Taylor 级数:

$$\Phi(t, t_k) = \Phi(t_k, t_k) + \left. \frac{d\Phi(t, t_k)}{dt} \right|_{t=t_k} \cdot (t - t_k) + \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{d^2\Phi(t, t_k)}{dt^2} \right|_{t=t_k} \cdot (t - t_k)^2 + O((t - t_k)^2) \quad (16)$$

根据状态转移矩阵的性质^[8] 可得:

$$\Phi(t_k, t_k) = I \quad (17)$$

$$\left. \frac{d\Phi(t, t_k)}{dt} \right|_{t=t_k} = A(X(k)) \quad (18)$$

$$\left. \frac{d^2\Phi(t, t_k)}{dt^2} \right|_{t=t_k} = \left. \frac{dA(X(t))\Phi(t, t_k)}{dt} \right|_{t=t_k} = A^2(X(k)) + \dot{A}(X(k)) \quad (19)$$

将式 (17)~(19) 分别代入式 (16), 则式 (16) 可以表示为:

$$\Phi(t, t_k) = I + A(X(k)) \cdot (t - t_k) + \frac{1}{2} \cdot [A^2(X(k)) + \dot{A}(X(k))] \cdot (t - t_k)^2 + O(\Delta t^2) \quad (20)$$

同样地,对连续状态转移矩阵式(20)离散化,则可得到离散化后的状态转移矩阵如下:

$$\Phi(k+1/k) = I + A(\hat{X}(k/k)) \cdot T + [A^2(\hat{X}(k/k)) + \dot{A}(\hat{X}(k/k))] \cdot T^2/2 \quad (21)$$

由于测量方程是非线性离散方程,因此只需对其线性化即可。将测量方程在 $\hat{X}(k+1/k)$ 处展开为 Taylor 级数,这里仅推导测量雅可比矩阵的具体表达式。由于角度测量值是在高轨星轨道坐标系得到的,而状态变量在 J2000.0 惯性系,因此测量雅可比矩阵应该从高轨星轨道坐标系转换到 J2000.0 惯性系,根据矢量微分法可得测量雅可比矩阵表示如下:

$$H(\hat{X}(k+1/k)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_k}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \beta_k}{\partial \mathbf{r}'}_{1 \times 3} \\ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \mathbf{r}'}_{1 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{\rho}} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \mathbf{r}}_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \\ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \boldsymbol{\rho}} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \mathbf{r}}_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \end{bmatrix}_{2 \times 6} \quad (22)$$

根据式(4)~(6)可得:

$$\frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{\rho}} = \begin{bmatrix} \frac{-\rho_y(k)}{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)} & \frac{\rho_x(k)}{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)} & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \boldsymbol{\rho}} = \begin{bmatrix} \frac{-\rho_x(k)\rho_z(k)}{\rho_r^2(k)\sqrt{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)}} & \frac{-\rho_y(k)\rho_z(k)}{\rho_r^2(k)\sqrt{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)}} & \frac{\sqrt{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k)}}{\rho_r^2(k)} \end{bmatrix}_{1 \times 3} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{G}_{3 \times 3}^T \quad (25)$$

其中 $\rho_r(k) = \sqrt{\rho_x^2(k) + \rho_y^2(k) + \rho_z^2(k)}$ 表示低轨星与高轨星质心的距离。

将滤波初值依次代入式(15)、式(21)和式(22),分别计算出状态预测值、状态转移矩阵和测量雅可比矩阵,并将计算结果代入经典 EKF 算法,则可实现跟踪滤波。

3 定轨跟踪仿真

假设高轨星为 A 星,低轨星为 B 星, A 星由测向接收机每隔 $T = 50\text{s}$ 测量 B 星辐射信号得到一个方位角 β_k 和俯仰角 ε_k ,总共观测 400 次(即 $N_s = 400$)。这里特别选择圆轨道卫星(即 $e = 0$)为低轨星。为了保证仿真场景中卫星轨道数据的通用性,本文采用 STK6.0 根据设定的轨道根数仿真产生两颗卫星在 J2000.0 惯性系下的星历数据,并由 Matlab7.0 读取进行仿真。两颗卫星的轨道根数如表 1 所示。

表 1 两颗卫星的轨道根数

Tab. 1 Orbital elements of the two satellites

轨道根数描述	高轨星轨道根数	低轨星轨道根数
半长轴 a (km)	42 000	7 171
偏心率 e	0.1	0
轨道倾角 i (度)	120	30
升交点赤经 Ω (度)	30	75
近地点幅角 ω (度)	45	60
过近地点时刻 τ (s)	0	500

在 STK6.0 中使用卫星的 Access 功能^[9],可以得到高轨 A 星对低轨 B 星的可见时间表,如表 2 所示。由该表可以得出 B 星对 A 星的可见(即地球无遮挡)时间最短时长大于 3 600s,最长时长大于 14 000s,平均可观测时长约 5 000s。因此,若本文算法可在最短可观测时长内收敛,则可不考虑高轨 A 星对低轨 B 星定轨时地球的遮挡效应。

表2 高轨星对低轨星的可见时间表
Tab.2 Access time table from HEO to LEO

Access	Start Time (UTCG)	Stop Time (UTCG)	Duration (s)
1	00: 16: 54.65	02: 38: 00.39	8465.734
2	03: 04: 09.36	04: 09: 38.01	3928.653
3	04: 46: 45.01	05: 47: 50.40	3665.393
4	06: 27: 12.34	07: 27: 41.39	3629.054
5	08: 06: 46.74	09: 08: 27.38	3700.632
6	09: 45: 08.38	10: 50: 38.31	3929.931
7	11: 20: 17.27	15: 20: 03.32	14386.048
8	15: 36: 00.99	16: 47: 30.67	4289.677
9	17: 21: 37.38	18: 24: 12.01	3754.633
10	19: 02: 56.71	20: 03: 09.57	3612.860
11	20: 42: 58.01	21: 43: 21.74	3623.730
12	22: 21: 06.83	23: 26: 06.24	3899.405

由于采用准同步轨道卫星对低轨道卫星进行被动观测,星间距变化范围约从35 200~46 800km,在如此远距离的被动观测中,只有较长时间的星间相对运动才能引起角度的微小变化,因此要求角度测量精度较高。且无线电信号经过如此远距离传输后衰减很大,故接收信号的信噪比较低。为提高接收信号信噪比,可以在高轨星上采用大口径天线以保证跟踪滤波算法收敛所需的测角精度。

首先,测试本文算法在同一测角精度,不同初始状态误差情况下的定轨跟踪性能,并与文献[3]方法进行比较。假定角度测量误差为 $\sigma_{\beta} = \sigma_{\epsilon} = 0.1 \text{ mrad}$,本文算法的三组不同初始状态误差 X_0 分别为 $[100 \ 100 \ 100 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 、 $[200 \ 200 \ 200 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$ 和 $[500 \ 500 \ 500 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ (单位: $r(\text{km})$, $r(\text{km/s})$);文献[3]方法的初始状态误差为 $[100 \ 0.01 \ 5 \ 5 \ 5 \ 0]^T$ (单位:见表1)。此时的跟踪误差曲线如图1所示(本文所指的位置估计误差均是指200次蒙特卡诺仿真的SEP误差)。

由图1可知,本文算法能够适应不同初始状态误差并最终稳定收敛,但随着初始状态误差的增大,滤波收敛所需时间相应增加,而采用文献[3]方法,由于其采用经典轨道根数作为状态变量,对于圆轨道卫星面临奇点问题,虽然初始状态误差并不大,但其滤波性能受到很大影响,滤波收敛所需时间和估计误差与本文方法相比都大大增加。

其次,测试本文算法在同一初始状态误差、不同测角精度下的定轨跟踪性能。假定初始状态误差 X_0 为 $[300 \ 300 \ 300 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$,测角精度分别为 0.1 mrad 、 1 mrad 及其两种不同组合。此时的跟踪误差曲线如图2所示。由图2可知,随着测角精度的降低,滤波收敛所需时间和估计误差都相应增加。当方位、俯仰角测量精度均为 0.1 mrad 时,估计误差约为4km;当方位角测量精度为 1 mrad 时,俯仰角测量精度为 0.1 mrad 时,估计误差约为7km;当方位角测量精度为 0.1 mrad 、俯仰角测量精度为 1 mrad 时,估计误差约为11km;当方位角、俯仰角测量精度均为 1 mrad 时,估计误差约为14km。

在本文的仿真场景中,相邻两次观测的平均方位角变化大小约为 9.8 mrad ,平均俯仰角变化大小约为 0.46 mrad ,若采用与其平均角变化量同一数量级或更低的测角精度进行无源观测,则滤波性能必然受其影响,使得滤波收敛所需时间和估计误差大大增加。且由于方位角的平均变化比俯仰角的平均变化大,所以同样是降低测角精度,但俯仰角测量精度降低对滤波性能的影响远大于方位角,主要体现在滤波收敛所需时间和估计误差都有明显增加。

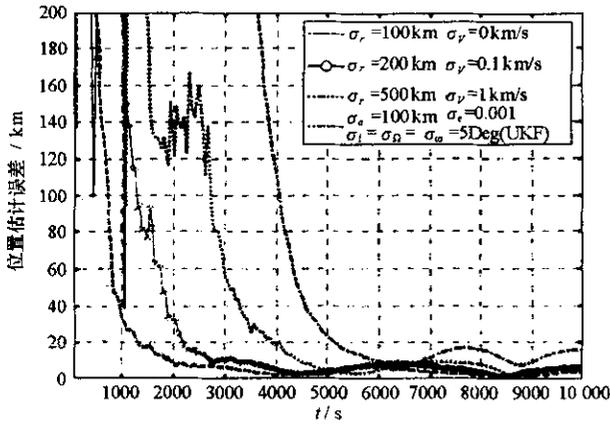


图1 不同初始状态误差下的跟踪误差曲线

Fig.1 Curve with various initial state errors

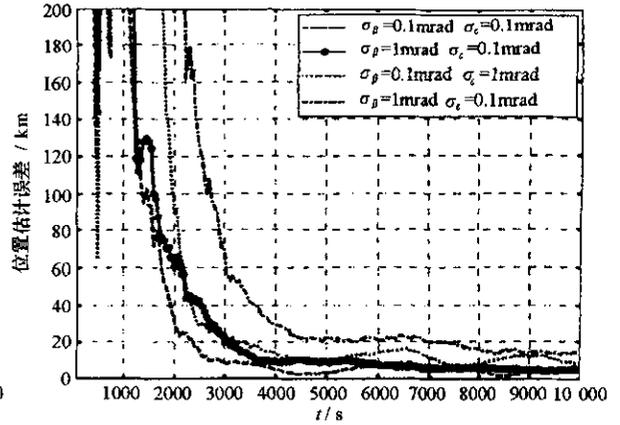


图2 不同测角精度下的跟踪误差曲线

Fig.2 Curve with various angles errors

4 结论

本文提出了一种新的单星对卫星 EKF 仅测角被动定轨跟踪方法,由于采用 J2000.0 惯性系下的位置、速度矢量作为状态变量,从而避免了圆轨道目标时的奇点问题,另外对测量方程中的变量及其坐标转换赋予了明确的物理含义,并详细推导了 EKF 滤波中的状态预测方程、状态转移矩阵和测量雅可比矩阵。仿真结果表明:本文算法实现了单颗高轨卫星通过仅测角对圆轨道低轨卫星的被动定轨和跟踪,当测角精度优于平均角变化量时,滤波收敛所需时间及估计误差都大大减小,且本文算法对滤波初始误差也有较好的适应性,表明本文方法对未来采用卫星对卫星进行被动定轨跟踪具有一定的指导性意义。

参考文献:

- [1] 刘利生,吴斌,杨萍. 航天器精确定轨与自校准技术[M]. 北京:国防工业出版社,2005.
- [2] 刘艳芳,洪炳熔. 单站观测卫星初轨计算中的初值方法[J]. 中国空间科学技术,1999(12):58-65.
- [3] 郭福成,樊昀. 空间信息对抗中的单星对卫星无源定位跟踪方法[J]. 宇航学报,2005,26(2):196-200.
- [4] Hammel S E, Aidala V J. Observability Requirements for Three-dimensional Tracking Via Angle Measurement[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems,1985,21(2):200-207.
- [5] Jauffret G, Pillon D. Observability in Passive Target Motion Analysis[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems,1996,32(4):1290-1300.
- [6] 冯道旺,李宗华,周一宇,等. 一种单站无源定位方法及其可观测性分析[J]. 国防科技大学学报,2004,26(1):68-71.
- [7] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation[M]. New York:Wiley,2001:267-279.
- [8] Kay S. Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume I: Estimation Theory[M]. Pearson Education, Inc.,1993.
- [9] 杨颖,王琦. STK 在计算机仿真中的应用[M]. 北京:国防工业出版社,2005.

