

基于平方根 UKF 的自由段目标跟踪算法*

谢 恺^{1,2},周一宇²,薛模根¹,韩裕生¹

(1. 炮兵学院 军用光电工程教研室,安徽 合肥 230031;

2. 国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要 建立天基红外低轨星座对自由段目标的观测模型,引入精确的目标运动模型。考虑到算法的数值稳定性,引入平方根 UKF 算法。理论分析与实验结果表明,平方根 UKF 算法能够对天基红外低轨星座中自由段目标进行有效跟踪。

关键词 天基红外;状态估计;UKF;平方根

中图分类号 :TN96 **文献标识码** :B

Ballistic Target Tracking Based on the Square Root Unscented Kalman Filter

XIE Kai^{1,2},ZHOU Yi-yu²,XUE Mo-gen¹,HAN Yu-sheng¹

(1. Military Photoelectricity Engineering T&R Section, Artillery Academy of PLA, Hefei 230031, China;

2. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract The measurement model of tracking a ballistic target of coast phase in the LEO space-based infrared constellation was constructed. A suitable accurate target motion model was developed. Considering the robustness of the nonlinear filter, a square root version of the UKF was included. It was corroborated in the theoretical analysis. The simulation shows that the square root UKF (SRUKF) has good performance when tracking a ballistic target in the LEO space-based infrared constellation.

Key words SBIR; state estimation; UKF; square root

对弹道导弹目标的监视是导弹防御中不可缺少的环节^[1-3]。天基红外低轨星座最重要的预警任务之一是快速、高精度、高效率地对自由段目标进行跟踪^[1]。该任务本质上是一个非线性状态估计问题。由于非线性问题的复杂性,非线性估计难度较大^[4]。

自由段弹道估计的经典非线性方法是 EKF^[4]。在非线性和较强的情况下,该方法的估计性能较差。20 世纪 90 年代中期以来,UKF 等基于采样的非线性估计算法在弹道估计领域受到了较多关注^[5-6]。

在数值计算中往往存在着舍入误差等问题,有时会得到负定的协方差矩阵,从而导致 UKF 滤波器无法正常工作。利用平方根滤波能够克服发散的思想,平方根 UKF(SRUKF)^[7]可以确保协方差矩阵的非负定性。本文将使用 SRUKF 进行天基红外低轨星座中的自由段目标跟踪。

1 模型的建立

导弹离开大气层、发动机关机以后,进入了自由飞行段。此时,推力和大气阻力都可以忽略,导弹弹头的运动仅受到重力的影响。各种不同的重力模型会得到不同的弹道导弹运动模型。在地心惯性坐标系 ECI 下,目标的运动状态可以用一个 6 维向量来描述。

假设目标的状态矢量为 $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$,考虑到地球椭球模型引起的 J_2 摄动,可以得到高精度的弹道导弹自由段运动模型^[8]:

* 收稿日期 2006-10-10

作者简介:谢恺(1980—),男,博士后。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -\frac{\mu}{p^3} \left\{ 1 + \frac{c_e}{p^2} \left[1 - 5 \left(\frac{x_3}{p} \right)^2 \right] \right\} x_1 \\ -\frac{\mu}{p^3} \left\{ 1 + \frac{c_e}{p^2} \left[1 - 5 \left(\frac{x_3}{p} \right)^2 \right] \right\} x_2 \\ -\frac{\mu}{p^3} \left\{ 1 + \frac{c_e}{p^2} \left[3 - 5 \left(\frac{x_3}{p} \right)^2 \right] \right\} x_3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \dot{X} = f(X) \quad (1)$$

其中 $c_e = 3J_2 r_e^2 / 2$ $p = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ J_2 为摄动系数 r_e 为地球半径 x_1, x_2, x_3 为目标在 ECI 坐标系中的位置参数 x_4, x_5, x_6 为目标在 ECI 坐标系中的速度参数。

天基红外低轨星座使用低轨卫星上携带的红外成像传感器得到空间目标在像平面的位置,进而得到卫星到目标的视线方向,以实现目标的定位和跟踪^[1]。

假设在地心惯性坐标系中,某颗观测目标的天基红外低轨卫星的状态矢量(位置、速度)为 $S_i = [x_{2i} \ x_{3i} \ x_{4i} \ x_{5i} \ x_{6i}]^T$ 。

如图 1 所示,定义星体坐标系以卫星中心为原点,以卫星飞行速度方向为 X_s 轴,以卫星到地心连线为 Z_s 轴。星体坐标系的 Y_s 轴与 X_s 轴、 Z_s 轴形成右手系。根据文献[2]中所描述的 STSS 跟踪传感器模型,在星体坐标系中,得到的目标方位角为 a_i ,俯仰角为 e_i 。

根据目标和卫星在地心惯性坐标系中的状态矢量,定义星体坐标系 X_s 轴矢量 $S_i X_s$ 、星体坐标系 Z_s 轴矢量 $S_i Z_s$ 和卫星目标连线矢量 $S_i X$,可以得到一种简便的测量表示形式:

$$\begin{cases} e_i = a \sin \left(\frac{S_i X_s \cdot S_i X}{\|S_i X_s\| \times \|S_i X\|} \right) + de \\ a_i = a \cos \left(\frac{S_i Z_s \cdot S_i X}{\|S_i Z_s\| \times \|S_i X\| \times \cos e_i} \right) + da \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)简写为如下形式

$$z_i = \begin{bmatrix} a_i \\ e_i \end{bmatrix} = h(X, S_i) + V \quad (3)$$

其中 a_i 和 e_i 分别表示测量得到的方位角和俯仰角 z_i 为观测矢量 da 和 de 是传感器的测量噪声; V 为噪声矢量,它是零均值高斯随机过程。假设只存在像平面分辨率的影响,可以得到测角量误差的协方差矩阵^[9]

$$R_i = E \left\{ \begin{bmatrix} da \\ de \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da & de \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 / \cos^2 e_i & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 / \cos^2 e_i & 0 \\ 0 & \sigma_{LOS}^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 σ_{LOS} 为视线测量误差,它与跟踪传感器焦平面阵列的像元尺寸成正比^[9]。

2 平方根 UKF 方法

在实际应用中,UKF 滤波算法的稳定性和一致性是一个非常重要的方面。由于在数值计算中往往存在着舍入误差等因素,有时会得到负定的协方差矩阵,从而导致 UKF 滤波器无法工作^[7]。利用协方差平方根代替协方差参加递推运算,可以保证滤波算法的数值稳定性。

假设加性高斯非线性系统的过程噪声和观测噪声方差分别为 Q, R ,可以得到平方根 UKF 的算法流程如下^[7]:

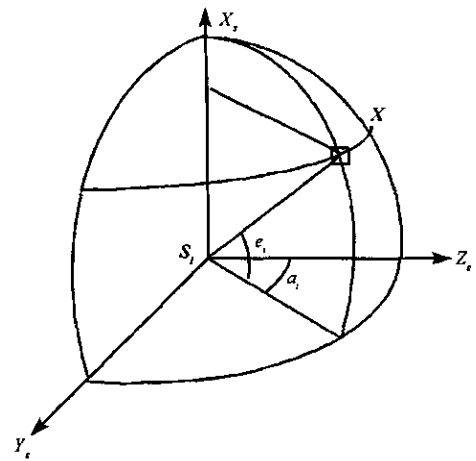


图 1 星体坐标系中的观测量

Fig.1 Measurements in the satellite coordinate

(1) 初始化

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0), \quad \mathbf{S}_0 = \text{chol}\{E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]\} \quad (5)$$

对于 $k \in \{1, 2, \dots, \infty\}$

(2) 计算样点

$$\mathcal{X}_{k-1} = [\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \pm \sqrt{(L + \lambda)\mathbf{S}_k}] \quad (6)$$

(3) 时间更新

$$\mathcal{X}_{k|k-1} = \mathbf{f}(\mathcal{X}_{k-1}) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i|k|k-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{S}_k^- = \text{qr}([\sqrt{W_0^{(c)}}(\mathcal{X}_{0|k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad \dots \quad \sqrt{W_{2L}^{(c)}}(\mathcal{X}_{2L|k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^-) \sqrt{\mathbf{Q}}]^T) \quad (9)$$

(4) 测量更新

$$\mathcal{Y}_{k|k-1} = \mathbf{h}(\mathcal{X}_{k|k-1}) \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathcal{Y}_{i|k|k-1} \quad (11)$$

$$\mathbf{S}_{\hat{\mathbf{y}}_k} = \text{qr}([\sqrt{W_0^{(c)}}(\mathcal{Y}_{0|k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad \dots \quad \sqrt{W_{2L}^{(c)}}(\mathcal{Y}_{2L|k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad \sqrt{\mathbf{R}}]^T) \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{x|y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i|k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^- \mathbf{I} \quad \mathcal{Y}_{i|k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-]^T \quad (13)$$

$$\mathcal{K}_k = \mathbf{P}_{x|y_k} (\mathbf{S}_{\hat{\mathbf{y}}_k} \mathbf{S}_{\hat{\mathbf{y}}_k}^T)^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathcal{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_k = \mathcal{K}_k \mathbf{S}_{\hat{\mathbf{y}}_k} \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_k = \text{cholupdate}(\mathbf{S}_k^-, \mathbf{U}_k, -1) \quad (17)$$

其中 chol 表示 Cholesky 分解函数, qr 表示 QR 分解函数, cholupdate 表示 Cholesky 分解的更新函数^[7]。

3 仿真实验

天基红外低轨星座使用 Walker 星座中的两颗卫星对目标进行立体观测。本文假设星座的 Walker 参数为 $36/9/1/1237.5/77.5^{[10]}$, 使用第 5 轨道面的第 4 颗卫星和第 6 轨道面的第 4 颗卫星对目标进行立体观测。目标发射点为 $(E125.91^\circ, N39.40^\circ)$, 落点为 $(E139.65^\circ, N37.47^\circ)$, 目标远地点高度为 1100km, 发射 120s 后进入自由段。传感器观测间隔为 1s, 设置两颗卫星的观测时刻间隔 0.5s。视线测量误差 δ_{LOS} 为 $100\mu\text{rad}$ 。

对 SRUKF 和 EKF 滤波算法分别进行 50 次 Monte Carlo 仿真。对目标的位置估计误差和速度估计误差如图 2 所示。

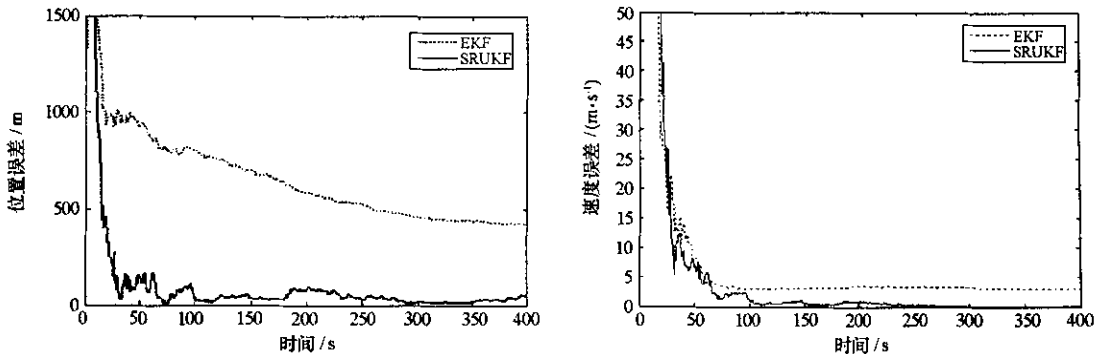


图 2 各算法的估计误差

Fig. 2 Estimation error of each algorithm

由图2可以看出,SR-UKF比EKF具有更高数量级的运算精度。SRUKF收敛速度快、状态估计精度高,大约30s就可以收敛到位置估计精度20~30m,速度估计精度在1m/s以下。而EKF性能较差,位置估计精度始终在400m以上,速度估计精度始终为4m/s以上。

4 结束语

本文建立了天基红外低轨星座对自由段目标的观测模型,提出了基于平方根UKF非线性滤波的天基红外低轨星座对自由段目标的估计方法。该方法无须计算Jacobian矩阵,具有良好的数值稳定性,估计精度较高,能够有效进行天基红外低轨星座中自由段目标的跟踪。

本文使用平方根UKF算法进行了天基红外低轨星座中自由段目标的跟踪,更新型的非线性估计算法对自由段目标的跟踪有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Morgan B L. Exploratory Model Analysis of the Space Based Infrared System(SBIRS) Low Global Scheduler Problem[J]. ADA309027, Dec. 1999.
- [2] Raytheon STSS Block 06 Sensor Payload[EB/OL]. www.raytheonmissiledefense.com, Raytheon Company 2003.
- [3] 刘永祥,黎湘,庄钊文. 导弹防御系统中的雷达目标识别研究[J]. 国防科技大学学报 2004 26(4) 6-9.
- [4] Daum F E. Nonlinear Filters: Beyond the Kalman Filter[J]. IEEE AES Systems Magazine 2005 20(8) 57-69.
- [5] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation[C]//Proc. IEEE 2004 92(3) 401-422.
- [6] Van Zandt J R. Boost Phase Tracking with an Unscented Filter[C]//Proc. of the SPIE. 2002 4728 263-274.
- [7] Merwe R, Wan E. The Square-root Unscented Kalman Filter for State and Parameter-estimation[C]//Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing(ICASSP) 2001, 6 3461-3464.
- [8] Li X R, Jilkov P. A Survey of Maneuvering Target Tracking-Part II Ballistic Target Models[C]//Proc. of the SPIE 2001, 4473:559-581.
- [9] Danis N J. Space-based Tactical Ballistic Missile Launch Parameter Estimation[J]. IEEE Trans. AES, 1993 29(2):412-424.
- [10] 谢恺. 天基红外低轨星座对目标的定位与跟踪[D]. 长沙:国防科技大学 2006.

(上接第96页)

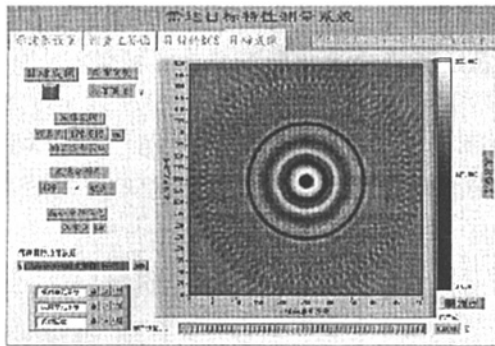


图5 金属球成像结果

Fig.5 Imaging result of a metal ball

参考文献:

- [1] 庄钊文,袁乃昌. 雷达散射截面测量[M]. 长沙:国防科技大学出版社 2000.
- [2] 肖怀铁,郭修煌. 基于USB接口的毫米波宽带RCS自动测量[J]. 国防科技大学学报 2006 28(1).
- [3] 张士选,郑会利,等. 天线/RCS近场测量系统研究[J]. 电波科学学报,1999,14(1).
- [4] Krug F, Russer P. The Time-domain Electromagnetic Interference Measurement System[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2003 45(2).
- [5] Harrington R F. Time-harmonic Electro-magnetic Fields[M]. John Wiley & Sons, 2001.
- [6] 张伟军,梁步阁,等. 基于虚拟仪器技术的微波自动测量系统设计[J]. 国防科技大学学报 2005 27(3).
- [7] Tektronix Inc. Tektronix CSA/TDS 8000B Programmer Guide[Z]. 2002.

