

文章编号: 1001- 2486(2007) 03- 0039- 06

# 联合空时抗干扰天线阵的快速实现方法\*

李双勋, 程 翥, 薛鸿印, 皇甫堪

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 联合空时抗干扰方法, 性能优于单纯的空域或单纯的时域抗干扰, 但是由于其计算复杂度大, 实际应用受到一定限制。针对这一矛盾, 在 MSNWF 基础上, 通过分析抗干扰天线阵观测信号协方差矩阵的 Toeplitz 特性, 构造高维 Toeplitz 矩阵, 利用 FFT 技术, 提出一种联合空时抗干扰天线阵的快速实现方法。计算量的比较结果表明该方法可以大大降低 STAP 的计算量, 使得联合空时抗干扰技术的实际应用变得更容易。

**关键词:** 多级嵌套维纳滤波; 抗干扰; Toeplitz; 空时自适应处理

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A

## A Fast Implementation for Joint Space-time Anti-jamming Antenna Array

LI Shuang-xun, CHENG Zhu, XUE Hong-yin, HUANGFU Kan

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Joint Space-time Anti-jamming technique has better performance than both space domain processing and time domain processing, but its implementation is difficult due to its computational complexity. With the toeplitz feature of the observation covariance matrix, the covariance matrix to a big toeplitz matrix can be expanded. Based on the new toeplitz matrix and the FFT technique, a fast implementation approach of MSNWF was proposed for joint space-time processing. The comparison result of computation consumption shows that the new approach is efficient, making it easier for the application of joint space-time anti-jamming technique.

**Key words:** MSNWF; anti-jamming; toeplitz; STAP

联合空时抗干扰技术在不增加阵元的情况下, 可以提高阵的自由度<sup>[1]</sup>, 在各个领域应用前景广阔<sup>[2]</sup>。但是由于该方法在求解滤波器系数过程中需要计算观测信号协方差矩阵的逆, 因此当维数较高的时候计算量大, 导致该技术的实际应用受到限制。MSNWF(multi-stage nested wiener filter)<sup>[3]</sup>方法不用计算特征向量, 因而带来了计算的方便。MSNWF 收敛速度快(与 RLS 相当)、计算量小, 能够快速地适应时变的场景<sup>[4]</sup>。目前比较常用的实现方法是基于 Lanczos 算法的 MSNWF 方法<sup>[5]</sup>。而 Guido Dietl 等人针对 EDGE(enhanced data rate for GSM evolution)系统提出一种基于共轭梯度(CG)的 MSNWF 实现方法<sup>[6]</sup>, 并且从理论上证明了基于 Lanczos 的 MSNWF 与基于 CG 的 MSNWF 是完全等价的。这个结论带来的好处是不仅实现起来简单明了, 而且在求解滤波器系数的过程中可以避免开方运算(即求矢量的范数)。通过研究我们还发现, 无论是基于 Lanczos 的 MSNWF 还是基于 CG 的 MSNWF, 在迭代运算过程中计算主要集中在求观测信号的协方差矩阵与矢量的乘积上。针对这一问题, 本文通过分析观测信号协方差矩阵的 Toeplitz 特性, 构造高维 Toeplitz 矩阵, 利用 Toeplitz 矩阵矢量相乘与卷积计算的关系, 提出一种基于 Toeplitz 性质的矩阵矢量相乘的快速实现方法, 进而把该方法应用于基于 CG 的 MSNWF 上, 从而得到一种大大降低联合空时抗干扰天线阵计算复杂度的新的实现方法, 这使得联合空时抗干扰技术的实际应用变得更容易。

\* 收稿日期: 2006- 09- 14

基金项目: 国家部委资助项目(41901140401)

作者简介: 李双勋(1979-), 男, 博士生。

## 1 信号模型

设天线阵列共有  $M$  个阵元, 各阵元以间距  $\Delta$  排成线阵。假设空间中有同中心频率、均值为零的  $K$  个互不相关的平稳高斯随机源信号  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)$  作用于该天线阵, 入射角分别为  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 。各阵元噪声均为均值为零, 功率为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。源信号与噪声互不相关, 不同阵元的噪声互不相关。取第一个阵元为参考阵元, 阵元间距为  $\Delta$ , 则第  $i$  个阵元与参考阵元间距为  $(i-1)\Delta$ 。如果令源信号的波长为  $\lambda$ , 第  $i$  个阵元的加性噪声为  $n_i(t)$ , 则第  $i$  个阵元的接收信号为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \exp[-j\pi(i-1)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k] + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

由于  $s_k(t)$  是零均值的高斯平稳随机信号, 因此  $x_i(t)$  亦为高斯平稳随机信号。如果用  $R^{(i,j)}(t_1, t_2)$  表示第  $i$  个阵元  $t_1$  时刻的观测信号与第  $j$  个阵元  $t_2$  时刻观测信号的互相关函数, 我们可以得到结论: 均匀线阵的接收信号是空间平稳的。

$$E\{x_i(t)\} = E\left\{\sum_{k=1}^K s_k(t) \exp[-j\pi(i-1)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k] + n_i(t)\right\} = 0 \quad (2)$$

$$E\{s_k(t_1) s_k^*(t_2)\} = R_k(t_1, t_2) = R_k(t_1 - t_2) \quad (3)$$

$$E\{n_i(t_1) n_j^*(t_2)\} = \sigma^2 \delta_{(i-j)} \delta(t_1 - t_2) \quad (4)$$

$$R^{(i,j)}(t_1, t_2) = E\{x_i(t_1) x_j^*(t_2)\}$$

$$= E\left\{\left\{\sum_{k=1}^K s_k(t_1) \exp[-j\pi(i-1)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k] + n_i(t_1)\right\} \left\{\sum_{k=1}^K s_k^*(t_2) \exp[j\pi(j-1)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k] + n_j^*(t_2)\right\}\right\}$$

$$= \sum_{k=1}^K E\{s_k(t_1) s_k^*(t_2)\} \exp[-j\pi(i-j)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k] + E\{n_i(t_1) n_j^*(t_2)\}$$

$$= \left\{\sum_{k=1}^K R_k(t_1 - t_2) \exp[-j\pi(i-j)(\Delta/\lambda)\sin\theta_k]\right\} + \sigma^2 \delta_{(i-j)} \delta(t_1 - t_2)$$

$$= R^{(i,j)}(t_1 - t_2) = R^{(i-j)}(t_1 - t_2) \quad (5)$$

$$R^{(i+p, j+p)}(t_1, t_2) = R^{(i-j)}(t_1 - t_2) = R^{(i,j)}(t_1, t_2) \quad (6)$$

其中  $p$  为整数。由此可见, 均匀线阵的接收信号是空间平稳的。

同样原理, 我们把一维线阵推广到二维阵列。在二维阵列平面内任取四点阵元  $i, j, l, p$ , 如果阵元  $i, j$  的连线与阵元  $l, p$  的连线平行且相等, 则同样可以得到  $R^{(i,j)}(t_1, t_2) = R^{(i-j)}(t_1 - t_2) = R^{(l,p)}(t_1, t_2) = R^{(l,p)}(t_1 - t_2)$ , 由此可知二维阵列中具有相同几何结构的阵元之间亦存在空间平稳特性。

## 2 联合空时信号协方差矩阵特点

假定阵列的阵元数为  $M$ , 每个阵元时间延迟单元数为  $P$ ,  $L$  为处理数据长度, 则空时二维观测矢量可以表示为:  $\mathbf{x}^T(n) = (x_1^T \quad x_2^T \quad \dots \quad x_M^T)$ ,  $n \in \{P, P+1, \dots, L\}$ , 其中  $x_i^T = (x_i(n) \quad x_i(n-1) \quad \dots \quad x_i(n-P+1))$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ , 则应用结论式(5), 把  $\mathbf{x}(n)$  带入观测矢量的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{xx} = E(\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H)$ , 我们得到

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(1,1)} & \mathbf{R}^{(1,2)} & \dots & \mathbf{R}^{(1,M)} \\ \mathbf{R}^{(2,1)} & \mathbf{R}^{(2,2)} & \dots & \mathbf{R}^{(2,M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}^{(M,1)} & \mathbf{R}^{(M,2)} & \dots & \mathbf{R}^{(M,M)} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}^{(i,j)} &= \begin{bmatrix} R_{x_{ij}}(0) & R_{x_{ij}}(-1) & \dots & R_{x_{ij}}(-(P-1)) \\ R_{x_{ij}}(1) & R_{x_{ij}}(0) & \dots & R_{x_{ij}}(-(P-2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{x_{ij}}(P-1) & R_{x_{ij}}(P-2) & \dots & R_{x_{ij}}(0) \end{bmatrix}, \quad i, j \in \{1, \dots, M\} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

容易证明矩阵  $\mathbf{R}^{(i,j)}$  是 Toeplitz 矩阵。因此, 观测信号的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{xx}$  是分块矩阵, 且每个块为 Toeplitz 矩阵。当天线阵为均匀线阵的时候, 利用式(6), 我们可以得到: 观测信号的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{xx}$  不仅是分块 Toeplitz 矩阵, 而且  $\mathbf{R}^{(i,j)}$  (块与块) 之间构成 Toeplitz 关系, 这里我们称之为块 Toeplitz 的分块 Toeplitz 矩阵。

在  $M$  元均匀线阵的基础上, 我们取  $M$  个  $M$  元均匀线阵, 构成一个  $M \times M$  的均匀方阵, 则可以得到均匀方阵条件下, 观测信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}^{1,1} & \mathcal{R}^{1,2} & \dots & \mathcal{R}^{1,M} \\ \mathcal{R}^{2,1} & \mathcal{R}^{2,2} & \dots & \mathcal{R}^{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{R}^{M,1} & \mathcal{R}^{M,2} & \dots & \mathcal{R}^{M,M} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{R}^{i,j} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{((i-1)M+1, (j-1)M+1)} & \mathbf{R}^{((i-1)M+1, (j-1)M+2)} & \dots & \mathbf{R}^{((i-1)M+1, (j-1)M+M)} \\ \mathbf{R}^{((i-1)M+2, (j-1)M+1)} & \mathbf{R}^{((i-1)M+2, (j-1)M+2)} & \dots & \mathbf{R}^{((i-1)M+2, (j-1)M+M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}^{((i-1)M+M, (j-1)M+1)} & \mathbf{R}^{((i-1)M+M, (j-1)M+2)} & \dots & \mathbf{R}^{((i-1)M+M, (j-1)M+M)} \end{bmatrix}, \quad i, j \in \{1, \dots, M\}$$

(8)

式(8)中, 对角线矩阵分别为这  $M$  个均匀线阵内部阵元之间观测信号协方差矩阵, 其他位置元素分别为这  $M$  个均匀线阵之间各阵元观测信号的协方差矩阵。前面由于有式(6)的推导, 因而这里通过类似的推导, 可以得到  $\mathcal{R}^{i,j} = \mathcal{R}^{i+p, j+p}$ ,  $i, j \in \{1, \dots, M\}$ ,  $p \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ 。因而, 均匀方阵的协方差矩阵同样是  $\mathcal{R}^{i,j}$  (块与块) 之间构成 Toeplitz 关系。由于其中每一块矩阵  $\mathcal{R}^{i,j}$  亦为块 Toeplitz 的分块 Toeplitz 矩阵, 因而, 这里称均匀方阵的协方差矩阵为 Toeplitz 块的块 Toeplitz 的分块 Toeplitz 矩阵。

### 3 Toeplitz 矩阵矢量相乘与卷积计算关系

通过应用 Toeplitz 矩阵的性质, 能够把 FFT 技术引入到观测信号协方差矩阵与矢量乘法计算当中。为此, 我们首先给出这样一个结论, 即 Toeplitz 矩阵与矢量相乘可以通过卷积计算得到。

设有一 Toeplitz 矩阵, 表达式为

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N) \\ R(-1) & R(0) & \dots & R(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(-N) & R(-(N-1)) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

如果  $\mathbf{R}_x \mathbf{w} = \xi$  则有

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w} = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N) \\ R(-1) & R(0) & \dots & R(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(-N) & R(-(N-1)) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_N \end{bmatrix} = \xi \quad (10)$$

如果把 Toeplitz 矩阵  $\mathbf{R}_x$  中的所有元素按照顺序横向排列, 我们可以得到一个序列  $R(i)$ :  $(R(-N) \ R(-(N-1)) \ \dots \ R(-1) \ R(0) \ R(1) \ \dots \ R(N-1) \ R(N))$ 。同样把矢量  $\mathbf{w}$  的每个元素按照顺序排列, 得到一个序列  $W(i)$ :  $(w_0 \ w_1 \ \dots \ w_N)$ , 其中,  $W(i) = w_i$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, N\}$ 。观察发现, 矩阵  $\mathbf{R}_x$  与矢量  $\mathbf{w}$  相乘的结果  $\xi$  的每个元素恰好为序列  $R(i)$  与序列  $W(i)$  移位相乘求和(即卷积)的结果, 如图 1 所示。这种有趣的结果让我们发现, 原来具有 Toeplitz 结构的矩阵  $\mathbf{R}_x$  与矢量  $\mathbf{w}$  相乘的结果恰好是两个序列  $R(i)$  与  $W(i)$  的卷积。这个结论带来的好处是矩阵  $\mathbf{R}_x$  与矢量  $\mathbf{w}$  相乘的计算量可以大大降低, 尤其是矩阵维数越大, 优势越明显。因为对于卷积运算, 我们可以应用 FFT 快速实现, 这也就是说计算  $\xi$  原来需要  $(N+1)^2$  次的乘法可以降低为  $2(N+1)\{3\log_2[4(N+1)]+2\}$  次。

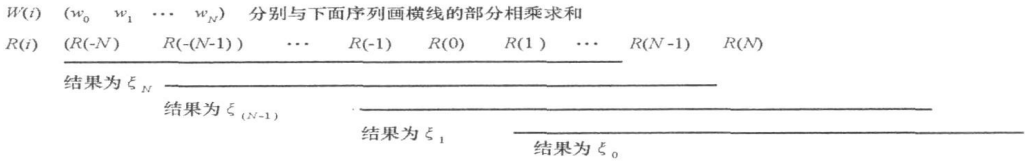


图1 序列卷积示意图

Fig. 1 The diagram of sequence convolution

## 4 不同阵列条件下的矩阵矢量乘法加速

Toeplitz 矩阵与矢量乘法的计算可以应用 FFT 技术, 那么具有分块 Toeplitz 特性的矩阵与矢量相乘也可以应用 FFT 得到加速。由于天线阵列不同, 应用的方法也有一定的差异, 因此下面分别介绍三种条件下的应用方法: 一般阵列条件; 均匀线阵条件; 均匀方阵条件。

### 4.1 一般阵列条件下的加速

前面得到空时处理的观测信号的协方差矩阵( $MP \times MP$  维)为式(7), 其中  $R^{(i,j)}$  为  $P \times P$  维 Toeplitz 矩阵。假设与矩阵  $R_{xx}$  相乘的矢量( $MP \times 1$  维)为  $W = [w_1^T \ w_2^T \ \dots \ w_M^T]^T$ , 其中  $w_j^T = [w_{j,1} \ w_{j,2} \ \dots \ w_{j,p}]$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。计算  $R_{xx}W = Q$ , 乘积矢量  $Q = [Q_1^T \ Q_2^T \ \dots \ Q_M^T]^T$ , 其中  $Q_i^T = [q_{i,1} \ q_{i,2} \ \dots \ q_{i,p}]$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。则

$$R_{xx}W = \begin{bmatrix} R^{(1,1)} & R^{(1,2)} & \dots & R^{(1,M)} \\ R^{(2,1)} & R^{(2,2)} & \dots & R^{(2,M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R^{(M,1)} & R^{(M,2)} & \dots & R^{(M,M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{(1,1)}w_1 + R^{(1,2)}w_2 + \dots + R^{(1,M)}w_M \\ R^{(2,1)}w_1 + R^{(2,2)}w_2 + \dots + R^{(2,M)}w_M \\ \vdots \\ R^{(M,1)}w_1 + R^{(M,2)}w_2 + \dots + R^{(M,M)}w_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_M \end{bmatrix} \quad (11)$$

由此可知

$$Q_i = R^{(i,1)}w_1 + R^{(i,2)}w_2 + \dots + R^{(i,M)}w_M = \sum_{j=1}^M R^{(i,j)}w_j \quad (12)$$

由于  $R^{(i,j)}$  具有 Toeplitz 特性, 式(12)的计算实际上是完成  $M$  个卷积的计算。它可以利用 FFT 方法来实现。因而, 易知直接计算  $R_{xx}W$  需要乘法次数为  $(MP)^2$ , 利用 FFT 计算需要的乘法次数为  $2M^2P(3\log_2 4P + 2)$ 。表 1 给出了 7 元阵条件下新方法与原方法在不同延时数条件(高维条件)下乘法计算量的比较, 其中  $D$  为循环迭代次数,  $D = 15$ 。

表 1 一般阵列条件下高维处理迭代过程乘法计算量比较

Tab. 1 Computation consumption comparison under condition of general array

	$P = 64$	$P = 128$	$P = 256$	$P = 512$	开方运算
已有方法	3 044 325	12 109 605	48 303 525	192 944 805	$D$
新方法	2 479 725	5 523 885	12 176 685	26 611 245	0

### 4.2 均匀线阵条件下的加速

在均匀线阵条件下, 由于信号协方差矩阵是块 Toeplitz 的分块 Toeplitz 矩阵, 因而这里我们考虑充分利用 Toeplitz 特性来进一步加快速度。在这里可以做如下三步处理:

第一步, 在信号协方差矩阵(7)式的基础上构造一个  $2MP \times 2MP$  维的 Toeplitz 矩阵, 则得到构造的新矩阵为

$$\tilde{R}_{xx} = \begin{bmatrix} R^{(1,1)} & * & R^{(1,2)} & * & \dots & R^{(1,M)} & * \\ * & R^{(1,1)} & * & R^{(1,2)} & \dots & * & R^{(1,M)} \\ R^{(2,1)} & * & R^{(2,2)} & * & \dots & R^{(2,M)} & * \\ * & R^{(2,1)} & * & R^{(2,2)} & \dots & * & R^{(2,M)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R^{(M,1)} & * & R^{(M,2)} & * & \dots & R^{(M,M)} & * \\ * & R^{(M,1)} & * & R^{(M,2)} & \dots & * & R^{(M,M)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  中的\* 是一种新填充的 Toeplitz 矩阵, 它的作用是使得变换后的矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  整体是一个 Toeplitz 矩阵。矩阵\* 的构造需要满足两个条件: (1) 对角线元素为任意常量(例如实数 0); (2) 其他元素取值, 与相邻的左上角元素(或者右下角元素)相等(这样可以保证矩阵整体具有 Toeplitz 结构)。实际上, 从后面的推导我们知道矩阵\* 总的构造原则是能够保证矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  整体是一个 Toeplitz 矩阵即可, 它的取值对于实际的矩阵矢量乘积结果没有任何影响。

第二步, 把与矩阵相乘的矢量  $\mathbf{w}$  按照顺序分组、补零。假如分组后的矢量为  $\mathbf{w}^T = [\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{w}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{w}_M^T]$ , 则分组补 0 后的矢量变为  $\bar{\mathbf{W}}^T = [\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{0}^T \quad \mathbf{w}_2^T \quad \mathbf{0}^T \quad \dots \quad \mathbf{w}_M^T \quad \mathbf{0}^T]$ , 其中  $\mathbf{0}^T$  是元素为 0 的  $P$  维矢量。

第三步, 利用 FFT 技术, 求 Toeplitz 矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  与矢量  $\bar{\mathbf{W}}$  的乘积, 即

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx} \bar{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(1,1)} & * & \mathbf{R}^{(1,2)} & * & \dots & \mathbf{R}^{(1,M)} & * \\ * & \mathbf{R}^{(1,1)} & * & \mathbf{R}^{(1,2)} & \dots & * & \mathbf{R}^{(1,M)} \\ \mathbf{R}^{(2,1)} & * & \mathbf{R}^{(2,2)} & * & \dots & \mathbf{R}^{(2,M)} & * \\ * & \mathbf{R}^{(2,1)} & * & \mathbf{R}^{(2,2)} & \dots & * & \mathbf{R}^{(2,M)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}^{(M,1)} & * & \mathbf{R}^{(M,2)} & * & \dots & \mathbf{R}^{(M,M)} & * \\ * & \mathbf{R}^{(M,1)} & * & \mathbf{R}^{(M,2)} & \dots & * & \mathbf{R}^{(M,M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{w}_M \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(1,j)} \mathbf{w}_j \\ * \\ \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(2,j)} \mathbf{w}_j \\ * \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(M,j)} \mathbf{w}_j \\ * \end{bmatrix} \quad (14)$$

从而可以得到信号协方差矩阵与矢量相乘的结果, 即

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} = \left[ \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(1,j)} \mathbf{w}_j \quad \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(2,j)} \mathbf{w}_j \quad \dots \quad \sum_{j=1}^M \mathbf{R}^{(M,j)} \mathbf{w}_j \right]^T \quad (15)$$

比较发现, 在均匀线阵条件下, 信号协方差矩阵与矢量相乘的乘法计算量可以从  $(MP)^2$  进一步降低为  $4MP(3\log_2 8MP + 2)$ 。表 2 给出了 16 元均匀线阵条件下新方法与原方法在不同时延数条件(高维条件)下乘法计算量的比较, 其中  $D$  为循环迭代次数,  $D = 15$ 。

表 2 均匀线阵条件下高维处理迭代过程乘法计算量比较

Tab. 2 Computation consumption comparison under condition of uniform linear array

	$P = 16$	$P = 32$	$P = 64$	$P = 128$	开方运算
已有方法	1 002 405	3 970 725	15 805 605	63 068 325	$D$
新方法	556 845	1 205 805	2 595 885	5 560 365	0

### 4.3 均匀方阵条件下的加速

均匀方阵条件下, 矩阵矢量乘法的加速过程类似于均匀线阵条件下的情况。这里为了讨论方便, 我们讨论的对象是一个  $M \times M$  均匀方阵, 因此得到的观测信号协方差矩阵是一个  $M^2 P \times M^2 P$  维的矩阵。前面我们得到, 均匀方阵条件下的信号协方差矩阵为式(8), 其中  $\mathcal{H}^{i,j}$  ( $MP \times MP$  维) 是块 Toeplitz 的分块 Toeplitz 矩阵。因此这里应用类似于均匀线阵情况的方法, 进行两次 Toeplitz 矩阵变换, 从而得到一个  $4M^2 P \times 4M^2 P$  维的大 Toeplitz 矩阵:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{H}}^{(1,1)} & \tilde{\mathcal{H}}^{(1,2)} & \dots & \tilde{\mathcal{H}}^{(1,M^2)} \\ \tilde{\mathcal{H}}^{(2,1)} & \tilde{\mathcal{H}}^{(2,2)} & \dots & \tilde{\mathcal{H}}^{(2,M^2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathcal{H}}^{(M^2,1)} & \tilde{\mathcal{H}}^{(M^2,2)} & \dots & \tilde{\mathcal{H}}^{(M^2,M^2)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathcal{H}}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(i,j)} & * \\ * & \mathbf{R}^{(i,j)} \end{bmatrix} & * \\ * & \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(i,j)} & * \\ * & \mathbf{R}^{(i,j)} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (16)$$

然后, 用与 4.2 节类似的构造方法, 把与协方差矩阵相乘的矢量  $w(M^2P \times 1 \text{ 维})$ , 构造成  $\tilde{w}(4M^2P \times 1 \text{ 维})$ , 即有  $\tilde{w} = [w_1^T \ 0^T \ 0^T \ 0^T \ w_2^T \ 0^T \ 0^T \ 0^T \ \dots \ w_{M^2}^T \ 0^T \ 0^T \ 0^T]^T$ , 其中  $0^T$  是元素为 0 的  $P$  维矢量。最后通过计算大 Toeplitz 矩阵  $\tilde{R}_{xx}$  与矢量  $\tilde{w}$  的乘积来求  $R_{xx}W$  的结果, 所需要的乘法次数将从  $(M^2P)^2$  次降低为  $8M^2P[3\log_2(16M^2P) + 2]$  次。表 3 给出了 64 元方阵条件下新方法与原有方法在不同延时数条件(高维条件)下乘法计算量的比较, 其中  $D$  为循环迭代次数,  $D = 15$ 。

表 3 均匀方阵条件下高维处理迭代过程乘法计算量比较

Tab. 3 Computation consumption comparison under condition of uniform square array

	$P = 8$	$P = 16$	$P = 32$	$P = 64$	开方运算
已有方法	3 970 725	15 805 605	63 068 325	251 965 605	$D$
新方法	2 557 485	5 483 565	11 704 365	24 883 245	0

## 5 结论

GPS 接收机联合空时抗干扰方法, 相比单纯的空域处理和单纯的时域处理优势明显, 但是由于计算复杂, 以致实际的应用受到一定限制。本文针对这一矛盾, 首先在该领域引入基于 CG 的 MSNWF 方法。在此基础上, 通过分析信号协方差矩阵的 Toeplitz 特性, 构造高维 Toeplitz 矩阵, 利用 FFT 技术, 提出一种基于 Toeplitz 特性的 MSNWF 快速实现方法。该方法不仅避免了开方运算(即求矢量的范数), 而且大大加快了信号协方差矩阵矢量乘法的计算速度, 从而使得 GPS 接收机联合空时抗干扰天线阵在自适应滤波过程中能够得以快速地实现。

## 参考文献:

- [1] 孙晓昶, 皇甫堪, 程彘, 等. GPS 接收机联合空时抗干扰方法[J]. 通信学报, 2003, 24(9): 93-102.
- [2] 陈建文, 王永良, 皇甫堪, 等. 改善机载前向阵雷达全程机载检测性能的研究[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(1): 24-27.
- [3] Goldstein J S, Reed I S, Schaf L L. A Multistage Representation of the Wiener Filter Based on Orthogonal Projections[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2943-2959.
- [4] 孙晓昶, 皇甫堪, 陈强. 数据分段输入的低秩自适应滤波方法[J]. 信号处理, 2003, 19(4): 373-376.
- [5] 孙晓昶. GPS 接收机联合空时抗干扰技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2003.
- [6] Guido D, Michael D, Zoltowski, et al. Reduced-rank Equalization for EDGE Via Conjugate Gradient Implementation of Multi-stage Nested Wiener Filter[C]//Vehicular Technology Conference, VTC, 2001, 3: 1912-1916.

(上接第 38 页)

## 4 结论

本文研制出的高功率超宽带天线阵, 能耐高压, 适于工程应用。在高功率源应用于雷达探测方面进行了初步的研究, 外场探测表明高功率脉冲源基本可用于目标探测, 但是在源的稳定度方面需改善。

## 参考文献:

- [1] Shlager K L, Smith G S, Maloney J G. Optimization of Bow Tie Antennas for Pulse Radiation[J]. IEEE Trans. on Antenna and Propagation, 1994, 42(7): 975-982.
- [2] Shlager K L, Smith G S, Maloney J G. Accurate Analysis of TEM Horn Antennas for Pulse Radiation[J]. IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, 1996, 38(3): 414-423.
- [3] 刘培国, 刘克成. 加脊喇叭天线的时域分析[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(1): 28-30.
- [4] Simons R N, Dib N I, Lee R Q, et al. Integrated Uniplanar Transition for Linearly Tapered Slot Antenna[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1995, 43(9): 998-1002.
- [5] 顾其铮, 项家桢, 彭孝康. 微波集成电路设计[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1978.
- [6] Duncan J W, Minerva V P. 100:1 Bandwidth Balun Transformer[C]//Proceedings of IRE, 1960, 9(2): 156-164.
- [7] 张光甫. 瞬态天线及其在超宽带雷达中的应用[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.