

文章编号: 1001- 2486(2007) 03- 0109- 04

## 外加信号增强随机共振在微弱信号检测中的应用\*

陈敏, 胡笃庆, 秦国军

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 在利用随机共振检测微弱周期信号的基本原理基础上, 给出一种通过外加可控信号激励出随机共振现象, 并将之应用于微弱信号检测的方法。采用仿真信号对该方法进行了验证, 通过归一化尺度变换, 将该方法的适用频率扩展到机械系统特征信号频段。结果表明, 该方法简单可行, 能把信噪比较低的周期信号从强背景噪声中提取出来, 在机械故障检测中具有应用前景。

**关键词:** 随机共振; 微弱信号检测; 机械故障诊断

**中图分类号:** TP277; TH17; TH113 **文献标识码:** A

## Application of Additional-signal-enhanced Stochastic Resonance for Detecting Weak Signals

CHEN Min, HU Niao-qing, QIN Guo-jun

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on the theory of SR for detecting weak signals, a novel approach of detecting the weak periodic signal using additional-signal-enhanced SR was presented. This method was analyzed with simulated signals. Through a kind of normalized scale transform, the frequency restriction condition of the signal to be detected was eliminated. The result shows that this method is simple and feasible. The weak sinusoid signal of low signal-to-noise ratio can be extracted from loud noise. The detecting approach indicates a promising prospect for mechanical fault diagnosis.

**Key words:** stochastic resonance; weak signal detection; mechanical fault diagnosis

随机共振(SR, stochastic resonance)理论最初是由意大利学者 Benzi 等提出的<sup>[1]</sup>, 它是指一个非线性双稳系统, 当仅在噪声或仅在小周期信号作用下都不足以使系统输出在两个稳态之间跳跃, 而在噪声和小周期信号的共同作用下, 系统输出的功率谱中, 在信号的频率处出现一峰值, 当噪声强度达到某一适当值时, 输出功率谱的峰值达到最大。

在过去的 20 年间, SR 引起了人们极大的关注, 分别在物理、化学、生物等领域通过大量的实验得到了验证<sup>[2-4]</sup>。随机共振为强噪声背景下微弱信号的传输与检测提供了一条新途径。基于随机共振原理, 采用双稳系统进行微弱信号检测是一种正在引起关注的崭新技术与方法<sup>[5]</sup>。在 Bulsara<sup>[6]</sup>等人提出的一种关于随机共振的非入侵式控制方法基础上, 本文通过给系统输入外加可调的信号来改变双稳系统中两个状态间切换的速度, 从而检测出输入系统的微弱周期信号。

### 1 随机共振基本原理及检测思路

#### 1.1 一般模型

在存在噪声和周期激励情况下, 考虑双稳势中 Brownian 质点的过阻尼运动<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = -V'(x) + u(t) + \Gamma(t) \\ \langle \Gamma(t) \rangle = 0; \quad \langle \Gamma(t), \Gamma'(t') \rangle = 2D\delta(t-t') \end{cases} \quad (1)$$

式中  $V(x)$  表示映像对称平方势。

\* 收稿日期: 2006- 10- 19

基金项目: 航天支撑技术基金资助项目; 全国博士学位论文作者专项资金资助项目(200434)

作者简介: 陈敏(1976-), 女, 讲师, 博士生。

$$V(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4 \tag{2}$$

这样, 式(1)可写为

$$\dot{x} \geq ax - bx^3 + u(t) + \Gamma(t) \tag{3}$$

其中,  $x$  为系统输出,  $a, b$  为非线性系统结构参数,  $\Gamma(t)$  是均值为 0、噪声强度为  $D$  的高斯分布白噪声, 当  $u(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$  时, 输入外力为高斯噪声驱动的余弦信号。在没有调制和噪声作用时, 势垒高  $\Delta V = a^2/4b$ , 势低点在  $x_{\min} = \pm \sqrt{a/b}$  处, 当  $A > 0$  时, 势低点相对于垒高交替地升降。当  $A \geq A_c = \sqrt{4a^3/27b}$  时, 系统丧失双稳性。因此, 在没有输入激励 ( $A = 0, D = 0$ ) 时, 系统状态局限在两势阱之一中, 且与初始条件有关。

在存在周期激励的情况下, 系统的映像对称被打破, 均值  $\langle x(t) \rangle$  不消失。这可以直观地理解为朝一个或另一个势阱的周期混叠的结果。周期激励使得势低点位置以其频率周期地变化。

在没有周期激励而只在噪声作用下,  $x(t)$  围绕某一稳态波动, 且其统计方差正比于噪声强度  $D$ 。噪声驱动力的转换以某一速率进行, 噪声强度  $D$  增加, 转换率增加。当垒高最小时, 阱间转换更为可能。因为正弦信号在其频率处导致势低点位置周期性变化, 它有效地锁住了噪声导致的转换。特别地, 当噪声本身以每  $2\pi/\omega$  秒周期平均产生两次转换时, 在  $x(t)$  中的频率  $\omega$  处, 将观测到一个强正弦分量。这也就是随机共振可以加强微弱信号的最简明的解释。

### 1.2 外加信号诱发 SR 原理

为了增强由式(1)所描述的振子对单频信号的响应, 给方程右边加入控制信号<sup>[6]</sup>  $F_P(x)$ , 式(1)变为

$$\dot{x} \geq -V'(x) + u(t) + \Gamma(t) + F_P(x) = -V'_{eff}(x) + A \cos(\omega t + \varphi) + \Gamma(t) \tag{4}$$

注意到外加信号  $F_P(x)$  是一个关于位置的函数, 所以当振子处于双阱中的左边势阱时, 可以调节信号使  $F_P(x < 0) = +A_P$ , 使振子向右边势阱移动; 如果当振子处于右边势阱时, 调节信号为  $F_P(x \geq 0) = -A_P$ , 使振子向左边势阱跳动。这就使得势垒高度来回地(非周期地)摆动, 最终可能使振子越过中间势垒。实际上, 输入外加信号后振子的势能表达式为  $V_{eff} = V - xF_P$ , 此时的势垒高度低于输入  $F_P(x)$  信号之前的。图 1 描述了外加

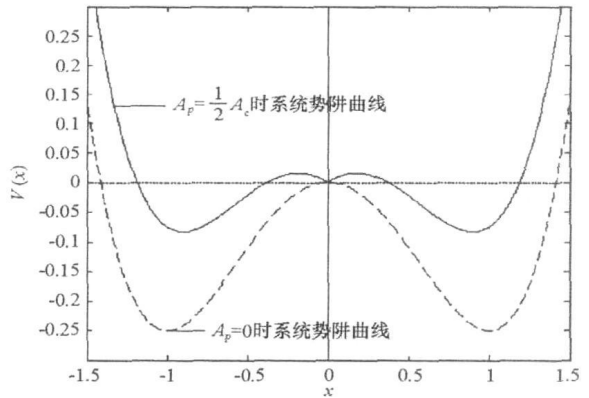


图 1 加入信号前后的势阱图

信号  $A_P = \frac{1}{2} A_c$  以及未加信号时的势阱图, 从中可以看出有外加信号时的势垒高度有所降低。如果取  $A_P \approx A_c$ , 输入很小的周期信号就可以克服势垒高度, 实现势阱间跃迁。

Fig. 1 The bistable potential  $V(x)$  and the effective potential  $V_{eff}$

为此, 可确定设计思路为: 对于微弱周期信号的检测, 可以往式(1)右边输入信号, 该信号为一关于  $x$  的函数  $F_P(x) = \begin{cases} -A_P & (x \geq 0) \\ A_P & (x < 0) \end{cases}$ , 其中  $A_P \approx A_c, A_c$  为原系统跃迁阈值。采用该方法可以降低势垒高度, 从而微弱的周期信号就可以实现势阱间跃迁, 产生随机共振现象, 因而可检测出该信号的存在。

## 2 基于外加信号诱发 SR 的微弱信号检测模型与数值仿真

### 2.1 检测模型及实现

基于以上设计思路, 在式(4)中, 取  $a = 1, b = 1$ , 可以得到信号检测模型:

$$\dot{x} \geq x - x^3 + A \cos(\omega t + \varphi) + n(t) + F_P(x) \tag{5}$$

则  $Fp(x) = \begin{cases} -A_{c0}(x \geq 0) \\ A_{c0}(x < 0) \end{cases}$ ,  $A_{c0} = \sqrt{4a^3/27b} = \sqrt{4/27}$ , 其他参数如前所述。对式(5)采用四阶 Runge-Kutta 法求解。这里的“微弱”意味着信噪比很低, 周期信号的幅值  $A$  不足以激励质点越过势垒在两阱处跳跃转换。

设有一混合信号  $s(t) = A \cos(2\pi ft) + n(t)$ , 其中周期信号幅值  $A = 0.06 \times A_{c0} = 0.0231$ , 频率  $f = 0.05\text{Hz}$ ,  $n(t)$  是均值为 0、均方根值  $\sigma = \sqrt{2D} = 2.15 \times A_{c0} = 0.8275$  的高斯白噪声。

让混合信号通过双稳系统模型(5)。原来的混合信号及双稳 SR 的输出信号用 FFT 进行分析, 并绘出它们的幅值谱。取采样频率  $f_s = 100\text{Hz}$ ,  $h = 1/f_s = 0.01$ , 采样点数  $N = 16\ 000$ 。

图 2 给出原始混合信号、系统输出信号的波形及其幅值谱图。图 2(a) 为输入信号  $s(t)$  的时域波形, 图 2(b) 为输入信号(加噪声)的幅值谱, 由图可见, 从时域波形我们很难辨别出有周期成分存在, 幅值谱上也很难辨识出来。图 2(c) 为求解得到输出信号的时域波形, 图 2(d) 为输出信号的幅值谱(横坐标为频率与待检信号频率比值的对数坐标)。从图 2(d) 可以看到, 在频率  $f = 0.05\text{Hz}$ (对数坐标为 1) 处有一明显的峰值, 说明在此频率处有一个很强的周期成分存在, 该频率正好等于所要检测的输入信号中的微弱周期信号频率。

此时输入信噪比仅为:  $\text{SNR} = 20\lg(A/\sqrt{2D}) = 20\lg(0.0231/0.8275) = -31.0857\text{dB}$ 。

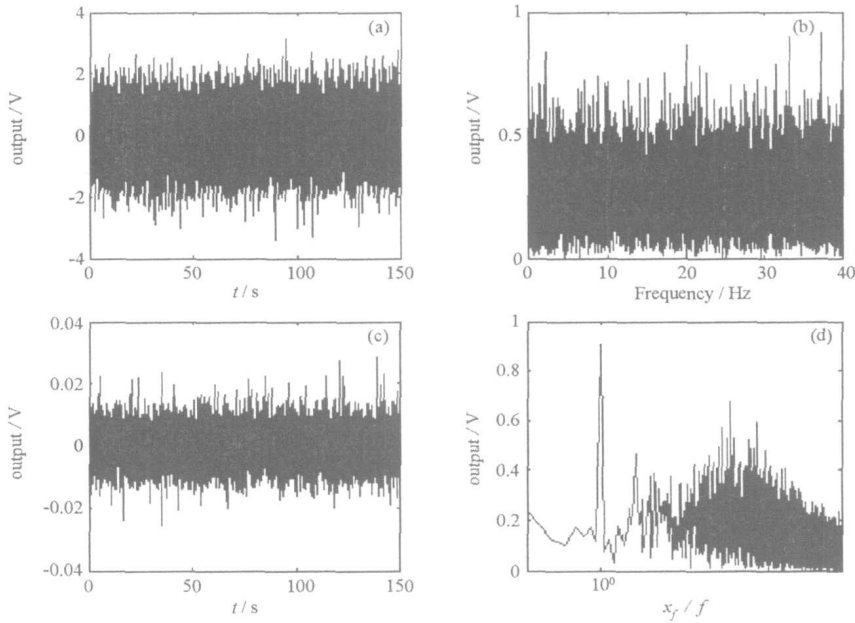


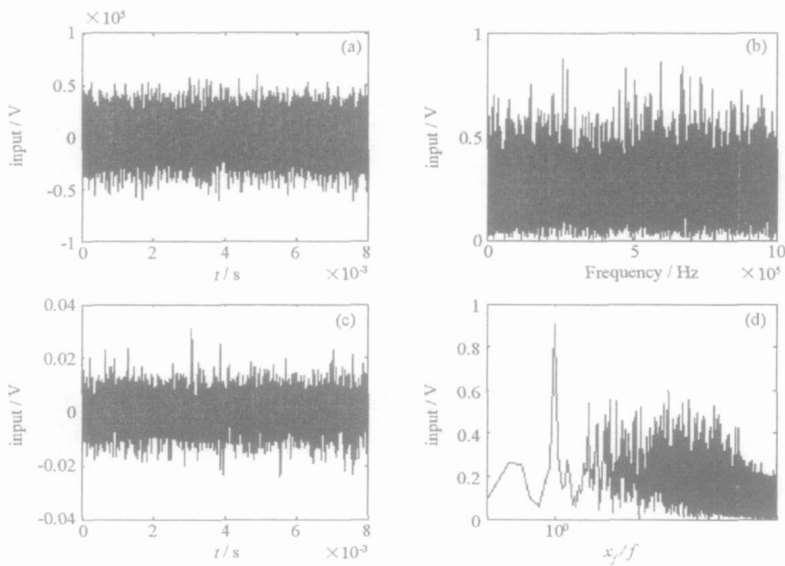
图 2  $f = 0.05\text{Hz}$  时信号检测结果

Fig. 2 Results for detecting weak periodic signal  $f = 0.05\text{Hz}$

由于随机共振的绝热近似理论的限制, 随机共振理论只能用于处理低频信号, 而反映机械系统状态的特征信号频率一般在几十、数百到几千赫兹范围内, 远远超出了随机共振理论要求范围。为将该方法应用于机械系统特征信号检测, 可采用归一化尺度变换<sup>[8]</sup>, 变换以后相当于对信号、噪声以及外加信号同时乘上比例因子  $\sqrt{\frac{b}{a^3}}$ 。

## 2.2 高频微弱信号的检测实现

改变待检信号频率, 令  $f = 1\text{kHz}$ , 根据上面所提的变量替换原则, 取参数  $a = b = 2 \times 10^4$ , 采样频率  $f_s = 2000\text{kHz}$ ,  $N = 16\ 000$ , 同时将混合信号以及外加信号放大  $\sqrt{\frac{a^3}{b}} (= 2 \times 10^4)$  倍, 代入设计好的 SR 模型求解, 结果如图 3 所示。仿真结果表明, 该方法能够检测机械系统特征信号频段的信号。

图3  $f = 1\text{kHz}$  信号检测结果Fig. 3 Results for detecting weak periodic signal  $f = 1\text{kHz}$ 

### 3 结论

外加信号诱发 SR 检测微弱信号是一个非常简单的方法,可以利用它来放大双稳系统的随机共振现象。外加信号的幅值大小  $A_p \approx A_c$  只依赖于势能的形式,与将要检测的周期信号的频率没有任何关系,所以幅值大小可以在检测之初就确定下来。而且,利用该技术检测微弱信号只需要加入外部信号,不必改变系统内部参数,一样达到了降低阱间势垒高度的目的。采取归一化尺度变换将该方法只适合频率很低信号检测的限制消除,满足一般机械信号的要求。进一步将研究该方法在机械系统早期故障检测中的应用以及该方法的电路实现等问题。

### 参考文献:

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The Mechanism of Stochastic Resonance[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1981, 14: 453-457.
- [2] Chow C C, Imhoff T T, Collins J J. Enhancing Aperiodic Stochastic Resonance through Noise Modulation[J]. Chaos, 1998, 8: 616-620.
- [3] Gammaioni L, Locher M, Bulsara A, et al. Controlling Stochastic Resonance[J], Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 4574-4577.
- [4] Maim S. Adaptive Stochastic Resonance[C]//Proceeding of the IEEE, 1998, 86(11): 2152-2183.
- [5] 胡芑庆,陈敏,温熙森. 随机共振在转子碰摩故障早期检测中的应用[J]. 机械工程学报, 2001, 31(9): 88-91.
- [6] Linder J F, Bulsara A R, et al. Noninvasive Control of Stochastic Resonance[J]. Physical Review E, 2001, 63, 041107.
- [7] Gammaioni L. Stochastic Resonance[J]. Reviews of Modern Physics, 1998, 70(1): 223-287.
- [8] 杨定新, 胡芑庆. 随机共振在微弱信号检测中的数值仿真[J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(6): 91-94.