

文章编号:1001-2486(2007)04-0037-05

## 基于可信性理论的标准-3拦截弹末段修正能力分析\*

吴启星, 李晓斌, 张为华

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:**基于可信性理论对标准-3拦截弹末段修正能力进行分析。由拦截末段相对运动动力学推导了标准-3拦截弹末段可消除的最大零控脱靶量解析表达式;针对其中的参数不确定性,将不确定参数视为模糊变量运用可信性理论进行建模,采用模糊模拟算法得到标准-3末段可消除的最大零控脱靶量的可能性测度悲观值和乐观值,可信性测度均值和标准差及可能性、必要性和可信性分布函数。本文研究为弹道导弹中段机动突防动力系统设计提供了理论依据,同时为如何根据有限的已知信息获得合理的未知信息提供了有效途径。

**关键词:**标准-3拦截弹;修正能力;零控脱靶量;可信性理论

**中图分类号:**V448 **文献标识码:**A

## Credibility Theory-based Analysis for Terminal Divert Ability of Standard Missile-3

WU Qi-xing, LI Xiao-bin, ZHANG Wei-hua

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:**The analysis of the terminal divert ability of SM-3 is put forward based on the credibility theory. The expression of the maximal zero effort miss which could be corrected by SM-3 during the terminal course was deduced based on relative motion dynamics. Credibility theory was used for modeling the fuzzy parameters in the expression, and fuzzy simulation was adopted to obtain the possibility measured pessimism value and optimism value, credibility measured mean value and normalized variance, and its distribution functions of possibility, necessity and credibility. The research could supply a theoretical support for the motor design of midcourse maneuvering penetration of a ballistic missile, and supply an effective way for get reasonable unknown information from limited known information.

**Key words:**standard-3 interceptor; divert ability; zero-effort-miss; credibility theory

标准-3拦截弹是美国海基弹道导弹中段防御系统拦截弹。美国海基弹道导弹中段防御系统为美国提供一种快速部署、高度机动和保持发射状态的战区弹道导弹防御,在美国弹道导弹防御体系中发挥着重要的作用。它以宙斯盾巡洋舰和驱逐舰为作战平台,由改进的AN/SPY-1雷达、宙斯盾作战系统和标准-3拦截弹等组成,主要用于弹道导弹中段拦截。

标准-3拦截弹由四级弹体组成:第一级为具有推力矢量控制系统的固体助推器;第二级为双推力固体续航发动机,具有弹翼和控制舵面,前两级将拦截弹送出稠密大气层并使拦截弹基本处于拦截路线上;第三级为固体轴向发动机,该级具有推力矢量控制和独立的姿控系统,施加两次冲量,用于增加拦截弹速度并消除剩余误差;第四级为大气层外轻型射弹(Leap),具有长波红外导引头和独立的姿轨控系统,对轨道作最后修正,通过直接碰撞实现拦截。

标准-3拦截弹第三级发动机关机后释放寻的弹头,弹头经过一段无控滑行后捕获目标进入自主寻的末制导段,本文即对拦截末段寻的弹头的修正能力进行分析,修正能力通过末段可消除的最大零控脱靶量进行描述,为弹道导弹中段机动突防动力系统设计提供依据。

\* 收稿日期:2006-12-25

基金项目:国家部委基金资助项目

作者简介:吴启星(1978—),女,博士生。

可信性理论是研究模糊现象的数学分支,是 Liu<sup>[2]</sup>在 2004 年建立的类似于概率论的研究模糊性的公理体系。拦截弹末段修正能力分析中存在模糊不确定参数,本文不回避这些参数的不确定性,运用可信性理论对模糊变量进行建模,采用模糊模拟算法获取修正能力的较为可信的统计信息。

## 1 拦截末段相对运动分析

由于拦截末段时间很短,相对运动简化为由相对速度和视线组成的拦截平面运动。设目标不机动,拦截弹相对目标的速度矢量为  $v$ ,则目标质心在相对速度矢量方向的垂线距离即为零控脱靶量,记为  $zem$  (zero effort miss)。假设拦截弹具有定常轨控推力  $F$ ,垂直于弹体纵轴施加。由于拦截弹末段飞行中弹体纵轴方向、相对速度方向和视线方向接近,轨控推力可看作垂直于相对速度方向,则拦截弹的运动可分解为相对速度方向和垂直相对速度方向的运动,如图 1 所示。

设拦截弹开始弹道修正时相对距离矢量在相对速度方向的投影为  $r_{on}$ ,待飞时间为  $t_{go}$ ,则

$$t_{go} = \frac{r_{on}}{|v|} \quad (1)$$

设拦截弹结构质量为  $m$ ,轨控发动机装药燃烧时间为  $t_{burn}$ 。由于当  $t_{burn}$  大于  $t_{go}$  时,剩余燃料可看作拦截弹结构质量,故不妨设  $t_{burn} < t_{go}$ 。记拦截弹可消除的最大零控脱靶量为  $zem_{max}$ ,则  $zem_{max}$  可用拦截弹在垂直相对速度方向的最大相对运动距离表示,即

$$zem_{max} = \int_0^{t_{burn}} \left[ \int_0^t \frac{F}{m_t + \dot{m}(t_{burn} - s)} ds \right] dt + \int_{t_{burn}}^{t_{go}} \left[ \int_0^{t_{burn}} \frac{F}{m_t + \dot{m}(t_{burn} - s)} ds \right] dt \quad (2)$$

式中第一项为拦截弹燃料耗尽前垂直相对速度方向的相对运动距离,第二项为拦截弹燃料耗尽后垂直相对速度方向的相对运动距离。

## 2 最大零控脱靶量表达式求解

### 2.1 装药燃烧时间等于待飞时间

当  $t_{burn} = t_{go}$  时,积分(2)式得

$$zem_{max} = -\frac{F}{\dot{m}} \left[ \frac{m_t}{\dot{m}} \ln \left( 1 + \frac{\dot{m}}{m_t} t_{go} \right) - t_{go} \right] \quad (3)$$

记燃料比冲为  $I_{sp}$ ,发动机推力与拦截弹结构质量之比为  $p$ ,即  $p = F/m_t$ ,称  $p$  为结构加速度,则(3)式可表示为

$$zem_{max} = -I_{sp} \left[ \frac{I_{sp}}{p} \ln \left( 1 + \frac{p}{I_{sp}} t_{go} \right) - t_{go} \right] \quad (4)$$

式(4)表明,若  $t_{burn} = t_{go}$ ,拦截弹可消除的最大零控脱靶量取决于三个因素:结构加速度、待飞时间和燃料比冲,且是三者的单调递增函数。

### 2.2 装药燃烧时间小于待飞时间

当  $t_{burn} < t_{go}$  时,积分(2)式得

$$zem_{max} = -I_{sp} \left[ \frac{I_{sp}}{p} \ln \left( 1 + \frac{p}{I_{sp}} t_{burn} \right) - t_{burn} \right] + I_{sp} \ln \left( 1 + \frac{p}{I_{sp}} t_{burn} \right) - (t_{go} - t_{burn}) \quad (5)$$

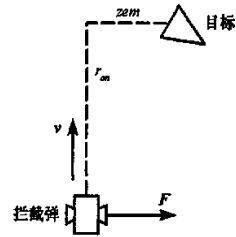


图 1 末段拦截几何

Fig. 1 Interception geometry of terminal course

### 3 基于可信性理论的修正能力分析

#### 3.1 可信性理论

确定标准-3末段可消除的最大零控脱靶量须确定 Leap 燃料比冲、结构质量、平均推力、待飞时间和装药燃烧时间,这些参数均存在不同程度的不确定性,传统的处理方式是将这种不确定量假定为确定量,采用均值表征不确定量,这是一种简化和简单处理,不能全面和科学地反映事物的本质,给系统分析带来认识上的偏差。本文充分考虑参数的不确定性,以求较为完整地描述最大零控脱靶量作为不确定变量函数的统计特性。

不确定性参数包括随机不确定性参数和模糊不确定性参数,由于只能从文献报道中获取上述参数信息,不能采用概率分布进行不确定性量化,因此将其视为模糊不确定性参数。模糊数学中有三类测度:可能性测度、必要性测度和可信性测度。可信性测度扮演了概率测度的角色,它定义为可能性测度和必要性测度的平均值,设事件  $A$  的可能性测度为  $Pos\{A\}$ ,必要性测度为  $Nec\{A\} = 1 - Pos\{A^c\}$ ,即必要性为对立集合  $A^c$  的不可能性,则事件  $A$  的可信性测度  $Cr\{A\}$  为

$$Cr\{A\} = 0.5(Pos\{A\} + Nec\{A\}) \quad (6)$$

一个模糊事件的可能性为 1,该事件未必成立;另一方面,若一个模糊事件的必要性为 0,该事件也可能成立。但如果一个模糊事件的可信性为 1,该事件必然成立;反之,若一个模糊事件的可信性为 0,则该事件一定不成立。因此,用可信性理论进行末段修正能力分析可为弹道导弹中段机动突防动力系统提供较为可信的统计信息。

#### 3.2 隶属度函数确定

参数的模糊性通过隶属度函数描述,确定隶属度函数是进行可信性分析的前提。隶属度函数确定方法主要有模糊统计法、三分法、专家打分法、二元对比排序法等。隶属度函数的确定带有较浓的主观色彩,同时具有一定的客观规律性和科学性,能较客观地反映实际存在的模糊性。实际应用时,可根据所讨论对象的特点选择隶属函数形式,再由经验或试验数据确定比较符合实际的参数,从而获得隶属函数的数学表达式。本文广泛查阅文献,给出了各参数的相关信息如表 1 所示,依据信息构造相应的隶属度函数。

表 1 相关参数信息

Tab.1 The information of correlative parameters

参数名称	参数信息	来源
比冲	采用 AL/AP 推进剂,粘合剂 HTPB,比冲范围是 260 ~ 265s	文献[3]
	Leap 真空比冲:285s	文献[4]
	Leap 大约重 16.7kg,使用大约 4.5kg 推进剂	文献[5]
结构质量	Leap 质量约 16.7kg,推进剂大约 4.5kg	文献[3]
	Leap 起飞质量 16.7kg,推进剂 4.5kg	文献[4]
平均推力	Leap 可能实现的加速度是 6g	文献[6]
	Leap 加速度 5g	文献[4]
	Kinetic Kill Vehicle Homing Time:20s(min) 30s(nom)	文献[7]
待飞时间	KKV 寻的时间 10 ~ 30s	文献[8]
	KKV 投放至碰撞时间为 28s	文献[9]
	Following TSRM burnout and roughly 30 seconds prior to intercept, the SM-3 KW separates from the third stage and immediately searches for the target	文献[10]
装药燃烧时间	装药燃烧时间 = 装药量/秒耗量,秒耗量 = 平均推力/比冲	文献[11]

由文献[3-4]提供的数据,将 Leap 发动机比冲  $I_p$  视为三角模糊变量(260,265,285)s,文献[3-5]对 Leap 起飞质量  $m$  和推进剂质量  $m_{fuel}$  报道一致,可将结构质量  $m_s$  视为确定量  $m_s = m - m_{fuel} = 16.7 - 4.5 = 12.2\text{kg}$ ,文献[4,6]分别报道 Leap 机动加速度为 5g,6g,文献[12]指出其加速度能力还会增加,因此加速度  $a$  视为偏小型半梯形模糊变量(5, 6, 6.5)g,平均推力  $F = ma$ ,待飞时间指 Leap 发动机开机至碰撞的时间段,最大待飞时间应等于 Leap 最早投放时间减去 3~5s 捕获、目标识别和瞄准点确定时间,将其视为三角模糊变量(23, 25, 27)s。

分析 SM-3 末段修正能力是为弹道导弹中段机动突防发动机设计提供依据。由上节可知修正能力随待飞时间增加而增大,(4)式适用于装药燃烧时间大于等于待飞时间的情况,又由表 1 提供的数据可知最大装药燃烧时间约为 15.359s,小于可能的最大待飞时间,因此采用(5)式计算 SM-3 末段修正能力。

### 3.3 修正能力分析

设模糊变量  $\xi = [I_p, F, t_{go}]$ 。由(5)式得模糊变量函数即修正能力  $f(\xi)$  为

$$f(\xi) = -I_p \left[ \frac{I_p m_s}{F} \ln \left( 1 + \frac{m_{fuel}}{m_s} \right) - \frac{m_{fuel} I_p}{F} \right] + I_p \ln \left( 1 + \frac{m_{fuel}}{m_s} \right) \left( t_{go} - \frac{m_{fuel} I_p}{F} \right) \quad (7)$$

模糊变量  $f(\xi)$  的可能性测度乐观值  $y_{Pos\_sup}^{\alpha}$  和悲观值  $y_{Pos\_inf}^{\alpha}$  为<sup>[13]</sup>

$$\begin{cases} y_{Pos\_sup}^{\alpha} = \sup \{ r \mid Pos \{ f(\xi) \} \geq r \} \geq \alpha \\ y_{Pos\_inf}^{\alpha} = \inf \{ r \mid Pos \{ f(\xi) \} \leq r \} \geq \alpha \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\alpha \in (0, 1]$  为置信水平。模糊变量  $f(\xi)$  的可信性期望值和方差为

$$\begin{cases} E_G[f(\xi)] = \int_0^{\infty} C_r \{ f(\xi) \geq y \} dy - \int_{-\infty}^0 C_r \{ f(\xi) \leq y \} dy \\ V_G[f(\xi)] = E_G \{ f(\xi) - E_G[f(\xi)] \}^2 \end{cases} \quad (9)$$

修正能力可能性测度乐观值和悲观值模糊模拟计算步骤为:

步骤 1: 令  $y_{Pos\_sup}^{\alpha} = -\infty, y_{Pos\_inf}^{\alpha} = +\infty$ ;

步骤 2: 采用随机抽样方法,分别从模糊变量  $\xi_i$  的  $\alpha$  水平集中均匀随机抽样产生  $M$  个样本点  $x_i' (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, M)$ ;

步骤 3: 令  $y_{Pos\_sup}^{\alpha} = \max \{ f(x_i'), j = 1, 2, \dots, M \}, y_{Pos\_inf}^{\alpha} = \min \{ f(x_i'), j = 1, 2, \dots, M \}$ ;

步骤 4: 返回模糊变量的可能性测度乐观值和悲观值。

修正能力分布函数模糊模拟计算步骤为:

步骤 1: 令  $\alpha = k/K, k = 1, K$  为大于 1 的正整数;

步骤 2: 调用表 2 所示的模糊模拟算法计算模糊变量的可能性测度乐观值和悲观值,令  $y_{sup}^k = y_{Pos\_sup}^{\alpha}, y_{inf}^k = y_{Pos\_inf}^{\alpha}$ ;

步骤 3: 令  $k = k + 1$ ,重复步骤 1、步骤 2 共  $K$  次;

步骤 4: 模糊变量的可能性、必要性和可信性分布函数分别为:

$$\Phi_{Pos}(y) = \begin{cases} 0, & y < y_{inf}^1 \\ \frac{k-1}{K} + \frac{1}{K} \frac{y - y_{inf}^{k-1}}{y_{inf}^k - y_{inf}^{k-1}}, & y_{inf}^{k-1} \leq y \leq y_{inf}^k \\ 1, & y > y_{inf}^K \end{cases}, \quad \Phi_{Nec}(y) = \begin{cases} 0, & y < y_{sup}^K \\ 1 - \frac{k}{K} + \frac{1}{K} \frac{y - y_{sup}^k}{y_{sup}^{k-1} - y_{sup}^k}, & y_{sup}^k \leq y \leq y_{sup}^{k-1} \\ 1, & y > y_{sup}^1 \end{cases}$$

$$\Phi_G(y) = 0.5[\Phi_{Pos}(y) + \Phi_{Nec}(y)], \quad (k = 1, 2, \dots, K)。$$

采用上述步骤计算置信水平  $\alpha = 0.95$ , 样本点  $M = 5000$  时,修正能力可能性测度悲观值  $y_{Pos\_inf}^{0.95} = 14.188\text{km}$ ,可能性测度乐观值  $y_{Pos\_sup}^{0.95} = 15.386\text{km}$ ,即修正能力 95% 可能性置信区间为  $[14.188, 15.386]\text{km}$ 。计算修正能力的可能性、必要性和可信性分布函数如图 2 所示。

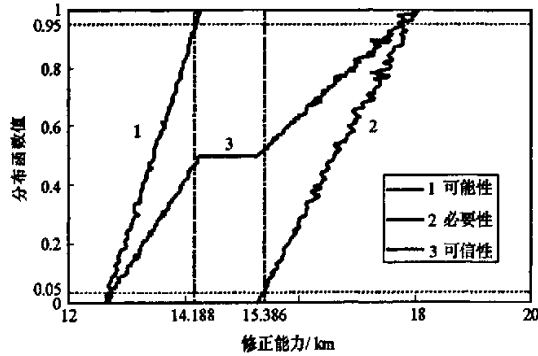


图2 修正能力分布函数

Fig.2 The distribution function of divert ability

由图2可知,当置信水平 $\alpha = 0.95$ 时,修正能力可能性测度悲观值为分布函数值等于0.95时,可能性曲线上对应的横坐标标值为14.188km,修正能力可能性测度乐观值不能直接从可能性曲线上获得,因为可能性测度不具有自对偶性,即 $Pos\{f(\xi) \geq r\} \neq 1 - Pos\{f(\xi) < r\}$ ,而 $Pos\{f(\xi) \geq r\} = 1 - Nec\{f(\xi) < r\}$ ,因此修正能力可能性测度乐观值为分布函数值等于0.05时,必要性曲线上对应的横坐标标值15.386km。又 $\Phi_{\alpha}^{-1}(1/K, \dots, 2/K, \dots, K/K) = [f_1, \dots, f_k, \dots, f_k]$ ,修正能力可信性分布统计特性即将分布函数值均匀 $K$ 等分,可信性曲线对应的 $K$ 个横坐标标值构成的样本统计特性,该样本可通过分布函数模糊模拟计算步骤获取,修正能力可信性期望值 $E_{\alpha} = 15.028\text{km}$ ,可信性标准差 $S_{\alpha} = 1.172\text{km}$ 。

#### 4 结束语

运用可信性理论对海基中段拦截弹SM-3末段修正能力进行了分析,修正能力通过末段可消除的最大零控脱靶量进行描述。由拦截末段相对运动动力学推导了SM-3拦截弹末段可消除的最大零控脱靶量解析表达式;针对解析式中参数不确定性,将不确定参数视为模糊变量运用可信性理论进行建模,采用模糊模拟算法获得了SM-3末段修正能力的统计特性。本文研究为弹道导弹中段机动突防动力系统提供了较为完整和可信的末段修正能力统计信息,同时为如何根据有限的已知信息获得合理的未知信息提供了有效途径。

#### 参考文献:

- [1] 韩京清. 拦截问题中的导引律[M]. 北京:国防工业出版社, 1977:48-52.
- [2] Liu B. Uncertainty Theory: An Introduction to its Axiomatic Foundations[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2004.
- [3] 胡泽保,张振鹏. “标准-3”拦截导弹发动机参数复原设计[C]//固体火箭推进技术学术会议, 2004.
- [4] 温熹乔. 美海军弹道导弹防御系统分析[J]. 863 先进防御技术, 2005(7).
- [5] Scott D. Robins. Navy Theater-Wide Defense AEGIS LEAP Intercept (ALI)/STANDARD Missile Three (SM-3) Flight Test Program Overview[R]. AD-A 329084, 1990.
- [6] Write D. An Analysis of the 25 January 2002 Test of the Aegis-LEAP Intercept for Navy Theater-Wide[J]. 863 先进防御技术通讯(A类), 2002(3).
- [7] Phillips C, Malyevac S. Pulse Motor Optimization Via Mission Charts for an Exo-atmospheric Interceptor[R]. AIAA-97-3687, 1997.
- [8] Zarchan P. Midcourse Guidance Strategies For Exoatmospheric Interceptor[R]. 美国 AD 报告, 2001.
- [9] Berger L. Navy Lightweight Exoatmospheric Projectile Technology Demonstration[R]. May 1994.
- [10] Stand Missile-3 [EB/OL]. <http://www.raytheon.com>.
- [11] 董师颜,张兆良. 固体火箭发动机原理[M]. 北京:北京理工大学出版社, 1996.
- [12] 栾杰奇. “标准-3”拦截弹的 LEAP 动能弹头[J]. 863 先进防御技术通讯, 2001(10).
- [13] 刘宝碇,彭锦. 不确定理论教程[M]. 北京:清华大学出版社, 2005.



