

文章编号: 1001-2486(2007)04-0082-05

## 一种基于 Jerk 模型的机动目标单站无源定位算法\*

李大治, 李刚, 辛勤, 皇甫堪

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**针对采用非线性较强的观测角、角度变化率、脉冲到达时间差等参数的单站无源定位跟踪系统, 提出了一种新的跟踪滤波算法 IMM-Jerk。该方法用 Jerk 模型对做复杂机动的运动目标建模, 采用经过 UKF 滤波改进的交互多模 (IMM) 算法对目标实现跟踪滤波。该算法可适用于对做多种机动运动的目标的跟踪, 提高了目标跟踪收敛精度和跟踪系统的稳定性。仿真试验证明了该方法的可行性和有效性, 并具有较高的应用价值。最后, 对 IMM-Jerk 算法的研究方向进行了讨论。

**关键词:**单站无源定位跟踪系统; 机动目标跟踪; Jerk 模型; IMM; UKF

**中图分类号:** TN973 **文献标识码:** A

## A New Technique for a Maneuvering Target Tracking in Single Observer Passive Tracking Based on Jerk Model

LI Da-zhi, LI Gang, XIN Qin, HUANGFU Kan

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A new tracking filter is proposed for the highly non-linear single observer passive location and tracking (SOPLAT) system based on the observation of bearing, bearing rate and difference time of arrival of emitter. The new method used the Jerk model for the maneuvering target, and then used the IMM algorithm basing UKF to keep the tracking of the emitter. By using this method, the precision of the tracking filter can be improved, and it is also good to the filter's stability. The simulations proved the feasibility and availability of the new method. At last, further research directions of the IMM-Jerk were discussed.

**Key words:** single observer passive location and tracking; maneuvering target tracking; Jerk model; IMM; UKF

基于质点运动学的单站无源定位系统在军事、民用领域具有广阔的应用前景<sup>[1]</sup>, 而对目标的定位跟踪滤波算法是该技术的核心, 一直是研究的热点。其中, 针对目标相对静止或者做匀速直线运动的定位跟踪滤波方法很多<sup>[2-3]</sup>, 取得了非常好的效果。实际的目标有可能做加速、减速、转弯等机动运动, 所以针对目标机动运动的运动模型和滤波算法是当前研究的重点。对机动目标的无源定位有了很多尝试<sup>[4-6]</sup>, 但离单站无源定位的实际应用还有很大差距, 主要是目标运动模型和跟踪滤波方法与实际需求有一定差距。

目标的机动运动已经有很多模型<sup>[7]</sup>, 但多数都限制在两维平面内, 或者是在假设条件下三维空间的特殊平面内机动。其中, 文献[8-9]中 Jerk 模型在目标做机动程度较高的运动时有很好的表现, 虽然文献[7]认为其仿真环境与实际航迹相差很多, 结果无法令人信服, 但不能否认 Jerk 模型在跟踪机动程度较高运动时的先天优势。

在固定单站无源定位中, 观测方程存在严重的非线性问题, 扩展卡尔曼滤波不能保持稳健、快速地实现跟踪。UKF<sup>[10]</sup>和粒子滤波<sup>[11]</sup>(PF)是当前非线性滤波最有力的两种方法, 粒子滤波的缺点是在状态维数增加时计算量的大幅增加, 而 UKF 在计算量和实时性上具有相当的优势。

本文在固定单站无源定位的应用背景下, 利用 Jerk 模型对机动目标建模, 结合 UKF 滤波方法, 推导出利用 Jerk 和匀速运动 (CV) 模型的交互多模型算法, 在仿真中实现了固定单站对机动运动目标的定

\* 收稿日期: 2006-11-01

基金项目: 国家部委基金项目 (51421030505KG0172)

作者简介: 李大治 (1978—), 男, 博士生。

位、跟踪。

### 1 系统模型

研究三维条件下地面固定单观测站对空中做机动运动辐射源的无源定位。以观测器位置为原点建立直角坐标系,目标的位置由目标在坐标系中的投影来描述,如图 1 所示。

设辐射源发射恒定重复周期  $T_r$  的脉冲信号,观测站每隔  $N$  个脉冲做一次观测,得到观测量:  $Z_k = [\Delta T_{oa_k} \quad \beta_k \quad \epsilon_k \quad \dot{\beta}_k]^T$ 。 $\Delta T_{oa_k}$ 、 $\beta_k$ 、 $\epsilon_k$ 、 $\dot{\beta}_k$  分别为脉冲到达时间差、方位角、俯仰角、方位角变化率,其中,  $\Delta T_{oa_k} = T_{oa_k} - T_{oa_{k-1}} = (r_k - r_{k-1})/c + N\hat{T}_{rk} + N\Delta T_{rk}$ 。通常只能得到重复周期的估值  $\hat{T}_r$ 。 $\Delta T_r = T_r - \hat{T}_r$ ,为估计偏差,作为未知量加入到目标状态变量中一起估计,并不断更新。

$X_k$  为  $k$  时刻目标状态,  $x_k$ 、 $\dot{x}_k$ 、 $\ddot{x}_k$ 、 $\ddot{\ddot{x}}_k$  分别为  $k$  时刻  $x$  方向的位置、速度、加速度、加加速度(Jerk)。

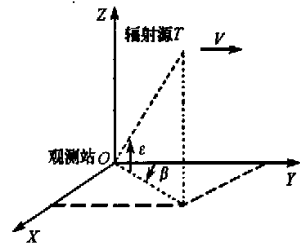


图 1 观测站与目标辐射源的几何关系  
Fig.1 The geometry relationship between emitter and observer

#### 1.1 运动模型

运动模型包括 CV 模型和 Jerk 模型,即目标做近似匀速运动时目标运动模型采用 CV 模型来描述;当运动目标作机动运动时,目标运动模型采用 Jerk 模型来描述。下面是 CV 和 Jerk 模型的三维离散表示式。

$$\begin{aligned} \text{CV 模型:} \quad X_k &= [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k \quad z_k \quad \dot{z}_k \quad \Delta T_r]^T \\ X_{k+1} &= f_1 X_k(k) + W_{1k} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\text{其中, } f_1 = \text{diag}(F_1, F_1, F_1, 1), F_1 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{diag}(a_1, \dots, a_n) = \begin{bmatrix} a_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_n \end{bmatrix}$$

$$\text{Jerk 模型: } X_k = [x_k \quad \dot{x}_k \quad \ddot{x}_k \quad \ddot{\ddot{x}}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k \quad \ddot{y}_k \quad \ddot{\ddot{y}}_k \quad z_k \quad \dot{z}_k \quad \ddot{z}_k \quad \ddot{\ddot{z}}_k \quad \Delta T_r]^T$$

Jerk 模型也称为零均值一阶马尔可夫 Jerk 模型,在加速度模型的基础上增加了对加速度导数(Jerk)的估计,得到了对加速度更加精确的估计,从而能实现对高机动的目标的跟踪。

$$X_{k+1} = f_2 X_k(k) + W_{2k} \tag{2}$$

$$\text{其中, } f_2 = \text{diag}(F_2, F_2, F_2, 1), F_2 = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & p1 \\ 0 & 1 & T & q1 \\ 0 & 0 & 1 & r1 \\ 0 & 0 & 0 & s1 \end{bmatrix}, p1 = (2 - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 - 2e^{-\alpha T})/(2\alpha^3), q1 = (e^{-\alpha T} - 1 + \alpha T)/\alpha^2, r1 = (1 - e^{-\alpha T})/\alpha, s1 = e^{-\alpha T}, \alpha \text{ 为 Jerk 模型机动频率。}$$

#### 1.2 观测方程

$$Z_k = h(X_k) + V_k \tag{3}$$

$$h(X_k) = \begin{pmatrix} (r_k - r_{k-1})/c + N\hat{T}_{rk} + N\Delta T_{rk} \\ \arctan\left(\frac{x_k}{y_k}\right) \\ \arctan\left[\frac{z_k}{(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}}\right] \\ \frac{\dot{x}_k y_k - \dot{y}_k x_k}{x_k^2 + y_k^2} \end{pmatrix} \tag{4}$$

系统噪声  $W_k$ 、观测噪声  $V_k$  均为零均值高斯白噪声,其方差阵分别为  $Q_k$ 、 $R_k$ 。

在目标距离观测站很远,运动速度有限,相邻观测间隔时间  $T$  为秒级时,可对观测量  $\Delta Toa$  作简化。对  $r_{k-1}$  做泰勒级数展开:

$$r_{k-1} = r_k - Tr_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{r}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{r}_k + \dots = [(x_k - Tx_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{x}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{x}_k)^2 + (y_k - Ty_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{y}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{y}_k)^2 + (z_k - Tz_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{z}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{z}_k)^2]^{1/2} \quad (5)$$

CV 模型:

$$r_k - r_{k-1} \approx \hat{T}_k (x_k \sin \beta_k \cos \varepsilon_k + y_k \cos \beta_k \cos \varepsilon_k + z_k \sin \varepsilon_k) \quad (6)$$

Jerk 模型:

$$\begin{aligned} r_k - r_{k-1} &\approx \frac{1}{r_k} \left[ 2x_k (-Tx_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{x}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{x}_k) + 2y_k (-Ty_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{y}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{y}_k) + 2z_k (-Tz_k + \frac{1}{2} T^2 \ddot{z}_k - \frac{1}{6} T^3 \dddot{z}_k) \right] \\ &= \hat{T}_k (x_k \sin \beta_k \cos \varepsilon_k + y_k \cos \beta_k \cos \varepsilon_k + z_k \sin \varepsilon_k) - \frac{1}{2} \hat{T}_k^2 (x_k \sin \beta_k \cos \varepsilon_k + y_k \cos \beta_k \cos \varepsilon_k + z_k \sin \varepsilon_k) \\ &\quad + \frac{1}{6} \hat{T}_k^3 (\ddot{x}_k \sin \beta_k \cos \varepsilon_k + \ddot{y}_k \cos \beta_k \cos \varepsilon_k + \ddot{z}_k \sin \varepsilon_k) \end{aligned} \quad (7)$$

## 2 基于 Jerk 模型的 IMM 跟踪滤波算法

UKF 是基于 UT(unscented transformation)变换的卡尔曼滤波(KF)方法,可以获得比 KF 更高阶的跟踪精度,用 UKF 算法代替 IMM 模型所采用的标准 KF 算法,在非线性的滤波中可以有效提高跟踪精度和稳健性。下面给出基于 UKF 的 IMM 算法的步骤。

(1) 输入交互

$$\hat{X}_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^r \hat{X}_{k-1|k-1}^i \mu_{k-1|k-1}^i, \quad j = 1, \dots, r; r = 2$$

$$P_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^r \mu_{k-1|k-1}^i \{ P_{k-1|k-1}^i + [ \hat{X}_{k-1|k-1}^i - \hat{X}_{k-1|k-1}^{0j} ] [ \hat{X}_{k-1|k-1}^i - \hat{X}_{k-1|k-1}^{0j} ]^T \},$$

$$\mu_{k-1|k-1}^i = p_{ij} \mu_{k-1}^i / \bar{c}_j, \quad \bar{c}_j = \sum_{i=1}^r p_{ij} \mu_{k-1}^i$$

(2) 模型的条件滤波

分别对每个模型的滤波过程都采用 UKF 滤波,下面是 UKF 滤波过程:

Step1 计算 Sigma 点;

$$\hat{X}_{k-1}^{a,j} = [ \hat{X}_{k-1|k-1}^{0j} \quad 0 \quad 0 ]^T, \quad P_{k-1}^{a,j} = \begin{bmatrix} P_{k-1|k-1}^{0j} & 0 & 0 \\ 0 & Q^j & 0 \\ 0 & 0 & R^j \end{bmatrix},$$

$$\chi_{k-1}^{a,j} = [ \hat{X}_{k-1}^{a,j} \quad \hat{X}_{k-1}^{a,j} + \sqrt{(L+\lambda) P_{k-1}^{a,j}} \quad \hat{X}_{k-1}^{a,j} - \sqrt{(L+\lambda) P_{k-1}^{a,j}} ]$$

Step2 时间更新;

$$\chi_{k|k-1}^{s,j} = f_j [ \chi_{k-1}^{s,j}, \chi_{k-1}^{u,j} ], \quad \hat{X}_k^{j-} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{k|k-1}^{s,j}$$

$$P_k^{j-} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [ \chi_{k|k-1}^{s,j} - \hat{X}_k^{j-} ] [ \chi_{k|k-1}^{s,j} - \hat{X}_k^{j-} ]^T$$

$$Z_{k|k-1}^j = h [ \chi_{k|k-1}^{s,j} - \chi_{k-1}^{a,j} ], \quad \hat{Z}_k^j = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Z_{k|k-1}^j$$

Step3 测量更新。

$$P_{\hat{Z}_k^j}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [ Z_{k|k-1}^j - \hat{Z}_k^j ] [ Z_{k|k-1}^j - \hat{Z}_k^j ]^T, \quad P_{\chi_{k-1}^j}^j = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [ \chi_{k-1}^{s,j} - \hat{X}_k^{j-} ] [ Z_{k|k-1}^j - \hat{Z}_k^j ]^T$$

$$K_k^j = P_{\chi_{k-1}^j}^j (P_{\hat{Z}_k^j}^j)^{-1}$$

$$\hat{X}_{k|k}^j = \hat{X}_k^j + K_{k|k}^j (Z_k - \hat{Z}_k^j), \quad P_{k|k}^j = P_k^j - K_{k|k}^j P_{k|k}^j K_{k|k}^{jT}$$

(3)模型概率更新

$$\mu_k^j = \Lambda_k^j \bar{c}_j / c, \quad \Lambda_k^j = (2\pi)^{-n/2} \det(S_k^j)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (v_k^j)^T (S_k^j)^{-1} v_k^j\right], \quad c = \sum_{j=1}^r \Lambda_k^j \bar{c}_j$$

(4)输出交互

$$\hat{X}_{k|k} = \sum_{j=1}^r \hat{X}_{k|k}^j \mu_k^j, \quad P_{k|k} = \sum_{j=1}^r \mu_k^j \{ P_{k|k}^j + [\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^j][\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^j]^T \}$$

### 3 仿真试验

由于文献[7]认为 Jerk 模型在与实际相差较大的航迹中取得的良好跟踪效果并不能令人信服,所以根据实际情况,设计了匀速巡航、以两种不同角速度  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的匀速转弯机动、匀速巡航的飞行航迹,以检验基于 Jerk 模型的 IMM 算法的跟踪效果。

假定辐射源初始位置为  $(-100\text{km}, 100\text{km}, 5\text{km})$ ,以  $300\text{m/s}$  的速度沿着  $Y$  轴做匀速直线运动飞行  $100\text{s}$ 后,在  $XOY$  平面内,以  $\omega_1 = 0.05\text{rad/s}$  作匀速转动飞行  $50\text{s}$ ,再以  $\omega_2 = 0.08\text{rad/s}$  作匀速转动飞行  $50\text{s}$ ,最后作  $100\text{s}$  的匀速巡航。观测周期  $T = 1\text{s}$ ,机动频率  $\alpha_{\text{Singer}} = 1/60, \alpha_{\text{Jerk}} = 0.006$ ,测量精度  $\sigma_{\Delta r_{k|k}} = 10\text{ns}$ ,  $\sigma_{\beta_k} = 5\text{mrad}, \sigma_{\epsilon_k} = 5\text{mrad}, \sigma_{\dot{\beta}_k} = 0.2\text{mrad/s}$ 。在  $0 \sim 50\text{s}$ ,用单模型算法进行跟踪;在  $50 \sim 300\text{s}$ ,用多模型算法进行跟踪。模型的转移概率矩阵  $p = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.03 & 0.97 \end{bmatrix}$ ,初始概率  $\mu_0 = [0.95 \quad 0.05]^T$ ,利用本文的 IMM-Jerk 算法和传统的 Singer 模型,分别作  $M(=50)$  次 Monte-Carlo 仿真。仿真结果用径向距离相对误差

$$\rho RE_k = \frac{\sqrt{\frac{1}{M} \sum_{n=1}^M (x_{k,n} - \hat{x}_{k,n})^2 + (y_{k,n} - \hat{y}_{k,n})^2 + (z_{k,n} - \hat{z}_{k,n})^2}}{\sqrt{\frac{1}{M} \sum_{n=1}^M (x_{k,n})^2 + (y_{k,n})^2 + (z_{k,n})^2}} \times 100\% \quad (8)$$

表示。其中,  $(x_{k,n}, y_{k,n}, z_{k,n}), (\hat{x}_{k,n}, \hat{y}_{k,n}, \hat{z}_{k,n})$  分别为第  $n$  次仿真中  $k$  时刻辐射源位置的真实值和估计值。

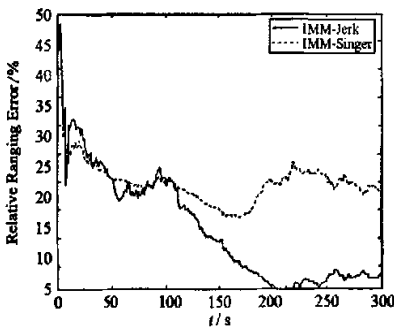


图2 径向距离相对误差比较

Fig.2 The relative ranging error of tracking

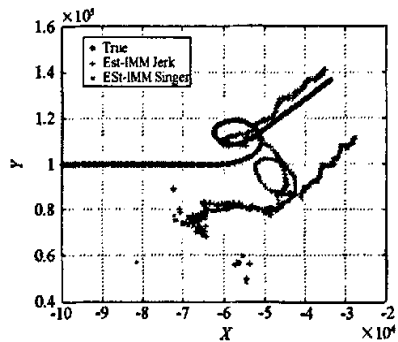


图3 XOY 平面内航迹跟踪比较

Fig.3 Simulation of passive location

由图2~5 可以看到,在  $50 \sim 100\text{s}$  时,IMM-Jerk 跟踪效果与 IMM-Singer 模型的跟踪效果基本相同;在  $100 \sim 200\text{s}$  时,航迹由匀加速直线运动变换为匀速转动,IMM-Jerk 跟踪效果要远远优于 IMM-Singer,尤其是在角速度从  $\omega_1$  过渡到  $\omega_2$  时,IMM-Jerk 滤波跟踪中并没有发生很大的跳动,而 IMM-Singer 发生很大的跳动,甚至在  $\omega_1$  时跟踪效果反而要劣于在  $\omega_2$  时。在  $200 \sim 300\text{s}$  时,目标匀速运动,IMM-UKF 的跟踪效果明显优于 IMM-Singer 模型。

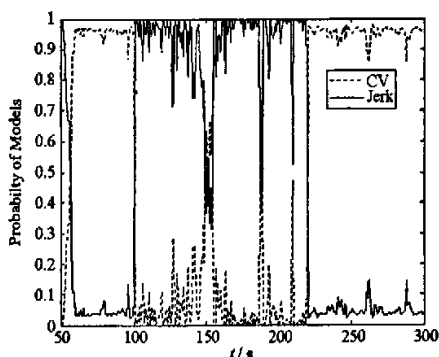


图4 IMM-Jerk-UKF

Fig.4 IMM-Jerk-UKF

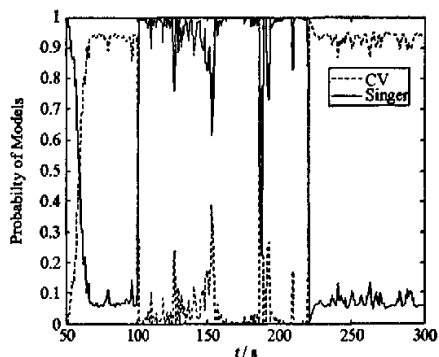


图5 IMM-Singer-UKF

Fig.5 IMM-Singer-UKF

由此可以看到, Jerk 模型在跟踪机动程度较高的运动时取得了很好的效果。IMM-Jerk 在两种角速度的情况下, 都有很好的跟踪效果; 在不同航迹的切换过渡中, 也有很好的适应性, 跟踪效果并没有很大的起伏。总体来说, IMM-Jerk 算法在跟踪目标有多种机动运动时效果优于 IMM-Singer 模型, 适合对目标机动运动的跟踪。

#### 4 结论和展望

针对空中运动目标经常发生的转弯等机动飞行的情况, 提出了一种基于 Jerk 模型的无源定位跟踪滤波算法 IMM-Jerk, 通过仿真可以看到, 对不同角速度的转弯机动都能体现出良好的跟踪效果。由于 Jerk 模型是需要先验知识的机动运动模型, 如何有效合理的设置机动参数是算法能够发挥最大效应的关键。

#### 参考文献:

- [1] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [2] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 等. 一种固定单站对运动辐射源的无源定位跟踪算法[J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(4): 27-30.
- [3] 周亚强. 基于视在加速度信息的单站无源定位与跟踪关键技术研究及其实验[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.
- [4] 郭福成, 孙仲康. 三维机动辐射源的单站无源跟踪方法[J]. 现代雷达, 2005, 27(3): 5-8.
- [5] Tian H, Jing Z, Hu S, et al. Tracking a 3D Maneuvering Target Using Bearings-only Measurements [C]//Proceedings of International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2004: 845-850.
- [6] Zhan R, Wan J. Passive Maneuvering Target Tracking Using 3D Constant-turn Model [C]//IEEE Conference on Radar, 2006: 404-411.
- [7] Li X R, Jilkov V P. Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I: Dynamic Models [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.
- [8] Mehrotra K, Mahapatra P R. A Jerk Model for Tracking Highly Maneuvering Targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997: 1094-1105.
- [9] Mahapatra P R, Mehrotra K. Mixed Coordinate Tracking of Generalized Maneuvering Targets Using Acceleration and Jerk Models [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000: 992-1000.
- [10] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2000, 45 (3): 477-482.
- [11] Gustafsson F, Gunnarsson F, Bergman N, et al. Particle Filters for Positioning, Navigation, and Tracking [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002: 425-437.



