

文章编号: 1001-2486(2007)04-0091-04

一种不需要特征值分解的 MUSIC 方法*

于红旗, 黄知涛, 周一宇, 徐欣

(国防科技大学 电子工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: MUSIC 方法是空间谱估计中经典的子空间方法。提出了一种构造参考信号的预处理模型, 提出了一种适合于 MUSIC 方法的多级维纳滤波结构。新方法避免了采样数据二阶统计的特征值分解, 降低了运算量。仿真结果证明了方法的有效性。

关键词: 阵列信号处理; 多级维纳滤波; MUSIC 算法; DOA 估计

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** B

An Improved MUSIC Algorithm without Eigenvalues Decomposition

YU Hong-qi, HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu, XU Xin

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: MUSIC algorithm is a classic subspace method for spatial spectrum estimation. In this paper, a pretreatment model is presented to construct the reference signal. The configuration of the multi-stage Wiener filter that is fit for MUSIC algorithm is proposed. Due to avoiding eigenvalue decomposition of the sampling data autocorrelation, the new method has less computational complexity. Simulation results demonstrate the effectiveness of the new method.

Key words: array signal processing; multi-stage Wiener filter; multiple signal classification algorithm; direction-of-arrival estimation

阵列信号处理广泛应用于雷达、声纳、通信以及地震探测等领域中。通常感兴趣的参数就是从采样数据中检测信号源的来向。子空间方法是其中重要的一类方法, 子空间方法的计算量相对最大似然方法小, 不会收敛到局部极值, 且估计精度很高, 因此得到了广泛应用。子空间方法主要有: Pisarenko 伪谱方法^[1]、MUSIC (multiple signal classification) 方法^[2]、ESPRIT (estimation of signal parameters via rotational invariance techniques) 方法^[3]、求根 MUSIC 方法^[4-5]等以及这些算法的二维扩展^[6]等。子空间方法需要求得信号子空间或噪声子空间, 传统 MUSIC 方法通过自相关矩阵特征值分解得到的特征向量来构造信号子空间或噪声子空间, 对 N 维方阵的特征值分解过程的运算量一般为 $O[N^3]$, 特征值分解过程的运算量大, 难以满足实时处理的要求, 快速算法也主要集中在寻求替代特征值分解的算法方面。目前较为有效的快速算法主要有多级维纳滤波 (MSWF)^[7] 和传播算子方法 (PM)^[8] 等。PM 方法基于阵列流型分解, 以采样数据来估计分解后的阵列流型矩阵, 运算量较小, 但估计性能较差。在已知信号形式的时候, MSWF 的参考信号可以选取为发射信号, 以获得较好的效果, 但在无源侦察等应用中, 信号波形难以确切获得, 本文提出了一种构造预处理滤波器的方法, 以将 MSWF 引入到 MUSIC 算法中, 提出了适合于 MUSIC 方法的多级维纳滤波器的结构。

1 阵列信号模型

考虑有 N 个全向阵元的均匀线阵, 快拍数为 P , 设有 M 个窄带远场信号, 阵元间距 d 为 $\lambda/2$, λ 为窄带信号的波长。定义信号的波达方向为信号来向与阵列法线的夹角。则一次快拍可以表示为:

$$X(n) = AS(n) + N(n) \quad (1)$$

其中, A 为阵列流型, $S(n)$ 为信号向量, $N(n)$ 为噪声向量, 式(1)就是均匀线阵接收窄带信号的模型。

* 收稿日期: 2006-09-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60502040)

作者简介: 于红旗 (1978-), 男, 博士生。

采样数据的自相关及其分解为 $R = E[X(n)X^H(n)] = A\Sigma A^H + \sigma^2 I$, 该式为采样数据的二阶统计, 在实际应用中, 一般对各次快拍自相关进行平均, 以获得自相关的估计, 即 $\hat{R} = X(n)X^H(n)/P$. 对 \hat{R} 进行特征值分解, 并按照特征值从大到小的顺序排列成一对角阵, 对应的特征向量构成了信号子空间 $S = [s_1, s_2, \dots, s_n]_{m \times n}$ 和噪声子空间 $G = [g_1, g_2, \dots, g_{m-n}]_{m \times (m-n)}$. 定义 MUSIC 空间谱函数:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{a^H(\omega)GG^H a(\omega)} \tag{2}$$

式(2)的峰值对应了信号的到达方向。

2 多级维纳滤波

多级维纳滤波是由 Goldstein 等在 1998 年提出的^[7], 该方法最初用于干扰抑制及波束形成^[7], 属于降维算法的一种。通过建立适当的模型, 采用多级维纳滤波算法可以避免复杂的矩阵特征值分解运算, 因此得到了广泛的研究。

在 LMS 准则下, 典型的维纳滤波器系数为

$$w_0 = R_0^{-1} r_{x_0 d_0} \tag{3}$$

其中, $R_0 = E[X_0(k)X_0^H(k)]$ 为观测数据的协方差矩阵, $r_{x_0 d_0} = E[X_0(k)d_0^*(k)]$ 为观测数据与参考信号的互相关矢量。直接求滤波系数 w_0 需要求协方差矩阵 R_0 的逆, 它的运算量与观测数据的维数有很大的关系。因此, 如果能把观测数据变换成低维的数据再进行处理, 并且不影响滤波器的估计性能, 则可以提高算法的处理速度, 这就是多级维纳滤波降维处理的基本原理。

多级维纳滤波降维处理的主要思想是: 对观测信号进行多次正交投影分解, 每次分解得到两个子空间, 一个子空间平行于参考信号与上一次观测信号的互相关矢量, 另一个则正交于该子空间, 然后对垂直于互相关矢量的子空间用同样的方法再次进行分解。在经过 $D(D \leq N)$ 次分解后得到一个 $N \times D$ 的矩阵, 用它对观测信号进行变换, 使得所有的处理可在更低维数上进行, 从而降低了算法的运算量, 提高了算法的处理速度^[7]。

现考虑如下结构的非奇异矩阵

$$T_1 = [h_1 \quad B_1] \tag{4}$$

其中, h_1 为单位化的互相关矢量, $h_1 = \frac{r_{x_0 d_0}}{\sqrt{r_{x_0 d_0}^H r_{x_0 d_0}}}$, B_1 是一个 $N \times (N-1)$ 维的矩阵, 它张成 $r_{x_0 d_0}$ 的零

空间, 因此有 $B_1^H h_1 = 0$ 。用 T_1 对观测数据 $X_0(k)$ 进行变换, 然后对变换后的数据进行滤波, 相当于产生了一个新的 $N-1$ 维的维纳滤波器, 该滤波器的输入数据 $X_1(k)$ 为 $N-1$ 维, 该滤波器与典型维纳滤波器具有相同的结构。因此, 维纳滤波器 w_2 可用同样的方法进行分解, 直到最后形成的维纳滤波器只有一维。图 1 给出了 $N=4$ 的维纳滤波器正交投影分解后的结构图。

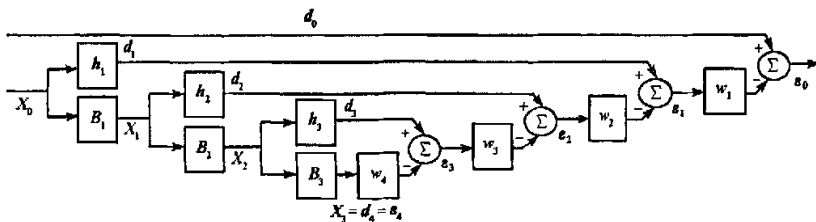


图 1 $N=4$ 的多级维纳滤波器结构
Fig.1 The structure of four-rank MSWF

3 一种不需要特征值分解的 MUSIC 方法

如果已知信号源中某一个信号的信号结构,可以使用这一先验信息来构造参考信号 $d_0(k)$,再按照上面提出的算法应用多级维纳滤波就可以实现 DOA 的估计。但在实际应用中,特别是无源阵列侦察测向应用中,一般没有信号源结构这一先验信息,这样就无法使用多级维纳滤波得到真实的信号子空间,只能得到其估计。为了能够将多级维纳滤波应用于 MUSIC 方法中,本文提出如图 2 所示的预处理模型,以构造 MSWF 所用的参考信号。

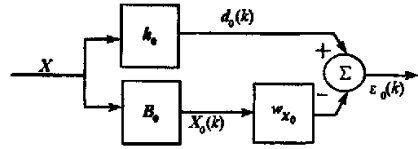


图 2 预处理模型

Fig.2 The pretreatment model

在该预处理模型中, X 为一 $N \times P$ 的阵列采样数据矩阵,每一列代表一次快拍。取 B_0 为求输入的自相关,取 h_0 为求自相关的均值,即

$$d_0 = \text{mean}(R_{XX})$$

$$X_0 = R_{XX}$$

多级维纳滤波过程需要阻塞矩阵,文献[7]给出了一种求阻塞矩阵的方法,使用该方法,在多级维纳滤波的计算过程中 h_{i+1} 和 $X_{i+1}(k)$ 的行数均递减,如果多级维纳滤波的阶数足够大, h_{i+1} 和 X_{i+1} 的行数可以递减到 1。这种行数逐渐递减的过程的优势在多级维纳滤波的综合过程中表现为运算量较小。而在本文的算法中只需利用多级维纳滤波的 M 阶前向分解过程,因此考虑使用另外一种更简单的阻塞矩阵来进行计算。

多级维纳滤波过程中,阻塞矩阵只要保证

$$B_i^H h_i = 0 \quad (5)$$

即可。从式(5)中可以看出,两者互为零空间。可以令

$$B_i = I - h_i h_i^H$$

使用下面两式来估计信号子空间和噪声子空间:

$$\hat{S} = [h_1, h_2, \dots, h_M]$$

$$\hat{G} = [h_{M+1}, h_{M+2}, \dots, h_N] \quad (6)$$

将式(6)代入式(2)可得 MUSIC 谱函数。这样,就避免了采样数据二阶统计的特征值分解过程。算法的过程及其运算量如表 1 所示。

表 1 改进的 MUSIC 算法及其运算量

Tab.1 The improved MUSIC algorithm and it's computation complexity

处理流程	公 式	运算量
预处理过程	$d_0 = \text{mean}(R_{XX})$ $X_0 = R_{XX}$	$O(N^2 P)$
前向递推	$i = 1, 2, \dots, M$ $r_{i-1}^{T_{i-1}} = (X_{i-1} \cdot d_{i-1}) / P$ $h_i = r_{i-1}^{T_{i-1}} / \sqrt{r_{i-1}^{T_{i-1}} \cdot r_{i-1}^{T_{i-1}}}$ $d_i = h_i^H X_{i-1}$ $X_i = X_{i-1} - h_i d_i$	$O(N^2)$ $O(N^2)$ $O(N^2)$ $O(N^2)$
MUSIC 算法	由 $[h_1, h_2, \dots, h_M]$ 得到信号子空间 S 或噪声子空间 G , 代入 $P_{\text{music}} = \frac{1}{a^H(\omega) G G^H a(\omega)}$, 即得到 MUSIC 谱函数	

根据表 1,本文提出方法的运算量为 $O[(P + 2M)N^2 + 2MN]$,在实现时,采用相关相减的结构可以

进一步降低运算量。而基于特征分解的 MUSIC 算法的运算量为 $O(PN^2 + N^3)$ 。在诸如水声信号处理等应用中,阵元个数较多时,本文算法能大大减小运算量。而且,本文算法在求解信号子空间时,以简单的乘加运算代替了特征值分解,因此方便使用 DSP 或 FPGA 内部的乘加单元来进行快速的硬件实时处理。

4 仿真试验

设定仿真条件如下:有两个信号从 8° 、 13° 入射到间距为 $\lambda/2$ 的均匀线阵,阵元个数为 8,快拍数为 100,仿真次数为 200。图 3(a)给出了 MUSIC 算法和本文算法分辨概率的比较,图 3(b)给出了两种方法均方根误差(rms)的比较。从图中可以看出,改进后的算法性能接近于 MUSIC 算法。

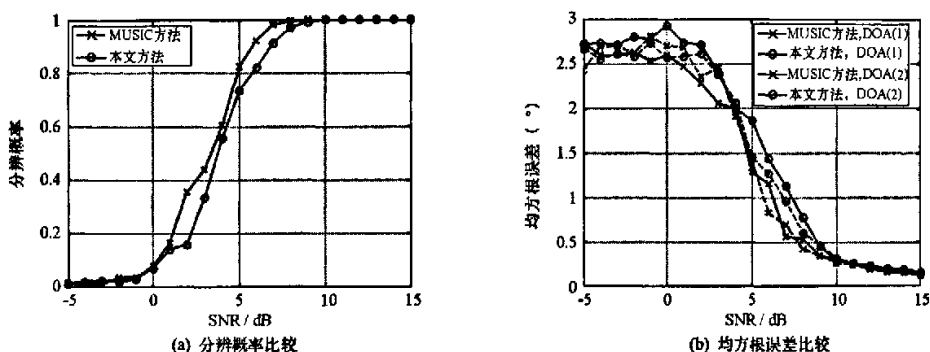


图3 性能仿真对比

Fig.3 Comparison of estimation performance

5 结论

新方法对将多级维纳滤波引入到 MUSIC 算法进行了尝试,提出了一种设计预处理模型思路,根据 MUSIC 算法的实际情况,提出了较简单的阻塞矩阵的设计。新方法不需要对阵列采样数据协方差进行特征值分解就得到了信号子空间,降低了运算量且易于硬件实现。

参考文献:

- [1] Pisarenko V F. The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function[J]. Geophysical Journal Royal of Astronomical Society, 1973,33:347 - 366.
- [2] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Trans, 1986, 34:276 - 280.
- [3] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques[J]. IEEE Trans., 1989,37(7):984 - 995.
- [4] Barabell A. Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-based Direction Finding Algorithm[C]//Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1983:336 - 339.
- [5] Rao B D, Hari K V S. Performance Analysis of Root-Music[J]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions, 1989,37:1939 - 1949.
- [6] 刘全,王雪松,皇甫堪. 二维虚拟 ESPRIT 算法[J]. 国防科技大学学报,1999(4).
- [7] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. A Multistage Representation of the Wiener Filter Based on Orthogonal Projections[J]. Information Theory, IEEE Transactions, 1998,44: 2943 - 2959.
- [8] Marcos S, Marsal A, Benidir M. The Propagator Method for Source Bearing Estimation[J]. Signal Processing, 1995,42:121 - 138.

