

文章编号: 1001- 2486(2007) 05- 0018- 05

GEO 导航星广播星历拟合改进算法设计*

高玉东, 郝晓宁, 王 威

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 设计了倾角较小的 GEO 导航星的广播星历拟合算法。该方法的核心思想是在常规拟合算法的基础上对位置观测量进行合理的坐标系参考平面旋转, 特别是提出针对拟合迭代初值进行相应的坐标变换, 从而既可以解决轨道参数拟合的相关性问题, 使轨道参数拟合快速收敛, 同时又兼顾了用户接收机的计算简便化。通过仿真验证, 该方法简洁有效, 拟合中误差 RMS 在厘米量级, 能够保证拟合精度。

关键词: GEO; 广播星历参数拟合; 小倾角; 坐标变换; 快速收敛

中图分类号: V412 **文献标识码:** A

An Improved Fitting Algorithm Design of Broadcast Ephemeris for GEO Satellite

GAO Yudong, XI Xiaoning, WANG Wei

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An improved fitting algorithm of Broadcast Ephemeris for GEO satellite with near-zero inclination is introduced in the paper. The main idea of the algorithm requires the appropriate rotation of the coordinate reference plane to the position observations based on the general algorithm. Within the algorithm, in particularly, the corresponding coordinate transformation to the fitting initial value is proposed. According to the method, fitting problem in the correlation of orbital parameters can be resolved, and the convergence of iterations is quickly achieved. Meanwhile, the computation for the user receiver is simplified. The simulation results show that the Root-Mean-Square error reaches centimeter level and the fitting accuracy can be guaranteed, indicating the effectiveness of the method.

Key words: GEO (Geostationary Earth Orbit); fitting of broadcast ephemeris parameters; near-zero inclination; coordinate transformation; quick convergence

GPS (Global Positioning System) 的广播星历拟合算法在 MEO (Medium Earth Orbit) 卫星中很容易成功应用, 主要是因为二者具有比较相似的轨道特征^[1-2]。但对于导航系统中出现的 GEO (Geostationary Earth Orbit) 卫星, 由于其轨道倾角接近于 0° , 此时近地点幅角 ω 和升交点赤经 Ω 就具有奇异性, 参数之间的相关性显著增强, 如果直接利用常规方法进行参数拟合, 拟合精度比较差, 或者拟合失败。

为了保持广播星历参数的一致性, 需要采用简单的方法消除奇异, 文献[2-3]对此问题给出了一种坐标转换的解决方法, 本文基于常规 GPS 广播星历拟合算法, 提出针对 GEO 卫星拟合的改进算法, 重点从两个方面改进: (1) 提出对拟合初值进行坐标变换。笔者研究发现拟合算法对拟合初值比较敏感, 需对拟合初值进行相应的坐标变换, 同时对变换过程进行了很大简化, 仿真结果表明对拟合初值的处理步骤非常关键并且切实有效, 避免了拟合发散的情况, 且可以使轨道参数拟合快速收敛, 提高了整个算法的效率; (2) 选择更加合理的坐标系进行坐标变换后再在地固坐标系中拟合。提出在与参考时刻 t_{ref} 对应的地固坐标系重合的惯性系进行坐标变换, 然后再用一系列的地固坐标进行拟合。整个坐标变换过程物理意义十分明确, 不但使接收机用户算法比常规算法仅在最后增加一步, 而且避免了计算格林尼治恒星时角, 大大减少了用户接收机的运算量。本文提出的拟合算法很好地解决了轨道参数拟合的相关性问题, 使轨道参数拟合能够快速收敛, 同时又兼顾了用户接收机的计算简便化。

* 收稿日期: 2007- 03- 05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072076); 国家 863 计划资助项目(2003AA735083)

作者简介: 高玉东(1979-), 男, 博士生。

1 常规拟合算法

GPS 用到 16 个广播星历参数,其中星历参考历元 t_{oe} 是已知的,因此真正需要拟合的 GPS 广播星历参数只有 15 个^[1],包括开普勒 6 参数:卫星轨道半长轴的平方根 \sqrt{a} 、卫星轨道偏心率 e 、参考时刻 t_{oe} 对应的轨道倾角 i_0 、升交点准经度 Ω_0 、近地点角距 ω_0 以及平近点角 M_0 ;另外还包括 9 个轨道摄动参数:平均角速度的改正数 Δn 、升交点赤经的变化率 $\dot{\Omega}$ 、轨道倾角的变化率 \dot{i} 、升交角距的正余弦调和改正项的振幅 C_{us} 、 C_{uc} 、轨道倾角的正余弦调和改正项的振幅 C_{is} 、 C_{ic} 、地心距的正余弦调和改正项的振幅 C_{rs} 、 C_{rc} 。因此待估状态参数向量和观测方程为

$$X = (\sqrt{a}, e, i_0, \Omega_0, M_0, \Delta n, \dot{\Omega}, \dot{i}, \omega, C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic}, C_{rs}, C_{rc})^T \quad (1)$$

$$Y = Y(X, t) \quad (2)$$

其中, X 为参考历元时刻的广播星历参数, Y 为一含 m ($m \geq 15$) 个观测量的观测列向量,一个观测量对应卫星的一个位置分量。

对式(2)采用最小二乘估计,将其线性化并进行迭代修正,利用间接平差的方法求出广播星历参数。具体方法可参见文献[1-2],经过迭代收敛后可得到 X 的改正量 x 的最优估值

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T y \quad (3)$$

其中, H 为观测量对广播星历参数的偏导数矩阵, y 为自由项。对于开普勒 6 参数迭代计算的初值可以取为历元时刻 t_{oe} 的密切轨道根数,其余 9 个摄动参数初值取为 0^[2]。

偏导数矩阵 H 是从广播星历用户算法中获取的,用户算法中由广播星历参数计算卫星位置的步骤和各中间变量的物理意义详见文献[4-6],最后卫星在地固坐标系中的位置矢量可表示为

$$r = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos u \cos \Omega - \sin u \cos i \sin \Omega \\ \cos u \sin \Omega + \sin u \cos i \cos \Omega \\ \sin u \sin i \end{bmatrix} \cdot r = B \cdot r \quad (4)$$

其中, X 、 Y 、 Z 表示卫星在地固坐标系中各位置分量; r 、 u 、 i 表示经摄动改正的卫星位置矢量大小、升交点角距和轨道倾角; Ω 表示卫星在观测时刻对应的升交点经度; B 表示自定义矩阵符号。

采用解析的方法计算 H 矩阵偏导数比较复杂,限于篇幅,这里不再给出。在求解过程中,也可采用差分方法计算偏导数,经验证与解析式得出的结果一致^[2],但是在差分方法中,待估参数自变量的改变量需要根据经验选择,太大会超出线性范围,太小则不能维持有效位数,均不能保证计算精度。另外,不同的待估参数取的改变量也不同,因此本文采用解析方法求解 H 。

2 GEO 拟合改进算法设计

对于 GEO 卫星,轨道倾角接近 0° , ω 和 Ω 就具有奇异性,参数相关,此时如果直接利用上述的常规方法进行参数拟合,拟合精度比较差,甚至拟合失败。深究其原因,这种奇异性主要是由于坐标系的参考平面选择不当所致,如果选择不同的坐标系,问题就很容易解决。

可以考虑在惯性系下进行坐标系参考平面的改变,文献[2-3]提出了一种坐标变换的方法,可通过下式表示

$$R' = R_3(GAST) \cdot R_1(n) \cdot R_3(-GAST) \cdot R \quad (5)$$

其中, R 为卫星在地固坐标系中的观测位置矢量, R' 为坐标变换后得到的新的地固坐标系下的卫星位置矢量, $GAST$ 为卫星位置矢量对应时刻的格林尼治恒星时, n 表示参考平面旋转的角度(n 取 $1^\circ, 2^\circ, \dots, 5^\circ$ 均可,同时沿逆时针效果相同), R_1 、 R_3 表示初等转换矩阵。

实际上通过式(5)是将观测量在瞬时真赤道坐标系下进行坐标旋转(忽略极移影响),为了便于描述将其称为方法一。研究中发现拟合算法对拟合初值比较敏感,算法中由于坐标系参考平面发生了改变,为了使拟合迭代能够快速收敛,甚至避免拟合参数收敛域狭窄导致的拟合发散,因此除了上述对观测量的坐标变换外,本文特别提出将拟合迭代初值进行相应坐标变换,同时对变换过程进行简化,结果表明

对拟合初值专门的处理步骤非常关键且切实有效,目前还没有文献对该问题进行过阐述。

2.1 拟合初值的坐标变换

与观测的坐标变换相一致,对应于方法一的拟合初值的变换过程如下:

- (1) 计算历元时刻 t_{oe} 对应的瞬时真赤道坐标系下的卫星位置、速度矢量。可以从 J2000.0 惯性坐标系经过岁差、章动改正得到;
- (2) 将得到的位置、速度矢量绕 X (或 Y) 轴旋转 n , 采用的是同观测量变换同样的变换方法, 得到一组新的转换后的位置、速度矢量;
- (3) 将得到的新的位置、速度矢量转换到 J2000.0 惯性坐标系下, 并转化为轨道根数形式, 得到一组新的对应历元时刻 t_{oe} 的密切轨道根数, 作为迭代求解的初值。

图 1 较清晰地说明了拟合初值的坐标变换过程。



图 1 拟合初值的坐标变换

Fig. 1 Coordinate transformation to the fitting initial value of first method

因此拟合初值的变换过程可通过下式表示

$$\begin{cases} \mathbf{R}'_I = \mathbf{M}_{Pre}^T \cdot \mathbf{M}_{Nut}^T \cdot \mathbf{R}_I \begin{pmatrix} n \\ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M}_{Nut} \cdot \mathbf{M}_{Pre} \cdot \mathbf{R}_I \\ \mathbf{V}'_I = \mathbf{M}_{Pre}^T \cdot \mathbf{M}_{Nut}^T \cdot \mathbf{V}_I \begin{pmatrix} n \\ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M}_{Nut} \cdot \mathbf{M}_{Pre} \cdot \mathbf{V}_I \end{cases} \quad (6)$$

其中, \mathbf{R}_I 、 \mathbf{V}_I 表示变换前历元时刻 t_{oe} 对应的 J2000.0 惯性坐标系下卫星的位置、速度矢量; \mathbf{M}_{Pre} 表示岁差改正矩阵; \mathbf{M}_{Nut} 表示章动改正矩阵; \mathbf{R}'_I 、 \mathbf{V}'_I 表示变换后历元时刻 t_{oe} 对应的 J2000.0 惯性坐标系下卫星的位置、速度矢量。

事实上,上述的过程为严格的坐标变换过程,但作为为拟合初值服务的计算,这里可以忽略岁差、章动的影响作简化处理,即直接将 J2000.0 惯性坐标系下的位置、速度矢量绕 X 轴旋转 n , 然后将其转化为轨道根数形式作为迭代的初值。简化后坐标旋转过程如下

$$\begin{cases} \mathbf{R}'_I = \mathbf{R}_1 \begin{pmatrix} n \\ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{R}_I \\ \mathbf{V}'_I = \mathbf{R}_1 \begin{pmatrix} n \\ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}_I \end{cases} \quad (7)$$

需要注意的是经过坐标变换求出的一组新的 t_{oe} 对应的密切轨道根数,在作为拟合参数迭代过程的初值前,必须转化为广播星历中定义的开普勒 6 参数形式,例如升交点赤经须转化为升交点准经度,二者可通过下式转换

$$\Omega_0 = \Omega_{oe} - GAST_{\omega} \quad (8)$$

其中, Ω_{oe} 表示参考时刻 t_{oe} 的升交点赤经; $GAST_{\omega}$ 表示星期开始历元对应的格林尼治恒星时。

另外,用户在获取导航星广播星历后,利用常规的用户算法计算卫星位置^[4-6],然后通过上述拟合星历时采用的坐标变换逆向旋转变换,获取所需的地固坐标系下的卫星位置。即

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_3(GAST) \cdot \mathbf{R}_1(-n) \cdot \mathbf{R}_3(-GAST) \cdot \mathbf{R}' \quad (9)$$

2.2 选择合理的坐标系进行参考平面旋转

方法一可以成功地解决 GEO 小倾角给拟合带来的问题,但在式(9)用户接收机解算算法中,需要求解计算瞬时历元的格林尼治恒星时角 $GAST$, 这会给接收机带来很大的运算量,给接收机的设计带来很大的不便,为了避免这一问题,这里给出一种在与参考时刻 t_{oe} 对应的地固坐标系重合的惯性系下旋转参考平面的方法,这里简称方法二。由于可以将 $GAST$ 分解为两部分,即

$$GAST = GAST_{t_{oe}} + \omega_e t_k \quad (10)$$

其中, $GAST_{t_{oe}}$ 表示参考时刻 t_{oe} 对应的格林尼治恒星时角, ω_e 为地球自转角速度, $t_k = t - t_{oe}$ 为计算瞬时

历元到参考历元的时间差, 即归化时间。所以为了避免用户计算过程中较为复杂的 $GAST_{t_{oe}}$ 项, 只计算 $\omega_e t_k$ 部分。方法二也需要两部分的坐标变换: 观测量的坐标变换和拟合初值的坐标变换。

观测量的坐标变换类似式(5), 此时进行参考平面旋转的坐标系选为与参考时刻 t_{oe} 对应的地固坐标系重合的惯性系, 具体可通过绕 Z 轴顺时针旋转 $\omega_e t_k$ 角度实现(忽略极移影响), 变换过程如下式所示

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}_3(\omega_e t_k) \cdot \mathbf{R}_1(n) \cdot \mathbf{R}_3(-\omega_e t_k) \cdot \mathbf{R} \quad (11)$$

同理, 拟合初值也进行相应的坐标变换, 类似 2.1 节所述, 变换过程如下式所示

$$\begin{cases} \mathbf{R}'_I = \mathbf{M}_{Pre}^T \cdot \mathbf{M}_{Nut}^T \cdot \mathbf{R}_3(-GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{R}_1(n) \cdot \mathbf{R}_3(GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{M}_{Nut} \cdot \mathbf{M}_{Pre} \cdot \mathbf{R}_I \\ \mathbf{V}'_I = \mathbf{M}_{Pre}^T \cdot \mathbf{M}_{Nut}^T \cdot \mathbf{R}_3(-GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{R}_1(n) \cdot \mathbf{R}_3(GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{M}_{Nut} \cdot \mathbf{M}_{Pre} \cdot \mathbf{V}_I \end{cases} \quad (12)$$

式中变量的含义同式(6)。同样地, 上述旋转过程可以简化为

$$\begin{cases} \mathbf{R}'_I = \mathbf{R}_3(-GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{R}_1(n) \cdot \mathbf{R}_3(GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{R}_I \\ \mathbf{V}'_I = \mathbf{R}_3(-GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{R}_1(n) \cdot \mathbf{R}_3(GAST_{t_{oe}}) \cdot \mathbf{V}_I \end{cases} \quad (13)$$

使用该方法时, 用户需采用上述坐标变换的逆向旋转变换, 获取所需的地固坐标系下的卫星位置, 具体如下:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}_3(\omega_e t_k) \cdot \mathbf{R}_1(-n) \cdot \mathbf{R}_3(-\omega_e t_k) \cdot \mathbf{R} \quad (14)$$

该方法旋转物理意义明确, 使接收机计算量大大简化, 同时又尽量维持了接收机算法与解算 MEO 卫星相同的通用性。另外, 对于偏心率接近于 0 的 GEO 卫星, 如果拟合不成功, 可以通过增长拟合时间跨度, 或者减少拟合参数个数的方法解决^[2-3]。

3 仿真算例及分析

本文算例中采用的 GEO 卫星在 J2000.0 惯性坐标系的初始轨道根数如表 1 所示。

表 1 GEO 卫星初始轨道根数

Tab. 1 Initial Kepler elements of the GEO satellite

a (km)	e	i ($^\circ$)	ω ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	f ($^\circ$)
42164.169637	0.020000	0.020000	0.000000	179.926919	0.000000

轨道历元为 2008 年 1 月 1 日 00:00:00

轨道计算采用的力模型有: 引力位模型为 JGM3 的 21×21 阶次, 考虑太阳、月球的第三体摄动影响, 同时考虑太阳光压影响。数值积分器采用 RKF7(8)。

为保证拟合成功, 采用 4 小时拟合弧长, 精密卫星位置观测量采样间隔为 200s。下面给出拟合参考时刻 t_{oe} 为 2008 年 1 月 1 日 00:00:00UTC 的仿真结果。当采用常规拟合算法拟合时(即不进行坐标变换), 拟合精度较差, 迭代 54 次收敛, 拟合中误差 RMS(Root-Mean-Square error) = 6.507031m, 结果如图所示。其中, dx 、 dy 、 dz 分别表示利用用户算法对拟合区间的卫星位置进行预报, 得到的解与精密星历位置坐标差值, dr 表示各坐标分量误差总的等效距离误差。

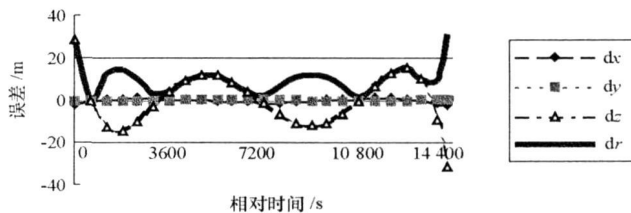


图 2 常规拟合算法拟合结果

Fig. 2 Fitting results by general algorithm

当采用方法一拟合时,取绕 X 轴旋转 1° 时,迭代2次收敛,拟合中误差 $RMS=0.05351\text{m}$;旋转 5° 时,迭代2次收敛,拟合中误差 $RMS=0.070306\text{m}$ 。拟合结果如图3所示(以下图中图例同图2)。



图3 方法一拟合结果

Fig. 3 Fitting results by first method with 1° and 5° rotation

当采用方法二拟合时,取绕 X 轴旋转 1° 时,迭代2次收敛,拟合中误差 $RMS=0.030798\text{m}$;旋转 5° 时,迭代2次收敛,拟合中误差 $RMS=0.041126\text{m}$ 。拟合结果如图4所示。



图4 方法二拟合结果

Fig. 4 Fitting results by second method with 1° and 5° rotation

仿真结果表明,对于倾角较小的GEO卫星,当采用常规算法拟合时,拟合精度较差,收敛速度慢,甚至导致拟合失败。通过采用改变坐标系参考平面的方法,同时对拟合初值进行相应地坐标变换,针对不同的GEO导航星进行了长时间运行(如1个月)的星历拟合仿真验证,均可以快速收敛,并能保证拟合精度,如图3、图4所示,拟合中误差 RMS 均在厘米量级,坐标系参考平面的旋转角度 n 可以选择在 $1^\circ \sim 5^\circ$,拟合精度一致。另外需要说明的是,本文提出的针对GEO卫星拟合的改进算法,同样适用于MEO和IGSO卫星,但由于常规算法能够适用于这两类卫星,体现不出该算法的设计出发点和应用价值。

4 结论

本文给出了针对倾角较小的GEO导航星的广播星历参数拟合改进算法。该方法在常规拟合算法的基础上,通过对位置观测量和拟合初值进行合理的坐标变换,从而很好地解决小倾角GEO卫星的轨道参数拟合相关性问题和快速收敛性问题,同时兼顾到了接收机用户算法的简单化。经过长期仿真验证,该方法快捷有效,拟合中误差 RMS 在厘米量级,能够保证拟合精度。该方法的基本思想可以根据需要引申到其他坐标系中,只需对其中涉及的某些参数和步骤作简单调整即可,对导航星座的设计有借鉴意义。该算法已经在某导航系统的体验证中成功应用。

参考文献:

- [1] 胡松杰. GPS和GLONASS广播星历参数分析及算法[J]. 飞行器测控学报, 2005, 24(3): 37-42.
- [2] 黄勇, 胡小工, 等. 中高轨卫星广播星历精度分析[J]. 天文学进展, 2006, 24(1): 81-88.
- [3] 陈刘成, 唐波. 参考系选择对Kepler广播星历参数拟合精度的影响[J]. 飞行器测控学报, 2006, 25(4): 19-25.
- [4] US Air force. GPS Interface Control Document[R]. ICD-GPS-200C, Oct. 10, 1993.
- [5] Parkinson B W, Spilker J J. Global Positioning System: Theory and Applications[C]// AIAA, Washington DC, 1995.
- [6] Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces[R]. GPS Joint Program Office, 2004: 93-98.