

文章编号: 1001-2486(2007)05-0054-06

联合二代 Bandelet 和 Wavelet 对图像进行分层压缩*

张军, 廉 藺, 黄英君, 李国辉

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 一幅图像可以分解为匀质结构图和几何纹理图两个分量。基于这种思想, 提出了一种使用二代 Bandelet 和小波对图像进行分层压缩的有效算法。首先, 使用全变分方法把原始图像 f 分解为 u 和 v 两部分, 其中 u 代表 f 中的结构分量, v 代表纹理分量; 对 u 进行小波变换, 对 v 进行二代 Bandelet 变换。采用了自顶向下的二叉树分解算法, 优化了二代 Bandelet 的二叉树建立过程。实验结果表明, 该压缩方法的重建图像在视觉效果和客观 SSIM 值两方面均优于 JPEG2000 和 Bandelets。

关键词: 图像压缩; bandelet; 小波; 全变分; 二叉树

中图分类号: TP391 文献标识码: A

Two-layered Image Compression Combining Wavelet and the Second Generation Bandelet

ZHANG Jun, LIAN Lin, HUANG Ying-jun, LI Guo-hui

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An image can be decomposed into two parts, uniform structural part and geometric texture part. Based on this idea, this paper proposes an efficient two-layered image compression method using the second generation Bandelets and wavelets. Firstly, an original image f is decomposed into u and v , where u represents the structural part and v the texture part, then u and v are compressed by using wavelets and the second generation Bandelets respectively. The paper adopts a top-down algorithm of quadtree segmentation, which optimizes the quadtree construction of the second generation Bandelet. Numerical experiments prove that our method outperforms Bandelets or JPEG2000 compression system in both visual effect and objective SSIM value.

Key words: image compression; bandelet; wavelet; total variation; quadtree

一直以来, 图像压缩都是图像处理领域研究的重点和热点课题之一。小波分析和近年来出现的多尺度几何分析(Multi-scale Geometric Analysis, MGA)使得图像压缩技术有了进一步的发展。

小波分析在处理一维信号的点奇异特征时比经典的 Fourier 分析更有效。对于二次连续可微的光滑信号 f , 小波可以达到理论上的最优逼近^[1], 但处理二维信号时所用的二维小波通常是两个一维小波的张量积, 这种小波基只有 H/V/D 三个方向信息。基方向的缺失导致了小波在逼近图像中几何边缘、纹理轮廓等高维奇异特征时浪费大量的系数, 影响了逼近的稀疏性^[2]。多尺度几何分析理论的本质在于构造出具有多方向性和各向异性的基, 其中 Bandelet^[3] 是一种研究和应用比较多的多尺度几何分析理论, Bandelet 理论上的率失真为^[4]

$$\epsilon_M \leq CM^{-\alpha} \log^{\alpha}(M) \quad (1)$$

该结果和 Kolmogorov 下限 $O(M^{-\alpha})$ 很接近^[1]。Bandelet 在二叉树分解和计算最优方向时复杂度较大, 并且无法识别灰度值渐变的区域是否为边缘。一般来说, 图像中同时包含匀质部分和纹理部分, 其中匀质部分对应于图像的低频成分, 灰度值基本保持不变, 纹理部分对应于图像的高频成分, 灰度值出现跳变。小波和 Bandelet 可以分别对图像的光滑区域和纹理部分达到理论上的最优逼近。

基于此, 本文提出了一种联合二代 Bandelet(2G Bandelet)和 wavelet 的图像分层压缩方法, 首先把待

* 收稿日期: 2007-07-20

基金项目: 国家部委资助项目(203010203)

作者简介: 张军(1975-), 女, 副教授, 在职博士生。

压缩的原始图像 f 分解成匀质的结构分量 u 和纹理分量 v , 然后对两个分量分别使用小波和 2G Bandelet 进行压缩; 本文采用了自顶向下的二叉树分解方式, 改进了 2G Bandelet 的二叉树建立过程。实验表明, 本文提出的方法优于 JPEG2000 和 Bandelet。

1 使用 L^1 空间上的全变分方法进行图像分解^[5-6]

一般来说, 图像 $f(x, y)$ 中包含高频和低频两种信息, 高频部分 $v(x, y)$ 对应图像灰度值发生跳变的区域, 如边缘曲线和几何轮廓等, 低频部分 $u(x, y)$ 对应灰度值均匀不变的区域。即

$$f(x, y) = u(x, y) + v(x, y) \quad (2)$$

图像分解的目的就是把原始图像中的高频和低频信息分成对应的结构分量 $u(x, y)$ 和纹理分量 $v(x, y)$, 常用的图像分解方法有小波分解法、非线性扩散方法和全变分方法(total variation, TV) 等。近年来, 全变分模型成为信号处理领域的一个研究热点, 主要应用于图像去噪和分解等领域。全变分法是一种研究泛函求极值问题的方法, 通过引入能量函数, 将图像分解问题转化成一个泛函求极值问题。经典的变分图像分解算法是基于最小二乘估计, 这种算法实质上就是各向同性扩散, 该方法能有效地分离图像的结构分量和纹理分量, 但同时会使图像的边缘变得模糊。

1992 年, Rudin, Osher 和 Fatemi 提出了空间 L^1 上的全变分算法——TV- L^1 模型^[7], 该模型是各向异性扩散, 因此能够很好地保持图像的边缘, 本文采用 TV- L^1 模型分解原始图像。在 TV- L^1 算法中, 图像 f 在空间 L^1 上分成 u 和 v 两个分量, 下式将被最小化

$$\min_{(u,v) \in BV \times L^1 | f = u+v} \left(\int |\Delta u| dx dy + (\lambda/2) \int |v|^2 dx dy \right) \quad (3)$$

此处 $\int |\Delta u| dx dy$ 是 u 的全变分。欧拉-拉格朗日方程为

$$-\Delta \cdot \left(\frac{\Delta u}{|\Delta u|} \right) + \lambda v = 0 \quad (4)$$



图 1 Barb 图像的 TV- L^1 分解结果

Fig. 1 Decomposition of the Barb image using the TV- L^1 model

可以看出, 该模型的扩散系数为 $1/|\Delta u|$, 在边缘处 $|\Delta u|$ 较大, 故沿边缘纹理方向的扩散比较弱, 从而较好地保留了纹理分量 v ; 在匀质区域, $|\Delta u|$ 较小, 扩散较强, 从而可以形成光滑的结构分量 u 。参数 λ 控制 u 和 v 的能量比, λ 越小, v 的能量越大, u 越平滑。在实验中, 本文取 $\lambda = 0.8$, 大小为 256×256 的 Barb 测试图像的分解结果如图 1 所示。为了更好地显示分量 v , 图 1(c) 的灰度值增加了 100。

2 基于小波和 2G Bandelet 对分量进行分层压缩

2.1 对结构分量进行小波压缩

经过 TV 方法分解后得到的结构分量 u 基本上由匀质的区域组成, 原图中包含的曲线边缘、几何轮廓等灰度值发生突变的纹理信息大部分被分解到了分量 v 中, 因此 u 中所包含的奇异信息大大降低, 这种特征非常适合使用小波变换进行低比特率压缩。

在实验中,高频信息被分离到 v 分量中,对 u 进行三层 Daubechies 9/7 小波分解^[7],其低频子带包含的能量占总能量的95%以上,而高频子带能量非常微弱(尤其是第2、3层小波分解的高频子带),因此即便是忽略掉所有高频信息,也对重建图像的质量影响不大。为了达到较高的压缩比,又不至于影响 u 分量的重建质量,本文只对第一层小波分解后的三个高频子带 HL_0 、 LH_0 和 HH_0 采用下面的方案来决定系数的取舍:对高频子带 HL_0 中的系数,因其对应于图像的竖直边缘,所以对它采用竖直边缘检测模板;对于高频子带 LH_0 中的系数采用水平边缘检测模板;对于高频子带 HH_0 采用两个斜向模板^[8](如图2所示)。经过模板检测之后, u 分量中部分较大的系数得以保留,从而在一定程度上抑制了高压缩比下可能产生的振铃效应。

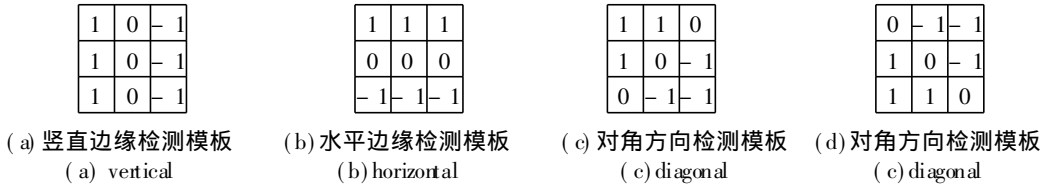


图2 检测模板

Fig. 2 Detection templates

2.2 使用 2G Bandelets 压缩纹理分量

2000年, Pennec 和 Mallat 提出了第一代 Bandelets 理论^[3]。该理论通过构造几何矢量流捕捉图像灰度级发生规则性变换的信息,进而构造出具备局部方向的自适应 Bandelet 基,它可以更有效地捕捉和保留图像中的边缘信息。第一代 Bandelet 的不足在于:没有直接在离散域中构建,离散化实现和数学分析难度较大,无法提供几何信息的多分辨率表示等。Peyre 和 Mallat 提出的 2G Bandelet^[9] 首先进行小波变换,然后在小波域的各个子带上进行二叉树分解和计算最优方向,较好地解决了第一代 Bandelet 所存在的问题,在捕捉高维奇异特征时表现出了优异的性能。

2G Bandelet 将小波域的高频子带分割成小区域,通过自适应地构造 Bandelet 基逼近小区域中的几何流特征。子带分割采用二进法^[10],每一个子带在下一层的分割中被等分成4块,分割的结果用二叉树来表示,如图3所示^[5]。对一幅支撑区域为正方形的图像,设图像整体宽度为1,则宽度为 2^{-j} 的小方块对应于二叉树中节点的深度为 j 。所有小方块 Ω_i 上 Bandelet 基集合,构成整幅图像的 Bandelets 基 $B = \{b_i\}_{1 \leq i < n^2}$ (其中 n 为原图正方形支撑区域的边长),在阈值 T 下, f 可以近似为

$$f_R = \sum_{|\langle f, b_i \rangle| \geq T} \langle f, b_i \rangle b_i \quad (5)$$

其中, R 为总比特数, $R = R_s + R_g + R_b$ 。 R_s 、 R_g 和 R_b 分别表示图像二进分割、几何流和 Bandelet 系数所需的比特数。Bandelet 变换的率失真为

$$\|f - f_R\|^2 \leq \sum_{|\langle f, b_i \rangle| \leq T} |\langle f, b_i \rangle|^2 \quad (6)$$

从图像压缩的角度出发,综合编码比特率与失真度两方面考虑,区域 S 内的最佳几何流方向,应使得的 Lagrange 函数取最小^[9]

$$L(f, R, T) = \|f - f_R\|^2 + \lambda R^2 \sum_j (R_j + R_{gj} + R_{bj}) \quad (7)$$

由于 v 主要是原始图像中的边缘和轮廓曲线等高频信息,根据 v 的这一重要特征,本文在小波分解和子带二叉树分解进行了如下改进,从而有效降低了二叉树分解的时间和所占用的内存。

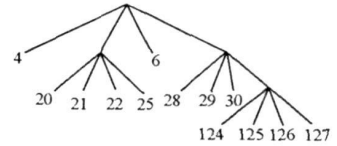
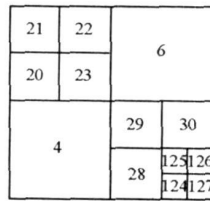


图3 子带二进分割及其二叉树表示

Fig. 3 Dyadic subband segmentation and the corresponding quadtree representation

首先对 v 仅进行 3 层小波分解, 得到三组高频子带: HL_0, LH_0 和 HH_0 ; HL_1, LH_1 和 HH_1 ; HL_2, LH_2 和 HH_2 , 此时低频子带变换系数基本上全部为 0; 然后仅对第一层小波分解的三个高频子带 HL_0, LH_0, HH_0 分别用自底向上的全局优化算法建立最佳二叉树分割, 同时得到各分割区域内的几何流方向; 而对第二、三层小波分解的高频子带 HL_1, LH_1, HH_1 和 HL_2, LH_2, HH_2 则选择其中的 HL_1 和 HL_2 进行上述操作。为了得到高频子带最佳分割方式, 本文采用自顶向下的二叉树分割算法流程, 算法描述如下:

(1) 初始化及设定: 设向下分割时最底层小方块的宽度 $l_{\min} = 4$ 像素, 子带初始尺寸为 $l \times l$ (其中 $l \leq 2^{-j/2}$), 记为方块 S , 计算 S 的最佳方向和相应的 Lagrange 函数值 $L(S)$, 令 $L_0(S) = L(S)$;

(2) 如果 $l > 2l_{\min}$ 令 $l \leftarrow \frac{1}{2}l$, S 的四个孩子记为 (S_1, S_2, S_3, S_4) , 计算最佳几何流方向和这 4 个孩子联合在一起的 Lagrange 函数值:

$$L(S) = \sum_{i=1}^4 L(S_i) + N^2 \quad (8)$$

式中添加尾项 N^2 , 是因为要将 4 个孩子作为叶节点联合在一起, 必须对它们的父节点进行编码;

(3) 令 $L_0(S) = \min(L(S), L(S))$; 如果 $L_0(S) = L(S)$, 则不必对 S 进行分解, 转入(5); 如果 $L_0(S) = L(S)$ 则转入(4);

(4) 对 S 的四个孩子(不妨仍记为 S) 中没有进行二叉树分割的孩子, 依次分别重复步骤(2)、(3);

(5) 输出二叉树分割的一个叶节点, 如果所有的子块都进行了二叉树分割, 则输出各叶节点构成的子带的二叉树分割结果, 同时输出各叶节点对应的小方块的最佳几何流方向, 算法结束, 否则转入步骤(4)。

对各个小方块 Bandelet 化得到 Bandelet 系数, 对所得的系数采用均匀量化。设 x 表示 Bandelet 系数, T 为量化阈值, 则量化值 $Q(x)$ 为

$$Q(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq T \\ \text{sgn}(x) \left(q + \frac{1}{2} \right) T, & qT \leq |x| \leq (q+1)T \end{cases} \quad (9)$$

其中, $q \in \mathbf{Z}$

3 实验结果及分析

实验中, 对同一幅图像分别使用 JPEG2000、Bandelets 和本文提出的方法进行压缩, 对比三种方法在相同比特率下的压缩质量。其中, JPEG2000 和 Bandelets 中的小波变换均采用 5 层分解和 9/7 滤波器组, 本文方法采用 9/7 小波对结构分量 u 进行压缩, 分解层数为 3 层, 2G Bandelet 中的小波分解层数也为 3 层。本文采用一种新型图像质量评价方法——SSIM (Structural Similarity)^[11]。SSIM 从亮度、对比度和结构三个方面综合对比重建图像和原始图像之间的相似度, 大量实验表明, SSIM 质量评价指标比 PSNR 和 MSE 等传统方法更符合人眼的主观视觉效果。

3.1 SSIM 质量评价体系^[11]

SSIM 是一种衡量重建图像和原图直接的相似度的新型质量评价指标。SSIM 定义为:

$$\text{SSIM} = [l(x, y)]^\alpha \cdot [c(x, y)]^\beta \cdot [s(x, y)]^\gamma \quad (10)$$

式中 $l(x, y)$ 、 $c(x, y)$ 和 $s(x, y)$ 分别指重建图像与原始图像之间的亮度对比、对比度对比和结构对比。其中, $l(x, y)$ 、 $c(x, y)$ 和 $s(x, y)$ 被定义为:

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1}, c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2}, l(x, y) = \frac{\alpha_y + C_3}{\alpha_x + C_3} \quad (11)$$

SSIM 的值介于 0 和 1 之间, 值越大表明重建图像和原始图像越相似, 重建图像的质量越好; 如果 $\text{SSIM}(x, y) = 1$, 说明 x, y 是同一幅图像。

3.2 实验结果及分析

图4是三种方法在比特率为0.2bpp时的压缩结果。对比图4(b)和(d)可以看出,本文方法在捕捉和保留图像细节方面要优于JPEG2000,在低比特率下,以小波变换为核心的JPEG2000压缩系统出现了高频信息的丢失,图4(b)中的桌布、头巾和藤椅上的纹理细节出现了明显的振铃现象。对比图4(c)和(d)可以看出,虽然Bandelets可以较好地保留图像的纹理细节(例如桌布和藤椅上的斜纹),但其不足之处在于,产生了一些原图中没有的伪边缘区域(即原图中灰度渐变区域被误认为是边缘纹理的区域),因此重建图像的视觉效果不是很理想。本文方法的重建图像不仅较好地保留了原图中的边缘纹理,而且有效抑制了伪边缘区域的出现。从表1中的SSIM值可以看出,在低比特率下,使用本文方法重建图像的SSIM值相比JPEG2000和单独使用Bandelet高出0.1~0.2。

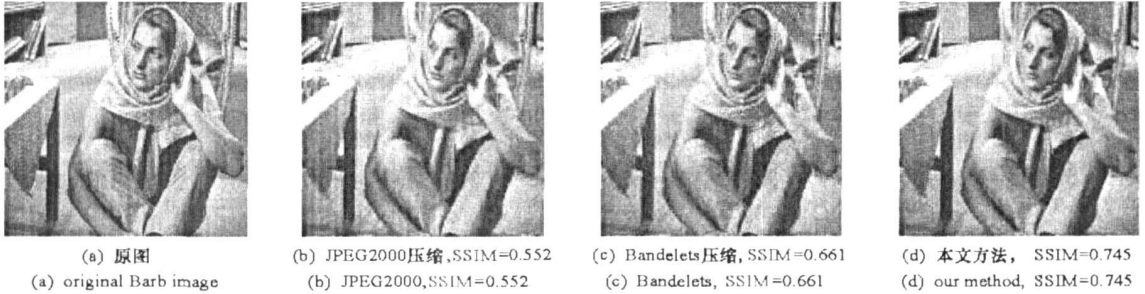


图4 在0.2bpp下Barb图像的压缩结果

Fig. 4 Barb image compression results at 0.2bpp

表1 不同比特率下的SSIM值(Barb)

Tab. 1 SSIM values at different bit-rates(Barb)

Bit-rate(bpp)	0.15	0.30	0.50	0.70	1.00
JPEG2000	0.475	0.670	0.812	0.879	0.915
Bandelets	0.595	0.752	0.847	0.898	0.917
Our method	0.711	0.803	0.861	0.905	0.922

表2 不同比特率下的SSIM值(SAR)

Tab. 2 SSIM values at different bit-rates(SAR)

Bit-rate(bpp)	0.15	0.30	0.50	0.70	1.00
JPEG2000	0.462	0.583	0.709	0.798	0.865
Bandelets	0.541	0.636	0.739	0.815	0.873
Our method	0.656	0.733	0.807	0.847	0.885

图5是一幅SAR图像的压缩实验结果。因为SAR图像包含丰富的纹理信息,并且受斑点噪声干扰,因此其压缩比普通光学图像要困难。对比使用三种压缩方法的重建图像可以看出,在0.2bpp下, JPEG2000丢失了原图中较多的纹理信息, Bandelet方法在原图灰度渐变的区域纹理保留不好,本文方法基本上可以保留原图中的丰富纹理脉络,表2是在不同比特率下三种方法的SSIM值。

实验结果分析: JPEG2000压缩的核心部分是小波变换,通过前文分析可知,对于图像中存在的边缘纹理等高维奇异特征,小波不是最优的稀疏表达方法,在低比特率下必然导致信息丢失; Bandelets对高维信息的捕捉能力很强,但无法识别图像中灰度值渐变是否对应着物体的边缘,因此其重建图像中会出现伪边缘区域,影响了图像的视觉效果。本文方法结合wavelet和Bandelet的优点,在图像分解的基础上分层压缩结构分量和纹理分量,有效避免了单独使用wavelet和Bandelet进行压缩出现的问题,重建图像的视觉质量和SSIM值都是最好的。

4 结束语

本文提出了一种基于分解的图像分层压缩方法,首先通过TV-L1算法把原始图像 f 分解为结构分量 u 和纹理分量 v 两部分,然后根据 u 和 v 的特性分别采用小波和2G Bandelets进行压缩。实验表明,本文提出的方法可以充分利用小波和2G Bandelets的优点,能够在低比特率下较好地保留图像的边缘信息和纹理细节,其重建图像的主观视觉效果和客观的SSIM值均优于JPEG2000和Bandelets。

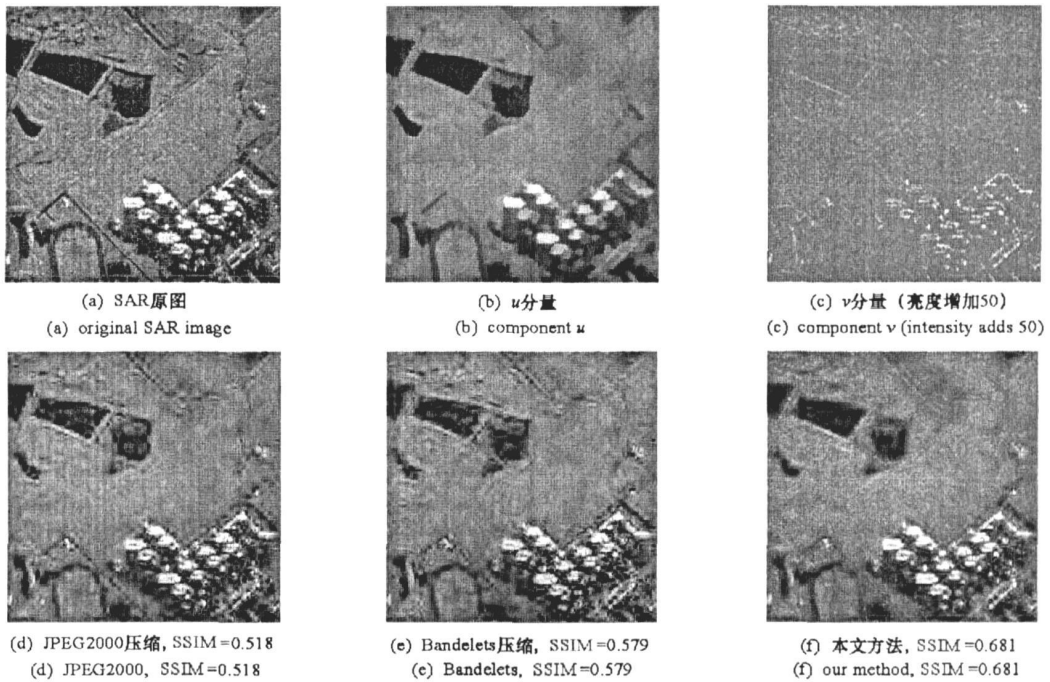


图 5 在 0.2bpp 下 SAR 图像分解和压缩结果

Fig. 5 SAR image decomposition and compression results at 0.2bpp

参考文献:

- [1] DeVore R. Nonlinear Approximation[M]. Acta Numerica, U. K.: Cambridge University Press, 1998.
- [2] Do M N, Vetterli M. The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(2).
- [3] Penneç E L, Mallat S. Image Compression with Geometrical Wavelets. [C]//Proc. of ICIP' 2000. Vancouver, Canada, September, 2000: 661–664.
- [4] Penneç E L, Mallat S. Sparse Geometrical Image Approximation with Bandelets[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2005, 14(4): 423–438.
- [5] Aujol J F, Aubert G, Blanc-Féraud L, et al. Image Decomposition into a Bounded Variation Component and an Oscillating Component[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2005, 22(1): 71–88.
- [6] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms[J]. Physica D, 1992, 60: 259–268.
- [7] Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets [J]. Comm. Pure Applied Math., 1992, 45: 485–560.
- [8] 吴宇新. 基于小波变换的图像编码算法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 1999.
- [9] Peyré G, Mallat S. Surface Compression with Geometric Bandelets[J]. ACM Trans. on Graphics, 2005, 24(3): 601–608.
- [10] Donoho D. Wedgelets: Nearly-minimax Estimation of Edges[J]. The Annals of Statistics, 1999, 27: 353–382.
- [11] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image Quality Assessment: From Error Measurement to Structural Similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600–613.