文章编号:1001-2486(2007)05-0095-05

# 捷联惯导惯性系动基座对准算法研究

练军想, 汤勇刚, 吴美平, 胡小平 (国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘 要:针对船载等晃动基座环境,利用多级低通 FIR 数字滤波器和过渡的惯性坐标系,实现了惯性系动 基座对准。分析表明,对准精度取决于等效的东向陀螺 漂移大小以及 FIR 滤波器组的特性,该方法的对准时 间长短取决于 FIR 滤波器组的阶次,并从原理上解决了大失准角问题。实验结果表明:惯性系对准新方案的 对准精度与传统罗经方法精度相当,但新方法收敛更快,而且适用于任意失准角。

关键词:捷联惯导;对准;晃动基座;低通滤波

中图分类号: U666.1 文献标识码: A

# Study on SINS Alignment Algorithm with Inertial Frame for Swaying Bases

LIAN Jun xiang, TANG Yong gang, WU Mei ping, HU Xiao ping

(College of Mechatronics and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A novel alignment method for swaying base, such as a sailing ship, is presented with the aid of a cascade of FIR filters and a transitional inertial frame. For the method, an investigation was made about the error characteristics, which shows that the alignment accuracy mainly depends upon the equivalent biases of gyroscopes in east direction and performance of FIR filter group, the aligning time rests with the orders of the FIR filter group, and the problem of large initial misalignment is resolved in theory. Results of experiments show that the proposed method converges much faster than the traditional methods at no cost of precision and also works well under any large initial misalignment.

Key words: SINS; alignment; swaying base; low-pass filter

捷联惯导系统初始自对准的典型方法有解析对准、罗经效应对准以及最优估计对准等方法。解析 对准方法常用于静基座对准,或者动基座条件下的粗对准<sup>[1]</sup>。速度反馈调平和罗经效应方位对准是实 现动基座精对准的常用方法<sup>[2]</sup>。罗经对准的精度受东向陀螺漂移的制约,需要引入粗对准过程,因而对 准时间较长,不利于武器系统快速反应。以 Kalman 滤波为代表的最优估计对准方法需要对测量噪声和 过程噪声作统计性假设,对状态空间模型进行简化。假设和简化的合理程度影响对准精度,对准时间长 短则取决于状态量的可观测度大小。最优估计方法所需的对准时间较长,不能很好地解决大失准角问 题。

为了寻求高精度、快速的对准方法,国内外学者做了较多相关研究。Giovanni和Levinson<sup>[4]</sup>设计了分 度仪,将 MU(Inertial Measurement Unit,惯性测量组合)在多位置周期性转动,以抑制陀螺漂移的影响。 Wan<sup>[5]</sup>设计了两个 Butterworth 数字低通滤波器抑制摇摆基座对加速度的干扰。为了降低惯性传感器的 噪声水平,E1 sheimy和Nassar<sup>[6]</sup>引入了多尺度小波分解对 IMU 输出信号进行预处理。出于同样的降噪 目的, Zhang<sup>[7]</sup>在静基座对准过程中引入了数字低通滤波器。注意到重力矢量与地理坐标系的天向平行 (方向相反)、重力矢量的微分与地理系中的东向平行,Gaiffe 和Napolitano<sup>[8-9]</sup>提供了一种借助于惯性系 实现动基座对准的新颖思路。受文献[8-9]对准思路的启发,本文阐述了惯性系对准的原理,引入 FIR 数字低通滤波器,并对惯性系对准方法进行了误差分析和性能评估,设计了车载和船载对准试验,以验

<sup>\*</sup> 收稿日期:2007-04-08 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60604011);国家部委基金资助项目(51409010203KG152) 作者简介:练军想(1978-),男,博士生。

证惯性系对准算法的有效性、快速性以及对大失准角的适应性。

### 1 惯性系对准原理

捷联惯导初始对准的目的在于确定导航坐标系 $(n - \overline{A})$  与载 体坐标系 $(b - \overline{A})$  之间的相对姿态关系 $(C_b^i)$ 。对于车辆、舰船这 类在地球表面附近运动的载体,一般选取当地水平地理坐标系作 为导航坐标系。不妨定义导航坐标系为北 $(X_n) - \overline{A}(Y_n) - \overline{A}(Z_n)$ 右手正交系。定义惯性坐标系 $(i - \overline{A})$  与任意起始时刻 $(t_0)$ 的载体坐标系重合,即  $C_{b(t_0)}^i = I$ 。此后载体系连同地球一起转 动,而惯性系则凝固不动<sup>[10]</sup>(如图1所示)。那么,载体系相对于 惯性系的姿态关系可以通过捷联陀螺仪的测量值进行计算,即  $C_b^i$ 可以实时算出。由于  $C_b^n = C_a^n C_b^i$ ,初始对准的问题转变为求解 i 系和n 系的相对姿态关系。下面分两种情况说明如何求取  $C_b^n$ 。

首先,假定载体对地静止。此时加速度计测量的比力 f<sup>b</sup>与 重力矢量大小相等,方向相反,即

$$\boldsymbol{g}^{b} = -\boldsymbol{f}^{b} \tag{1}$$

图 1

在惯性系凝固假设条件下,  $C_b$  可实时计算, 重力矢量在惯性系的投影为  $g^i = C_b^i g^b$ 

$$C_b^i g^b \tag{2}$$

注意到:重力矢量平行于 n 系的天向;当 n 系相对地球静止时,重力矢量在惯性坐标系中随地球自转而 形成一个锥面,而重力矢量在惯性系中的导数方向,指向 n 系的东向;根据右手定则, n 系中天向与东 向的叉乘则指向北向。n 系中、北、天、东三个方向的单位矢量在惯性系中可以表示为

$$\mathbf{N}_{0}^{i} = \mathbf{U}_{0}^{i} \times \mathbf{E}_{0}^{i}, \ \mathbf{U}_{0}^{i} = -\mathbf{g}^{i} / \|\mathbf{g}^{i}\|, \quad \mathbf{E}_{0}^{i} = -\frac{\mathrm{d}\mathbf{g}^{i}}{\mathrm{d}t} \setminus \left\|\frac{\mathrm{d}\mathbf{g}^{i}}{\mathrm{d}t}\right\|$$
(3)

根据(3)式, i系和 n系之间的方向余弦矩阵可以表示为<sup>[11]</sup>:  $C_i^n = \begin{bmatrix} N_0^i & U_0^i & E_0^i \end{bmatrix}^T$ 。至此, 在载体对地 静止的条件下, 可以计算 n系和 b系之间的相对姿态关系  $C_b^n$ , 即实现了静基座对准。

其次,考虑摇摆基座情况,主要针对系泊状态的舰船环境,以及受阵风和人为干扰的停靠状态的机载、车载环境。此时,加速度计测量到的比力包含两部分:

其中, f<sup>b</sup> 为高频扰动加速度。在舰载条件下, 大部分扰 动加速度的频率都在 1/15Hz 以上<sup>[5]</sup>; 车载和机载环境所 <del>,</del> 受干扰的频率更高。考虑如果能引入数字低通滤波器 将高频的扰动加速度滤除, 而保持低频的重力加速度矢 量不变, 那么摇摆基座环境下的对准就能够像静基座环 境一样完成。

为了准确地计算滤波时延,选择具有线性相位的 FIR 低通滤波 器作为工具。采用滤波器组多级抽取的级联方案,以降低阶次和计 算量,如图 2 所示。滤波器输入端是包含了重力加速度和高频扰动  $f_{C_n}^{i}$ 的 $f^{i}(f^{i} = C_{b}^{i}f^{b})$ ,经级联滤波器组处理后,高频扰动被有效抑制,低 频的重力加速度( $g^{i}$ )则保持不变。对于当前 t 时刻的输入 $f^{i}$ ,滤波 器的输出结果则对应  $t_{M}(t_{M} = t - delay)$ 时刻的值,如图 3 所示。

以凝固惯性系 i 作为基本参考系,载体系 b 和导航系 n 都随地球一起转动。经过级联的 FIR 滤波器处理之后,在当前 t 时刻,理论上可以得到  $t_M$  时刻的重力加速度 $g_M^i$ 。根据前述静基座对准的原理,可以得到 i 系和  $n_M$  系之间的方向余弦矩阵:









惯性系、载体系及导航系的关系

Fig. 1 Relationship among the i, b, n frames

$$\boldsymbol{C}_{i}^{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{0,M}^{i} & \boldsymbol{U}_{0,M}^{i} & \boldsymbol{E}_{0,M}^{i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(5)

其中, tm 时刻北、天、东三个方向的单位矢量在惯性系中可表示为

$$\mathbf{N}_{0,M}^{i} = \mathbf{U}_{0,M}^{i} \times \mathbf{E}_{0,M}^{i}, \ \mathbf{U}_{0,M}^{i} = -\mathbf{g}_{M}^{i} / \|\mathbf{g}_{M}^{i}\|, \ \mathbf{E}_{0,M}^{i} = -\frac{\mathrm{d}\mathbf{g}^{i}}{\mathrm{d}t} \Big\| \left\| \frac{\mathrm{d}\mathbf{g}^{i}}{\mathrm{d}t} \right\| \Big\|_{t=t_{M}}$$
(6)

以凝固惯性系作参考,  $t_M$  时刻的导航系  $n_M$  与当前 t 时刻的导航系 n 之间的相对姿态关系可以通过 时延 delay、地球自转角速度  $\Omega$  以及当地纬度L 计算得到。两个坐标系之间的姿态四元数  $Q_{n_M}^n$ 为

$$Q_{\eta_{M}}^{n} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega \cdot \text{delay}/2) & \cos L \sin(\Omega \cdot \text{delay}/2) & \sin L \sin(\Omega \cdot \text{delay}/2) & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(7)

根据四元数可以求得对应的方向余弦矩阵 $C^n_{n_u}$ 。

至此,对准过程可以分解为三个矩阵的乘积,从而实现了摇摆基座条件下的初始对准。

$$C_b^n = C_{n_M}^n C_i^{n_M} C_b^i \tag{8}$$

2 对准误差分析

对(8)式两端取变分,得

$$\delta C_b^n = \delta C_{n_u}^n C_i^n K_b^i + C_{n_u}^n \delta C_b^i + C_{n_u}^n C_b^n \delta C_b^i$$
(9)

可以看出惯性系对准算法的误差来源有三个方面:中间过渡导航系  $n_M$  与当前导航系 n 之间的姿态误 差  $\mathcal{C}^n_{M}$ , 凝固惯性系 i 与中间过渡导航系  $n_M$  之间的姿态误差  $\mathcal{C}^n_{M}$ , 以及载体系 b 与凝固惯性系 i 之间 的姿态误差  $\mathcal{C}^i_b$ 。由于 FIR 滤波器的时延可以精确计算, 因此, 中间过渡导航系与当前导航系之间的姿 态误差可以忽略。针对中等精度的 MU 而言, 在短短数分钟的对准时间内, 由陀螺误差和姿态算法误 差造成的  $\mathcal{C}^i_b$  对对准精度的影响暂不考虑, 即(9) 式右边第三项可以从略。惯性系对准的主要误差来自 于中间导航系与凝固惯性系之间的姿态误差, 即  $\mathcal{C}^n_M$ 。产生  $\mathcal{C}^n_M$  的原因有:惯性器件的误差、FIR 滤波 器组的性能影响以及基座的摇摆情况。其中后两者相互关联。通过两级抽取、三级子滤波的级联滤波 方案, 设计良好的 FIR 滤波器组能够以较小的滤波延迟, 实现较好的低通滤波性能。经过级联滤波器组 后, (4) 式中高频的扰动加速度分量都将显著衰减; 通带纹波设定为 0.01, 因而重力加速度分量则可以 在较好的精度范围内保持不变。因而, 在低通滤波器较好地隔离基座摇摆影响的条件下, 惯性系对准方 法的精度主要取决于惯性器件的误差。下面分析陀螺漂移对方位对准精度的影响。加速度计的误差被 作为次要影响暂不予讨论。

为了便于单独分析陀螺漂移的影响而暂不涉及 FIR 滤波器误差, 假定 IMU 对地静止, 且水平对准 已经完成, 而方位角 <sup>β</sup> 未知。实际计算过程中, (3) 式和(6) 式中的微分用差分替换:  $t_{K+2}$ 时刻的重力加 速度与  $t_K$  时刻的重力加速度作差分, 得到  $t_{K+1}$ 时刻的东向矢量。在  $t_K$  时刻, 重力加速度在惯性系里投 影可表示为  $g_k^i = C_{b_k}^i g^b = C_{b_k}^i \begin{bmatrix} 0 & -g_0 & 0 \end{bmatrix}^T$ 。下标  $b_K$  表示  $t_K$  时刻的载体系,  $g_0$  表示重力加速度标量。 在  $t_{K+2}$ 时刻,  $g_{K+2}^i = C_{b_K}^i C_{K+2}^k g^b$ 。其中, 两个时刻的载体坐标系之间的相对关系可表示为

$$C_{l_{K+2}}^{b_{K}} \approx \begin{bmatrix} 1 & \sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \sin\beta & -\sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \sin L \\ -\sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \sin\beta & 1 & \sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \cos\beta \\ \sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \sin L & -\sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \cos\beta & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

由于时间步长  $\Delta t(\Delta t = t_{K+1} - t_K)$ 较小, 对(10) 式作相应简化:  $\sin^2(\Omega \Delta t) \approx 0$ ,  $\cos^2(\Omega \Delta t) \approx 1$ 。

设三个陀螺漂移分别为  $\varepsilon_{x}$ ,  $\varepsilon_{x}$ ,  $\varepsilon_{x}$ , 考虑到陀螺漂移影响,  $t_{K+2}$ 时刻的重力加速度为  $\mathbf{g}_{K+2}^{i} = C_{b_{x}}^{i} C_{K+2}^{b_{x}} \mathbf{g}^{b}$ =  $C_{b_{x}}^{i} (C_{b_{K+2}}^{b_{x}} + \mathcal{C}_{b_{K+2}}^{b_{K}}) \mathbf{g}^{b}$ 。其中由陀螺漂移造成的误差为

$$\delta C_{k_{K+2}}^{l_{K}} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{Z} & -\varepsilon_{Y} \\ -\varepsilon_{Z} & 0 & \varepsilon_{X} \\ \varepsilon_{Y} & -\varepsilon_{X} & 0 \end{bmatrix} \cdot 2\Delta t$$
(11)

2007年第5期

 $t_{K+1}$ 时刻准确的东向矢量  $E_{K+1}^{i}$ 与含陀螺漂移的东向矢量  $E_{K+1}^{i}$ 分别表示为:  $E_{K+1}^{i} = g_{K}^{i} - g_{K+2}^{i}, E_{K+1}^{i}$ =  $g_{K}^{i} - g_{K+2}^{i} = C_{b_{K}}^{i} (I - C_{b_{K+2}}^{b_{K}} - \mathcal{C}_{b_{K+2}}^{b_{K}}) g^{b}$ 。  $t_{K+1}$ 时刻准确的天向矢量  $U_{k+1}^{i}$ 与含陀螺 漂移的天向矢量  $U_{k+1}^{i}$ 与含陀螺 漂移的天向矢量  $U_{k+1}^{i}$ 分别表示为:  $U_{k+1}^{i} = -g_{k+1}^{i} = -C_{b_{K}}^{i} C_{k+1}^{b_{K}} g^{b}, U_{K+1}^{i} = -g_{K+1}^{i} = -C_{b_{K}}^{i} C_{k+1}^{b_{K}} g^{b} = -C_{b_{K}}^{i} (C_{K+1}^{b_{K}} + \mathcal{C}_{b_{K+1}}^{b_{K}})$  $g^{b}$ 。那么,  $t_{K+1}$ 时刻准确的北向矢量  $N_{K+1}^{i}$ 与含陀螺漂移的北向矢量  $N_{K+1}^{i}$ 分别表示为

$$N_{K+1}^{i} = U_{K+1}^{i} \times E_{K+1}^{i} = g_{0}^{2} C_{b_{K}}^{i} \begin{bmatrix} -\sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \cos \beta \\ 0 \\ -\sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \cos L \sin \beta \end{bmatrix} \approx 2 \cdot g_{0}^{2} \Delta t C_{b_{K}}^{i} \begin{bmatrix} -\Omega \cos L \cos \beta \\ 0 \\ -\Omega \cos L \sin \beta \end{bmatrix}$$
(12)  
$$N_{K+1}^{i} = U_{K+1}^{i} \times E_{K+1}^{i} \approx 2 \cdot g_{0}^{2} \Delta t C_{b_{K}}^{i} \begin{bmatrix} -\Omega \cos L \cos \beta - \epsilon_{K} \\ 0 \\ -\Omega \cos L \sin \beta - \epsilon_{Z} \end{bmatrix}$$
(13)

在小角度条件下, (12)(13)两式中 $sin(2 \cdot \Omega \Delta t) \approx 2 \cdot \Omega \Delta t_{\circ}$ 

根据式(12)、式(13),由陀螺漂移导致的方位对准误差 怒。mo 的余弦可表示为

$$\cos \delta \beta_{0yro} = \frac{N_{K+1}^{i} \cdot N_{K+1}^{i}}{|N_{K+1}^{i}| |N_{K+1}^{i}|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(\epsilon_{z} \cos \beta - \epsilon_{X} \sin \beta)^{2}}{(\Omega \cos L + \epsilon_{x} \cos \beta + \epsilon_{z} \sin \beta)^{2}}}}$$
(14)

根据等价三角公式(符号不妨取正),并设陀螺漂移  $\epsilon$ 的量级远小于地球自转角速度  $\Omega$ 的量级, (14)式可以转化为

$$\delta\beta_{Cyro} \approx \frac{\xi_Z \cos\beta - \xi_X \sin\beta}{\Omega \cos L} \tag{15}$$

从(15)式可以看出,惯性系方位对准的误差可以用等效东向陀螺漂移( $\cos \beta - \cos \beta$ )、地球自转 角速度  $\Omega$ 以及当地纬度*L*估算。(15)式与传统的罗经方位对准误差经验公式相符,表明惯性系对准方 法在方位对准精度上与传统方法一样,同样受制于等效东向陀螺漂移和纬度的影响,且极限精度相同。

#### 3 车载和船载试验及结果比较

为了验证车载干扰和船载晃动条件下惯性系对准 方法的性能,分别设计了车载对准试验和船载对准试 验。激光捷联惯导系统 $(0.008/h, 5 \times 10^{-5}g)$ 分别安装在 试验车和试验船上,如图 4 所示。

以传统的罗经对准方法作为比较对象。罗经对准 过程耗时约10min,如图5(a)所示。而惯性系新方法不 需要方位粗对准,一旦采样点数满足了FIR 滤波器的要 求,水平失准角(δα、δγ)和方位失准角(δ<sup>β</sup>)都立即收敛, 如图5(b)、图5(c)所示。两种对准方法的方位角稳态



图 4 车载和船载对准试验设备

Fig. 4 Equipments used in the land and lake tests

精度相当,都可以达到0.03°(10)的精度水平。由于 FIR 滤波器不可能完全隔离高频干扰,采用惯性系 对准方法后,两个水平方向增加了精调平过程。精调平采用速度反馈实现,耗时 1min。加上精调平的 时间在内,整个对准过程只需要4min。此外,惯性系对准不需要进行方位粗对准,适用于任意方位角, 即使初始方位失准角达到-150°,也可以在4min 内收敛到稳态精度,如图 5(b)所示。

#### 4 结束语

在惯性系对准算法中,用来表征姿态关系的物理量是方向余弦矩阵,而不是传统对准方法中的角度 量。借助中间过渡的凝固惯性坐标系 *i*,一旦确定出 *C<sup>i</sup>*<sub>b</sub>和 *C<sup>n</sup>*<sub>i</sub>,载体系 *b*和导航系 *n* 之间的相对姿态关 系就确定下来。因此,惯性系对准算法不需要事先的粗对准和小角度假设,能够适用于任意失准条件。

在分析惯性系对准算法的误差特性时,除了上述分析的陀螺漂移对 $\mathcal{X}_{i}^{**}$ 的影响之外,还有一个重





Fig. 5 Comparison between the proposed method and the gyrocompassing method

要的误差源: FIR 滤波器组的误差。FIR 滤波器组能否准确地滤除干扰加速度而保留重力加速度,直接 关系到方向余弦矩阵 *C<sup>M</sup>* 的计算精度,从而影响对准算法的精度。如果全加速度中包含有除重力加速 度之外其它极低频分量,也将对对准结果造成不利影响。从这个角度讲,本文所讨论的惯性系对准算法 适合于地面受干扰的准静态环境、水中系泊晃动环境等无线运动条件下的捷联惯性系统初始对准。

惯性系摇摆基座对准方法利用线性相位的 FIR 低通滤波器隔离高频扰动,借助于重力矢量及其微 分确定地理系与凝固惯性系之间的相对关系,进而实现摇摆基座初始对准。惯性系对准方法的极限精 度与传统罗经方法的精度相同;在对准的快速性方面,惯性系对准方法的对准速度取决于 FIR 滤波器组 的阶次,因而可以做到比传统方法快1倍以上;在处理大失准角问题上,惯性系对准方法从原理上利用 方向余弦矩阵确定姿态关系,不需要小角度假设,因此对任意失准角都适用。综上,与传统对准方法相 比,惯性系对准方法收敛更快、不需要粗对准、适用于任意失准角,且不损失对准精度的优点。

## 参 考 文 献:

- [1] Chatfield A B. Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation[M]. AIAA, 1997.
- [2] Britting K R. Inertial Navigation Systems Analysis[M]. New York: Wiley-interscience, 1971.
- [3] Lian J, Wu Y, Wu W, et al. A Novel Strapdown INS Alignment Method for Swaying Vehicles [C]//13<sup>th</sup> International Conference on Integrated Navigation System, Saint Petersburg, Russia, 2006.
- [4] Giovanni C S, Levinson E. Performance of a Ring Laser Strapdown Marine Gyrocompass[C]//ION 37<sup>th</sup> Annual Meeting Proceedings, Annapolis, Maryland, USA, 1981.
- [5] Wan D, Huang Y, Ren T. Study on New Kalman Filter Mechanization for Initial Alignment of INS in Random Rocking Vehicles [C]// Stuttgart, West Germany, 1989.
- [6] El-sheimy N, Nassar S, et al. Wavelet De-noising for MU Alignment[J]. IEEE/AES Magazine, 2004, 19.
- [7] Zhang C, Tian W, Jin Z h. A Novel Method Improving the Alignment Accuracy of a Strapdown Inertial Navigation System on a Stationary Base[J]. Measurement Science and Technology, 2004, 15:765.
- [8] Gaiffe T, Cottreau Y, Faussot N, et al. Highly Compact Fiber Optic Gyrocompass for Applications at Depths up to 3,000 Meters[C]//IEEE/ Underwater Technology, Proceedings of the International Symposium, 2000.
- [9] Napolitano F, Gaiffe T, et al. PHINS: The First High Performances Inertial Navigation System based on Fiber Optic Gyroscopes [C]//9<sup>th</sup> Inter. Conf. on Integrated Navigation Systems, Saint Petersburg, Russia, 2002.
- [10] 秦永元, 严恭敏, 顾冬晴, 等. 摇摆基座上基于信息的捷联惯导粗对准研究[J]. 西北工业大学学报, 2005,23:681.
- [11] Greval M S, Weill L R, et al. Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration[M]. New York: Wiley Interscience, 2001.