

文章编号:1001-2486(2007)06-0001-05

对接厚板表面裂纹的残余应力强度因子*

袁杰红,段静波

(国防科技大学 指挥军官基础教育学院,湖南长沙 410073)

摘要:利用线弹簧模型求解对接厚板表面裂纹的残余应力强度因子。基于 Reissner 板理论和连续分布位错思想,将对接厚板表面裂纹问题归结为一组 Cauchy 型奇异积分方程,并采用 Gauss-Chebyshev 方法给出了奇异积分方程的数值结果,并与有限元解进行比较,计算结果表明:用线弹簧模型解决含残余应力表面裂纹问题不仅是合理可行的,而且是一种简单方便的方法,便于工程实际应用。

关键词:厚板;线弹簧模型;表面裂纹;残余应力强度因子

中图分类号: O346.1 **文献标识码:** A

The Residual Stress Intensity Factor of Surface Cracks in a Thick Plate with Butt Joints

YUAN Jie-hong, DUAN Jing-bo

(College of Basic Education for Commanding Officers, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The paper presents an approach to deal with residual stress intensity factors for surface cracks in a thick plate with butt joints by using line-spring model. Based on the Reissner's plate theory along with continuously distributed dislocation thought, the problem of the thick plate with butt joints is treated with a set of Cauchy-type singular equations, which are resolved by Gauss-Chebyshev method. The numerical results of the present method for the surface crack are compared with those of finite element method, and the compared results show good agreement. It is indicated that the line-spring model is not only reasonable and viable for surface cracks analysis in residual stress fields, but simple and convenience for engineering application.

Key words: thick plate; line-spring model; surface crack; residual stress intensity factor

焊接结构中不可避免地会存在焊接残余应力。焊接残余应力的存在使构件上由于工艺原因形成的焊接缺陷(通常以表面裂纹形式存在)在没有受到外载荷作用时,本身已经处于受载状态了(焊接残余应力作用)。由于残余应力作用在裂纹尖端而产生的应力强度因子称为残余应力强度因子。

由于焊接残余应力在厚板中的分布规律非常复杂,因而大大增加了厚板表面裂纹问题求解的难度。有限元法是目前解决此类问题最有效的方法,但其数据准备工作量大,运算所需时间长且费用较高。能否采用一种简单有效的方法对此类问题进行分析研究一直是工程应用中十分关心且亟待解决的问题。

线弹簧模型作为一种简便有效的求解表面裂纹问题的半解析方法,自 1972 年 Rice 等^[1]提出以来, Erdogan 等^[2-4]进一步拓展了该模型的理论及应用范围,使线弹簧模型在表面裂纹分析中得到了成功应用。在此基础上,本文以对接厚板这一典型焊接构件为研究对象,利用线弹簧模型求解其表面裂纹的残余应力强度因子。

1 线弹簧模型简介

根据 Rice 等^[1]提出的无限平板线弹簧模型的描述,如图 1(a)所示在无穷远处单位宽度上作用有外力 N^∞ 和外力矩 M^∞ ,半椭圆表面裂纹(a, c 分别为短轴和长轴半长)可以等效为长度为 $2c$ 的穿透裂纹(如图 1(b)所示),裂纹间断处作用以分布的线弹簧;线弹簧的本构关系可由相应位置的平面应变边裂

* 收稿日期:2007-06-20

基金项目:国家部委基金资助项目

作者简介:袁杰红(1965—),男,副教授,博士后。

纹板条($|x| \leq c$)所受的广义力 $N(x)$ 、 $M(x)$ 和由于裂纹存在引起的附加广义位移的关系来确定(如图1(c)所示)。表面裂纹前缘各点的应力强度因子等于相应位置边裂纹板条的应力强度因子。该模型将三维问题转化为二维问题求解。

为了研究方便,引入无量纲坐标 $\bar{x} = x/c$ 、 $\bar{y} = y/h$ 以及 $\sigma_M^{\infty} = N^{\infty}/h$ 、 $\sigma_B^{\infty} = 6M^{\infty}/h^2$ 、 $\sigma_M(\bar{x}) = N(\bar{x})/h$ 、 $\sigma_B(\bar{x}) = 6M(\bar{x})/h^2$, h 为板厚。

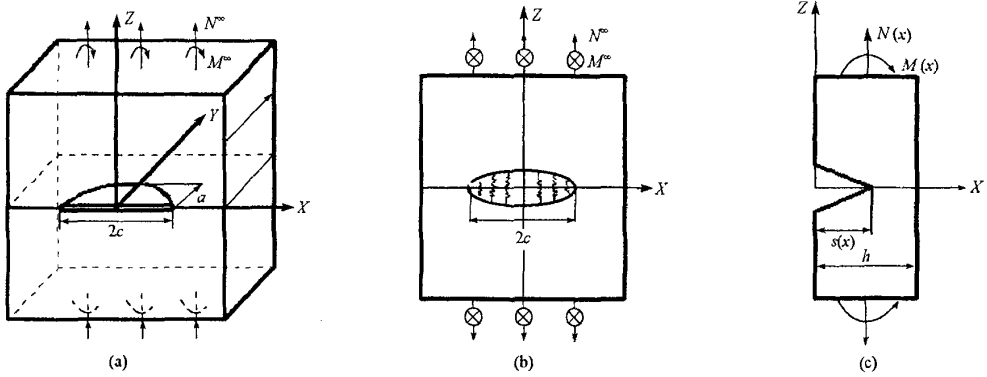


图1 表面裂纹线弹簧模型

Fig.1 Line-spring model of the surface crack in a plate

2 厚板焊接残余应力

2.1 厚板中焊接残余应力分布

针对分布复杂的焊接残余应力,通常采用分离变量的方法^[5]来处理。本文主要研究裂纹表面与焊缝长度方向在垂直和平行两种情况下(如图2(a)、(b)所示)的I型应力强度因子。建立如图2所示坐标系,则两种情况下焊接残余应力的无量纲表达式可统一写为

$$\sigma(\bar{x}, \bar{y}) = \sigma_0 F(\bar{x}) G(\bar{y}) \quad (1)$$

其中, $\sigma_0 = \sigma_0(0,0)$, $F(\bar{x})$ 、 $G(\bar{y})$ 分别为垂直于裂纹表面的焊接残余应力沿裂纹长度方向和沿板厚方向的无量纲分布函数。

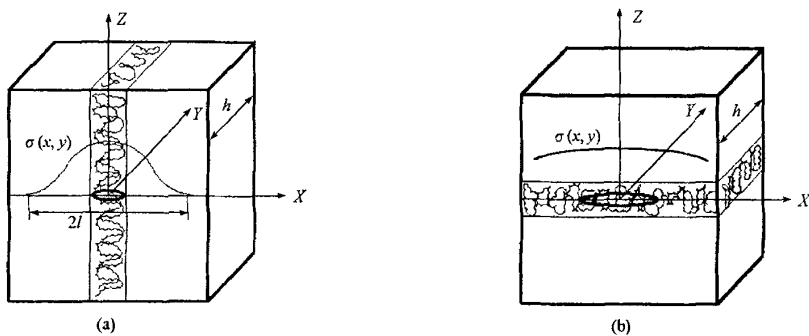


图2 对接厚板残余应力分布

Fig.2 Residual stress distribution in a thick plate with butt joints

2.2 厚板中焊接残余应力的等效膜力和等效弯矩

由于焊接残余应力 $\sigma(\bar{x}, \bar{y})$ 中 $G(\bar{y})$ 为非线性分布函数,为了实现 $\sigma(\bar{x}, \bar{y})$ 在线弹簧模型中的应用,需将 $\sigma(\bar{x}, \bar{y})$ 等效为膜力和弯矩的组合。

取平板在 $\bar{x} = \bar{x}_0$ ($|\bar{x}_0| \leq 1$) 处平行于 YOZ 面的任一切片(如图3(a)所示)进行研究。设想裂纹面上存在一膜力 $\sigma'_M(\bar{x}_0)$ 和弯矩 $\sigma'_B(\bar{x}_0)$ (如图3(c)所示),在共同作用下产生的应力强度因子与 $\sigma(\bar{x}_0, \bar{y})$ (如

图 3(b)所示)产生的应力强度因子相等,那么 $\sigma'_M(\bar{x}_0)$ 和 $\sigma'_B(\bar{x}_0)$ 就是裂纹面上残余应力 $\sigma(\bar{x}_0, \bar{y})$ 的等效膜力和等效弯矩。采用边裂纹权函数^[6]可得到 $\sigma'_M(\bar{x}_0)$, $\sigma'_B(\bar{x}_0)$ 的表达式。

图 3(b)所示的边裂纹板条在 $\sigma(\bar{x}_0, \bar{y})$ 的作用下,裂纹尖端应力强度因子可根据权函数理论由下式获得^[7]:

$$K = \sqrt{h} \sigma_0 F(\bar{x}_0) g_r(\xi) \tag{2}$$

其中, $\xi = a/h$ 为无量纲裂纹深度, $g_r(\xi) = \int_0^\xi G(\bar{y}) m(\xi, \bar{y}) d\bar{y}$, $m(\xi, \bar{y})$ 为已知权函数^[6]。

图 1(c)所示的边裂纹板条在膜力和弯矩共同作用下裂纹尖端应力强度因子表达式为^[3]

$$K = \sqrt{h} [\sigma_M(\bar{x}) g_M(\xi) + \sigma_B(\bar{x}) g_B(\xi)] \tag{3}$$

其中, $g_M(\xi)$ 、 $g_B(\xi)$ 为已知函数^[3]。

将图 3(c)中的 $\sigma'_M(\bar{x}_0)$ 和 $\sigma'_B(\bar{x}_0)$ 代入式(3)就可得到边裂纹板条在等效膜力和等效弯矩作用下的应力强度因子

$$K = \sqrt{h} [\sigma'_M(\bar{x}_0) g_M(\xi) + \sigma'_B(\bar{x}_0) g_B(\xi)] \tag{4}$$

由式(3)和式(4)相等可得到 $\sigma(\bar{x}_0, \bar{y})$ 的等效膜力和等效弯矩,由于在 $|\bar{x}| \leq 1$ 范围内, \bar{x}_0 具有任意性,因此用 \bar{x} 替换 \bar{x}_0 就可得到 $\sigma(\bar{x}, \bar{y})$ 的转化公式:

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_M(\bar{x}) \\ \sigma'_B(\bar{x}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{MM} & \gamma_{MB} \\ \gamma_{BM} & \gamma_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_0 F(\bar{x}) \int_0^\xi g_r(\xi) g_M(\xi) d\xi \\ \sigma_0 F(\bar{x}) \int_0^\xi g_r(\xi) g_B(\xi) d\xi \end{Bmatrix}, \quad |\bar{x}| \leq 1 \tag{5}$$

其中,矩阵 $[\gamma_{ij}] = [\alpha_{ij}]^{-1}$, $\alpha_{ij} = \int_0^\xi g_i(\xi) g_j(\xi) d\xi (i = M, B)$ 。

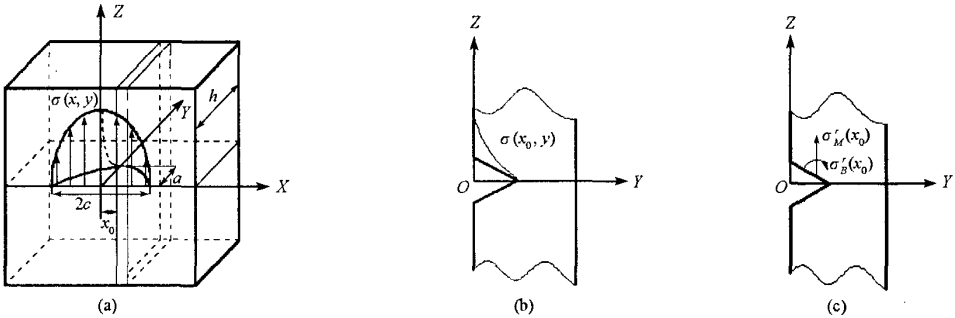


图 3 含残余应力平板表面裂纹切片

Fig.3 The slice of surface crack in a residually stressed plate

3 问题的控制方程与求解

根据文献[3]不难得出仅含焊接残余应力的穿透裂纹无量纲平板性能方程:

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 \frac{\mu_1(\bar{t})}{t-x} dt = \frac{2\pi}{E} [\sigma_M(\bar{x}) - \sigma'_M(\bar{x})] \\ \int_{-1}^1 \frac{\mu_2(\bar{t})}{6} \left[\frac{1}{t-x} - k(\bar{x}, \bar{t}) \right] dt = \frac{2\pi c}{3Eh} [\sigma_B(\bar{x}) - \sigma'_B(\bar{x})] \end{cases} \tag{6}$$

其中, $\mu_1(\bar{t})$ 、 $\mu_2(\bar{t})$ 为未知位错密度函数, $\bar{t} = t/c$, $t \in [-c, c]$, $k(\bar{x}, \bar{t})$ 为已知核函数^[3]。

将图 1(c)所示的线弹簧本构关系^[3]和焊接残余应力 $\sigma(\bar{x}, \bar{y})$ 的等效膜力和等效弯矩式(5)代入式(6),即可得到问题的控制方程:

$$\int_{-1}^1 \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{t-x} & 0 \\ 0 & \frac{3}{t-x} + 3k(\bar{x}, \bar{t}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11}(\bar{x}, \bar{t}) & k_{12}(\bar{x}, \bar{t}) \\ k_{21}(\bar{x}, \bar{t}) & k_{22}(\bar{x}, \bar{t}) \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \mu_1(\bar{t}) \\ \mu_2(\bar{t})/6 \end{Bmatrix} d\bar{t} \\ = -\frac{2\pi}{E} \left[\begin{bmatrix} \gamma_{MM} & \gamma_{MB} \\ \frac{c}{h}\gamma_{BM} & \frac{c}{h}\gamma_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_0 F(\bar{x}) \int_0^\xi g_r(\xi) g_M(\xi) d\xi \\ \sigma_0 F(\bar{x}) \int_0^\xi g_r(\xi) g_B(\xi) d\xi \end{Bmatrix} \right] \quad (7)$$

其中, $k_{mn}(\bar{x}, \bar{t})$ ($m, n=1, 2$) 为已知函数^[3-4]。

该控制方程是一组 Cauchy 型奇异积分方程, 可采用 Gauss-Chebyshev 方法^[8]进行数值求解。利用 Gauss-Chebyshev 方法得到其数值解后, 通过式(3)和式(6)可确定坐标 \bar{x}_k (\bar{x}_k 为 Chebyshev 多项式零点) 的线弹簧内力和裂纹前缘对应点的残余应力强度因子。为能得到裂纹前缘任意点的残余应力强度因子, 可对所得的对应 \bar{x}_k 的残余应力强度因子作多项式拟合。

4 算例

吴学仁采用有限元法^[5]给出了裂纹表面与焊缝垂直和平行情况下, 不同 a/c , a/h 和 c/l (裂纹面与焊缝垂直时与 c/l 有关) 时的半椭圆表面裂纹残余应力强度因子解, 本文方法的解与其对比情况由图 4~9 给出。

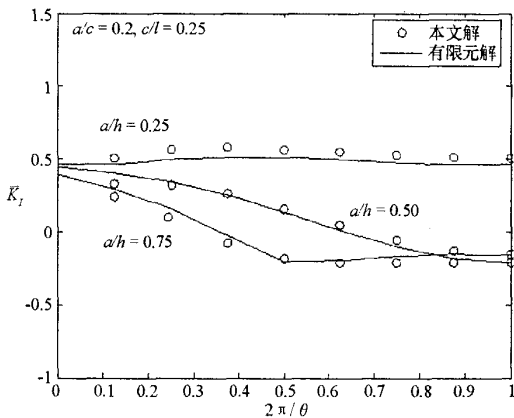


图4 表面裂纹残余应力强度因子

Fig.4 Residual stress intensity factor of surface cracks

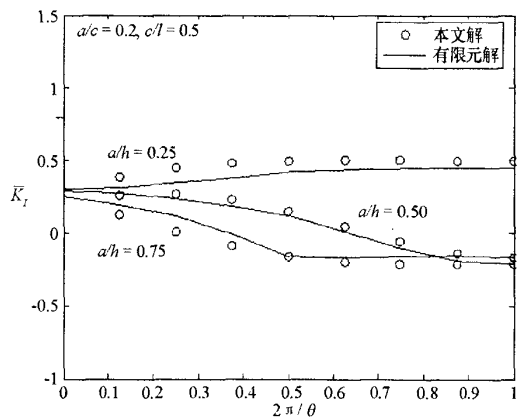


图5 表面裂纹残余应力强度因子

Fig.5 Residual stress intensity factor of surface cracks

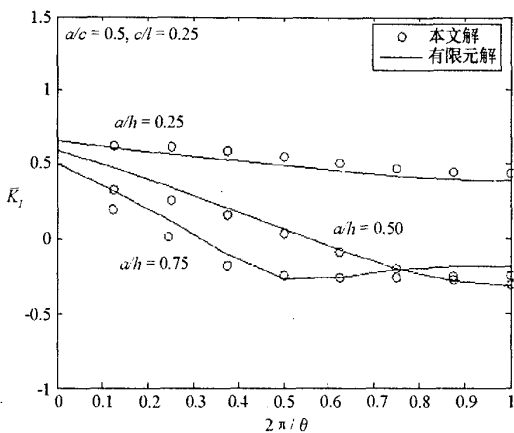


图6 表面裂纹残余应力强度因子

Fig.6 Residual stress intensity factor of surface cracks

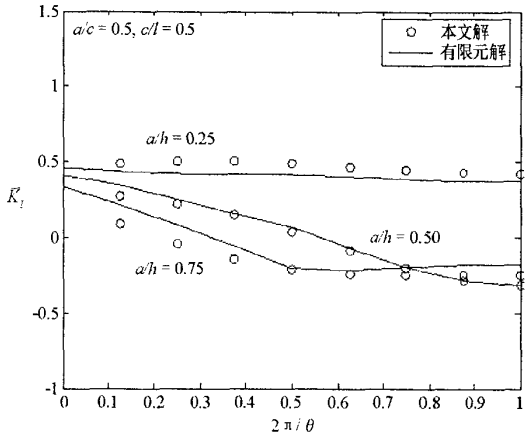


图7 表面裂纹残余应力强度因子

Fig.7 Residual stress intensity factor of surface cracks

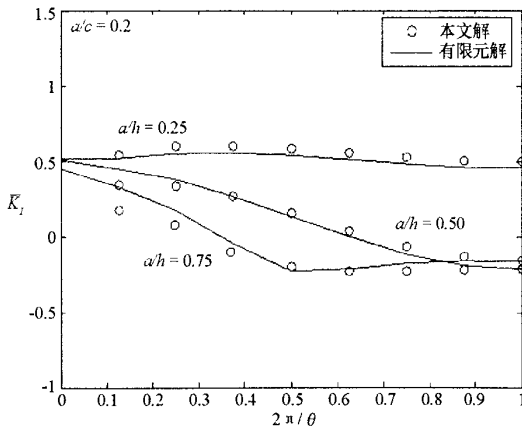


图8 表面裂纹残余应力强度因子
Fig.8 Residual stress intensity factor of surface cracks

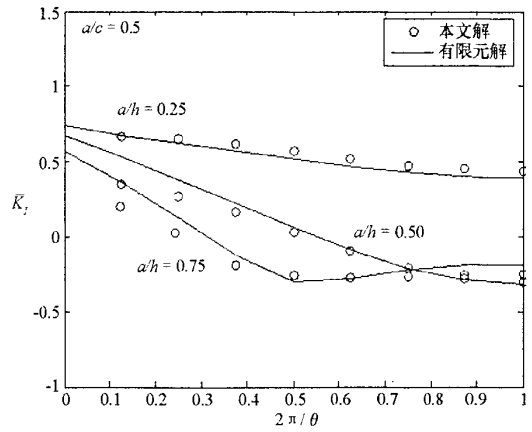


图9 表面裂纹残余应力强度因子
Fig.9 Residual stress intensity factor of surface cracks

图4~7表示裂纹表面与焊缝垂直情况下裂纹前缘的应力强度因子变化规律。可以看出,本文解与吴学仁的解^[5]在 $a/c < 0.5$ 且 $a/h \leq 0.5$ 时,两者具有较好的一致性,而且在靠近背表面一侧的裂纹前缘各点应力强度因子的误差较小,在靠近前表面一侧裂纹前缘各点应力强度因子的误差较大;当 a/h 增大或 a/c 增大时,两者误差随之增大。此外,误差还与 c/l 有关,当 a/h 较小时,误差随 c/l 的增大而增大;反之,当 a/h 较大时,误差随 c/l 的增大而减小。

图8、9表示裂纹面与焊缝平行情况下裂纹前缘的残余应力强度因子变化规律,类似于裂纹面与焊缝垂直的情况。在 $a/h < 0.5$ 且 $a/c < 0.5$ 时,两者结果具有较好的一致性,而且在靠近背表面一侧的裂纹前缘各点残余应力强度因子误差相对较小,而在靠近前表面一侧裂纹前缘各点残余应力强度因子误差相对较大;当 a/h 增大或 a/c 增大时,两者误差随之有所增大。

总的来说,在 a/c 、 a/h 较小时,本文解与有限元解^[5]吻合较好,作为工程应用已经满足要求。

5 结论

(1)本文利用线弹簧模型求解表面裂纹的残余应力强度因子,导出了相关计算公式,通过算例验证了其正确性,表明了采用线弹簧模型求解含残余应力表面裂纹问题是可行的,而且可以满足工程要求;

(2)本文的方法与有限元法相比,计算程序简单、编程方便、计算量小。在确定焊接构件中焊接残余应力分布之后,利用本文方法可以很快求得表面裂纹的残余应力强度因子,因此,特别适合于工程焊接结构的现场快速断裂评定。

参考文献:

- [1] Rice J R, Levy N J. The Part-through Surface Cracks in an Elastic Plate[J]. J. Appl. Mech., 1972, 39:185-194.
- [2] Delale F, Erdogan F. Line Spring Model for Surface Crack in Reissner Plate[J]. Int. J. Eng. Sci., 1981,19:1331-1340.
- [3] 袁杰红,唐国金,等.椭圆形半露头裂纹的线弹簧模型[J]. 工程力学,1999,16(2):65-70.
- [4] 袁杰红,唐国金,等.无限平板内埋裂纹线弹簧模型[J]. 固体力学学报,1999,20(1):69-75.
- [5] Wu X R, Carlsson J. Welding Residual Stress Intensity Factors for Half-elliptical Surface Cracks in Thin and Thick Plates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1984, 19(3):407-426.
- [6] Wu X R, Carlsson J. Wide-range Weight Function for Single Edge Crack in a Finite Width Sheet[C]//Proceedings of 5th International Conference on Numerical Fracture Mechanics, Freiburg, FRG, 1990:23-27.
- [7] Fan X J. A Combination of the Weight Function Method and Line Spring Model: A Surface-cracked Cylindrical Shell Subject to Stress Gradients[J]. Int. J. Solids Structures, 1995, 32: 3037-3046.
- [8] Erdogan F. 复变函数技术[M]. 程沅生,译. 南京:江苏科学出版社,1982.

