

文章编号:1001-2486(2007)06-0116-05

## 基于贝叶斯方法的退化失效型产品实时可靠性评估\*

赵 焯,董豆豆,周经伦,冯 静

(国防科技大学 信息系统与管理学院,湖南长沙 410073)

**摘 要:**通过传统可靠性方法得到的失效分布反映了相同受试环境下同一类产品的平均特征,并不能直接应用于系统实时定量可靠性分析。为此,针对有历史试验数据的退化失效型产品,依据局部更新的思想,利用贝叶斯方法最大可能地采用现场测试数据,并将之及时反映到实时可靠性模型中去。结果表明,随着融合现场数据的增多,产品的实时可靠性模型也逐渐全面反映出产品的个性特征。

**关键词:**贝叶斯方法;实时可靠性;先验分布;性能参数

**中图分类号:**TB114 **文献标识码:**A

## Real-time Reliability Evaluation for Degradation Failure Product Based on Bayes Method

ZHAO Zhao, DONG Dou-dou, ZHOU Jing-lun, FENG Jing

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Tectnology, Changsha 410073, China)

**Abstract:**The failure distribution from traditional reliability methods reflects the "average" characteristics of the same kind of product. In order to get the real time reliability of degradation failure product with history test data, this paper adopts the local updating ideas, uses the on-site measuring data through Bayes method and gets the real time reliability model of the product that timely reflects the on-site data. The result shows that real-time reliability model expresses the specific characters gradually with the increase of fusing on-site data.

**Key words:**Bayes method; real time reliability; prior distribution; performance parameter

系统实时定量可靠性分析是以获取系统中各个部件的实时可靠度为前提展开的。而传统可靠性方法假设可靠度是基于时间的概率分布,并通过对产品进行大量试验并采样其寿命数据获取该分布。获得的分布往往反映了在相同受试环境下同一类产品的平均特征,常用于系统的设计阶段。但对于运行系统中的部件,其实时可靠性有着自身的个性特征,与同一类产品的可靠性也不尽相同。若用传统可靠性方法获取的失效分布进行实时定量可靠性分析,难免出现较大误差,因此,获取运行部件的实时可靠性便成为安全性与可靠性工程的强烈需求<sup>[1]</sup>。目前,关于实时可靠性的研究文献并不多,传统上,可以根据不同使用条件选取合适的环境因子,得到产品的实时失效率,但这种方法依然具有很强统计特征,实时评估时误差较大<sup>[2]</sup>;Lu&Kolarik 利用时序建模方法对实时可靠性建模,以反映单一部件(Individual Component)的实时可靠性<sup>[3]</sup>;利用仿真方法模拟天气变化,Chen 用时间序列分析方法研究了产品在环境作用下的退化问题<sup>[4]</sup>。后者主要是利用数据处理技术对产品的实时可靠性建模,适用于没有试验数据下的情形。工程上,对于运行系统中重要的部件,常常通过监测其性能参数掌握部件或部件所提供功能的健康状况。通过性能参数得到部件的失效概率,以及通过性能参数得到部件的失效分布是性能可靠性着力解决的问题。但实时可靠性与性能可靠性研究也有所区别。性能可靠性仍旧反映规定条件下同一类产品失效的平均特征,如赵建印基于不同类型的随机过程研究了金属化膜脉冲电容的性能退化轨道<sup>[5]</sup>,文献[6]利用数据拟合的方法对同类实验数据性能可靠性进行研究,但得到的可靠性模型依然反映的是同一类产品的平均特征,而不是单一部件的实时可靠性。

\* 收稿日期:2007-07-06

基金项目:国家部委基金资助项目(2005AA845023)

作者简介:赵焯(1980—),男,博士生。

幸运的是,同类产品的历史试验数据可以作为实时可靠性建模时宝贵的先验信息,该情形下的实时可靠性建模可以分为两种情形:规则顺序测试下和非规则顺序测试下的实时可靠性建模。

## 1 性能参数与失效的关系

从失效形式上来看,产品失效分为突发失效与退化失效<sup>[7]</sup>。文献[5]中指出,与突发型产品不同,退化型失效产品的功能无法只用两种状态的属性变量来描述,而需用产品的某个性能参数来表示,该值的大小反映产品功能的高低,且随产品工作时间的延长发生变化。无论是上升变化还是下降变化,它表示的总是产品功能的下降。当性能参数达到或超过某一个量时,产品的功能将不再满足工作要求,即发生退化失效。判断发生退化失效与否的该量被称为退化失效的临界值,或称为退化失效标准和退化失效阈值。它可能是一个确定值,也可能是一个随机变量,也可能是一个区间,由实际工程问题决定。

不同类型的产品,退化量的测量通常有非破坏性顺序测量和破坏性测量两种情况。这两种情形下取得的性能参数存在重要差异,相应的,在数据模型和统计分析方面都有很大的不同。本文的退化数据指的是非破坏性顺序测量数据。

对于非破坏性顺序测量而言,如果对不同样品的测量时刻相同,即  $t_{1j} = t_{2j} = \dots = t_{mj}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ),则称此时的退化数据为规则型顺序测量数据。在许多实际问题中,往往会因为各种原因使得每个样品的测量次数和测量时间点都可能不同,此时的退化数据称为非规则顺序测量数据。

## 2 基于贝叶斯方法的产品实时可靠性建模

### 2.1 规则型顺序测量数据情形下的实时可靠性建模

首先讨论规则顺序测量数据情形下的实时可靠性建模。设在历史试验中共有  $m$  个样品,在  $n$  个给定的时间点  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  分别进行测量,测得的数据为  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}, \dots, x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}$ 。其中,  $x_{ij}$  表示第  $i$  个产品在  $t_j$  时刻测量所获取的产品性能数据。现场测量数据为  $x_{c1}, x_{c2}, \dots$ 。下面利用贝叶斯方法,融合现场数据  $x_{c1}, x_{c2}, \dots$ ,更新当前时刻产品的可靠度,得到  $t_j$  时刻  $(t_j, R_j)$ ,然后根据产品可靠性分布,通过线性变换,拟合  $(t_j, R_j)$ ,得到可靠性分布的参数。整个过程可按下列步骤进行:

(1)选择合适的分布  $G(x, \Theta(t))$  表示产品  $t$  时刻性能参数变量的分布,  $g(x, \Theta(t))$  为其概率密度函数,其中  $\Theta(t)$  为该分布的时变参数。

(2)在每一个测量时间点  $t_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 上确定参数  $\Theta(t_j)$  的先验密度函数为  $\pi(\Theta(t_j); \Theta_0)$ , 其中  $\Theta_0$  表示先验概率密度函数的参数集合。

(3)根据工程实际,确定参数先验概率密度函数  $\pi(\Theta(t_i); \Theta_0)$  中的未知参数,其中部分未知参数的估计值可以用  $m$  个试验样品在  $t_j$  时刻历史数据的合适统计量代替。

(4)利用贝叶斯方法,得到  $t_j$  时刻现场样本  $D_j$  下的参数后验密度函数  $\pi(\Theta(t_j) | D_j)$ , 进而得到  $g(x, \Theta(t) | D_j)$ 。对于无现场样本的时刻  $t_i$  ( $t_i > t_j$ ),  $g(x, \Theta(t))$  中参数可以由其估计值代替,即由  $m$  个试验样品在  $t_i$  时刻的历史数据的合适统计量代替。

(5)根据失效阈值  $l$ , 由当前时刻性能参数的概率密度函数  $g(x, \Theta(t) | D_j)$  或  $g(x, \Theta(t))$  得到  $t_1, t_2, \dots, t_n$  时刻的可靠度  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , 实现现场信息的局部更新(采用贝叶斯方法进行局部更新,可以避免历史数据淹没现场数据)。

(6)选择合适的失效分布  $F(t)$ , 采用  $n$  个数据点  $(t_i, R_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 利用回归分析技术得到产品失效分布  $F(t)$  中未知参数的估计值,进而得到可靠性模型的参数。

需要说明的是,在第(6)步中,利用数据  $(t_i, R_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 采用回归方法求解失效分布的未知参数时,大部分的情况是非线性回归问题,有些失效分布可以利用变换将其转移为线性模型,比如指数、Weibull 分布等,但这种转化可能引起随机扰动的变换。当失效分布不能转移为线性时,只能利用近似的方法求解,利用回归技术求解失效分布的参数,文献[8]做了较好的研究。另外,采用本方法的一个优

点是:不要求各个测量时刻的性能参数服从相同的分布。

## 2.2 非规则顺序测量数据情形下实时可靠性建模

在非规则顺序测量数据情形下进行实时可靠性建模时,首先将非规则顺序测量数据近似转化为规则数据,然后再利用上面给出的规则顺序测量数据情形下的实时可靠性建模方法进行分析,整个过程步骤如下:

(1)根据第  $i(i=1,2,\dots,m)$  个样本的退化数据  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ , 拟合其性能参数随时间变化的函数  $h_i(t)$ ;

(2)根据各样品性能参数变量的函数  $h_i(t)(i=1,2,\dots,m)$ , 求得各测量时刻  $t_1, t_2, \dots, t_j, \dots, t_n$  时刻的性能参数值  $h_i(t_j)$ , 将这种利用拟合性能参数值的函数得到的规则型数据称为伪规则型测量数据;

(3)利用 2.1 节提到的规则顺序测量数据情形下的实时可靠性建模方法, 得到伪规则型测量数据的实时可靠性模型。

需要指出的是, 当每个样本的测量点较少时, 利用步骤(2)所得到伪规则型测量数据与真实数据存在较大误差, 因此这种处理方式是以大的产品历史数据量作为基础的。

## 3 实例

使用上面所提出的方法, 采用文献[5]中的性能参数变量退化数据, 给出一个规则型顺序测量数据情形下的实时可靠性建模例子。产品的历史退化数据如表 1, 样本量  $m=6$ , 测量次数  $n=5$ , 各测量时刻  $t_j(j=1,2,\dots,5)$  分别为 15、45、120、150、180h。现场产品在各个时刻测得的性能参数值表示在有背景阴影的单元格内。失效阈值  $l=8.5$ , 性能参数随时间的变化如图 1 所示。

表 1 产品历史数据与现场测量数据表

Tab. 1 The historical data and field data of the products

时间 $t$ (h)	V1	V2	V3	V4	V5	V6	现场产品
0	0	0	0	0	0	0	0
15	1.472	1.839	1.472	1.839	1.839	2.575	1.839
45	2.943	4.047	3.311	2.943	3.311	3.679	2.943
120	5.886	6.990	5.886	4.415	5.518	5.886	5.886
150	6.254	8.093	6.622	5.150	6.254	7.726	6.990
180	8.461	9.933	8.093	6.622	7.726	10.301	8.461

设在任一测量时刻  $t_j(j=1,2,\dots,n)$ , 性能参数变量服从正态分布, 其分布密度函数为

$$f(x; u_j, \sigma_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} e^{-\frac{(x-u_j)^2}{2\sigma_j^2}}$$

其中,  $u_j, \sigma_j^2$  分别为在时刻  $t_j$  时性能参数变量的均值和方差。

具有双参数的 Weibull 分布在其参数取不同值时可表示失效率随时间逐渐增加、减少、不变等多种情形, 具有很大的灵活性与广泛的应用。因此, 假设本例中产品失效分布为 Weibull 分布, 其密度函数为

$$f(t) = \frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\beta} \quad (1)$$

为求现场产品各个时刻  $t_j$  的实时可靠度  $R_j$ , 可利用该时刻现场测得的样本  $D_j$ , 更新该时刻性能参数变量的概率密度函数, 得到性能参数的后验概率函数  $f(x|D_j)$ , 以融合现场信息反映现场产品的个性特征。

设  $t_j$  时刻产品的现场性能参数测量值为  $x_q$ , 将之作

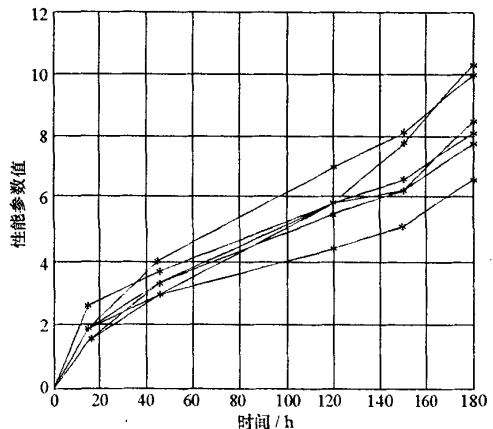


图 1 历史性能参数随时间的变化图  
Fig. 1 Diagram for historical performance parameter changed with time

为该时刻现场样本  $D_j$  的样本值,到  $t_j$  时刻为止,现场样本集合为  $D = \{D_k | k = 1, 2, \dots, j\}$ 。将  $t_j$  时刻性能参数变量的先验密度函数记为  $f(x; u_j, \sigma_j)$ 。考虑在均值  $u_j$  未知、 $\sigma_j^2$  已知的情形下求性能参数的后验密度函数  $f(x | D_j)$ ,  $\sigma_j^2$  可以用其估计值  $\hat{\sigma}_j$  代替,即

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij})^2$$

设均值  $u_j$  的先验密度函数为  $\pi(\mu_j) \sim N(\mu_{j0}, \sigma_{j0}^2)$ , 其中先验密度函数中的未知参数  $u_{j0}, \sigma_{j0}^2$  根据工程实际给出。本文处理方法是将同一时刻 6 个产品测量数据按两两一组,分成 3 组,将各组的均值作为统计对象,将其均值和方差作为均值  $\mu_j$  的先验均值和先验方差。应用贝叶斯公式可得现场样本  $D_j$  下的后验密度函数

$$\pi(\mu_j | D_j) = \frac{f(D_j | \mu_j) \pi(\mu_j)}{\int f(D_j | \mu_j) \pi(\mu_j) d\mu_j}$$

依据正态分布的共轭特性,得到  $\pi(\mu_j | D_j) \sim N(\mu_{ja}, \sigma_{ja}^2)$ , 其中,  $\mu_{ja}, \sigma_{ja}^2$  为参数的后验密度函数中的参数,并有

$$\mu_{ja} = \left( \frac{\sigma_{j0}^2}{\sigma_{j0}^2 + \sigma_j^2} \right) x_{qj} + \frac{\sigma_j^2}{\sigma_{j0}^2 + \sigma_j^2} \mu_{j0}, \quad \sigma_{ja}^2 = \frac{\sigma_{j0}^2 \sigma_j^2}{\sigma_{j0}^2 + \sigma_j^2}$$

再求  $f(x | D_j)$ , 有

$$f(x | D_j) = \int f(x | \mu_j) \pi(\mu_j | D_j) d\mu_j$$

可以得到  $f(x | D_j)$  是一个正态分布,均值为  $\mu_{ja}$ , 方差为  $\sigma_j^2 + \sigma_{ja}^2$ , 即  $f(x | D_j) \sim N(\mu_{ja}, \sigma_{ja}^2 + \sigma_j^2)$ , 简记为  $f(x | D_j) \sim N(\mu_{qj}, \sigma_{qj}^2)$ , 则  $\mu_{qj} = \mu_{ja}, \sigma_{qj}^2 = \sigma_{ja}^2 + \sigma_j^2$ 。也就是说,为了得到  $f(x | D_j)$ , 需用  $u_{ja}$  代替  $u_j$ , 用  $\sigma_{ja}^2 + \sigma_j^2$  代替  $\sigma_j^2$ 。在效果上,  $u_{ja}$  被当作  $u_j$  的真实值看待,而这里的方差比起  $\sigma_j^2$  来说相对增加,这是因为对均值  $u_j$  的不确定性增加了对  $x$  的不确定性。

利用性能参数的失效阈值  $l = 8.5$ , 通过下式求得各测量时刻  $t_j$  的产品可靠度  $R_j (j = 1, 2, \dots, 5)$ :

$$R_j = P(x(t_j) \leq l) = \Phi\left(\frac{l - u_{qj}}{\sigma_{qj}}\right) \quad (2)$$

其中,  $x(t_j)$  表示  $t_j$  时刻的性能参数变量。此时可靠度  $R_j$  融入了产品的现场信息,反映了当前产品的特点。对在测量时刻  $t_{j+1}, \dots, t_n (t_{j+1} > t_j)$  的性能参数分布,由于没有现场信息对其进行更新,可用原来历史数据的统计量作为未知参数的估计量。设  $t_{j+1}$  时刻性能参数分布的未知参数为  $u_{j+1}, \sigma_{j+1}^2$ , 其估计值可分别通过下式求得:

$$\hat{\mu}_{j+1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij+1}, \quad \hat{\sigma}_{j+1}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_{ij+1} - \hat{\mu}_{j+1})^2$$

利用式(2),根据失效阈值  $l = 8.5$ , 同样可得到  $t_{j+1}$  时刻的可靠度  $R_{j+1}$ 。

表 2 给出了融合不同时刻现场数据时的可靠度,其中背景有阴影部分的单元格表示经过贝叶斯方法融合得到的可靠度。

表 2 融合不同现场数据下各时刻的可靠度

Tab.2 The real-time reliability fused with different field data

更新情况	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
历史分布	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9542	0.4935
融合前 3 个值	1.0000	1.0000	1.0000	0.9953	0.9542	0.4935
融合前 4 个值	1.0000	1.0000	1.0000	0.9953	0.9233	0.4935
融合全部值	1.0000	1.0000	1.0000	0.9953	0.9233	0.4997

接下来利用数据  $\{(t_i, R_i); i = 1, 2, \dots, n\}$  对产品失效分布中未知参数进行估计。产品的可靠度函数为  $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\beta}$ , 将其转化为未知参数的线性形式,对其两边取两次对数,有

$$\ln[\ln(\frac{1}{R(t)})] = \beta \cdot \ln t - \beta \cdot \ln \lambda$$

记  $\ln[\ln \frac{1}{R(t)}] = y, \ln t = \tau, \beta \cdot \ln \lambda = \gamma$ , 则上式可化为  $y = \beta \cdot \tau - \gamma$ 。

记  $y_j = \ln(\ln R_j), \tau_j = \ln t_j$ , 则由方程组

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n y_j \tau_j - \beta \sum_{j=1}^n \tau_j^2 + r \sum_{j=1}^n \tau_j = 0 \\ \sum_{j=1}^n y_j - \beta \sum_{j=1}^n \tau_j + n \cdot r = 0 \end{cases}$$

利用最小二乘法估计出  $\hat{\beta}, \hat{\gamma}$ , 进一步可求得  $\hat{\lambda} = e^{\frac{\hat{\gamma}}{\hat{\beta}}}$ 。

表 3 给出了融合不同现场数据时可靠性分布中未知变量  $\hat{\beta}, \hat{\gamma}$ , 并在图 2 中绘出了融合不同现场数据情形下的失效分布曲线。从图中可以看出, 随着融合现场数据量的增加, 失效分布曲线逐渐向融合全部现场数据时获得的产品失效分布靠近, 这也说明了利用的现场信息越多, 就越能得到反映当前产品的实时可靠性模型。

表 3 融合不同现场数据下得到的可靠性函数变量

Tab.3 The variables of the reliability function fused with different field data

现场数据融合情况	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
历史分布	18.1084	181.3842
融合前 3 个值	12.2706	187.7392
融合前 4 个值	12.3584	184.7499
融合全部值	12.3159	184.9812

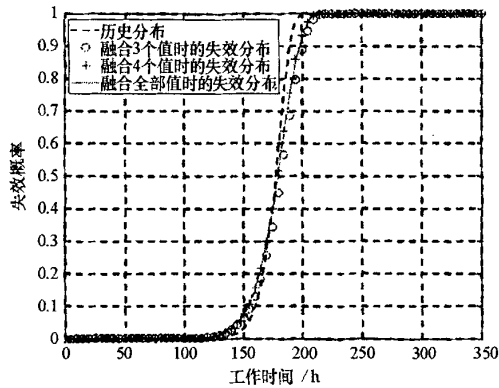


图 2 融合不同现场数据时的失效分布曲线对比

### 4 结论

产品的历史测量数据可分为两种情形: 规则顺序测量数据和非规则顺序测量数据。在两种情形下, 本文采用局部更新的思想, 依据现场测得的数据, 利用贝叶斯方法得到当前时刻性能参数变量的分布函数, 通过数据拟合方法得到能反映现场产品个性的实时可靠性模型。本文提出的方法可以最大化地利用现场信息, 及时融合现场数据并反映到实时可靠性模型中去, 帮助人们了解产品的实时可靠性, 为决策或进行系统层次的定量实时安全评估做出数据准备。但也需要指出的是, 该方法的精度受所采集数据质量的影响, 而且得到完全的实时可靠性分布受更新时间的影响, 通常仅能得到较为及时的、反映当前产品实际的可靠性分析结果。

### 参考文献:

[1] Papadopoulos Y, McDemid J. Automated Safety Monitoring: A Review and Classification of Methods[J]. International Journal of Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management, 2001, 4: 1-32.

[2] Stamatelatos M. Fault Tree Handbook with Aerospace Applications[R]. NASA, DC, August, 2002.

[3] Lu H, Kolarik W J, Lu S S. Real-time Performance Reliability Prediction[J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50: 353-357.

[4] Chen V. Reliability-based Reliability in Outdoor Environments[D]. Iowa: Iowa State University, 2001.

[5] 赵建印. 基于性能退化数据的可靠性建模与应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.

[6] Wang P. System Reliability Prediction Based on Degradation Modeling Considering Field Operating Stress Scenarios[D]. New Jersey: The State University of New Jersey, 2003.

[7] 梅启智, 廖炳生, 孙惠中. 系统可靠性工程基础[M]. 北京: 科学出版社, 1987.

[8] Douglas M B, Donald G W. Nonlinear Regression Analysis and Its Applications[M]. John Wiley & Sons, Inc., 1988.

[9] 张永强, 刘琦, 周经伦. 小子样条件下基于 Normal-Poisson 过程的性能可靠性评定[J]. 国防科技大学学报, 2006(3): 128-132.

