

文章编号: 1001- 2486(2008) 01- 0025- 03

## 卫星导航系统定位精度估计\*

王莉

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 系统精度估计是卫星导航系统总体设计的重要环节, 是进行大系统指标分配的重要依据。因此, 在进行卫星导航系统总体设计时, 必须对所有误差源的特性及其对系统精度的影响情况进行仔细的仿真计算分析。采用对定位测量方程进行全微分的方法, 导出了卫星导航系统定位精度的协方差估计公式, 给出了用于指导工程实际对关键误差源进行严格控制的一整套理论和方法。

**关键词:** 卫星导航; 误差源分析; 定位精度; 协方差分析

中图分类号: V239 文献标识码: A

## Estimation Positioning Accuracy of Satellite Navigation System

WANG Li

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The estimation of system accuracy is an important part in designing the satellite navigation system and a major indicator in assigning the large-scale system as well. Thus, much attention should be paid to simulating, computing and analyzing characteristics of all the error sources and their influences on system accuracy in designing satellite navigation system. This paper induces the covariance estimating expression of system positioning accuracy by differentiating the measure equations and the set of theory and method for controlling the critical error sources, which apply to engineering, is provided.

**Key words:** satellite navigation; error sources analysis; positioning accuracy; covariance analysis

常见的系统精度估计公式将用户定位误差  $\sigma$  与等效距离误差 UERE 和几何精度衰减因子 PDOP 的关系用下式表达<sup>[1-2]</sup>

$$\sigma = UERE \times PDOP$$

当单独考虑水平误差和垂直误差时, 将 PDOP 换成 HDOP 和 VDOP 即可。上述传统的 DOP 分析认为来自所有卫星方向的误差是一致的。实际工程中, 来自各卫星的误差是不一样的(特别是涉及不同类型轨道的卫星时, 如混合星座中的卫星), 而且卫星的误差也随时间而改变<sup>[5-6]</sup>。DOP 的概念是基于不加权解, 而考虑到来自各卫星的误差不同的概念是基于加权解。卫星导航系统精度分析正是建立在对各种误差精确分析的基础上进行的。

## 1 定位精度估算基本公式

对于像 GPS 这样的卫星导航系统, 当用户可见卫星数目  $n = 4$  时, 用户的定位测量方程为<sup>[3-4]</sup>

$$\begin{cases} \rho_{i1} = [(X_1 - X_u)^2 + (Y_1 - Y_u)^2 + (Z_1 - Z_u)^2]^{1/2} + l_{A1} + l_u - l_{s1} \\ \rho_{i2} = [(X_2 - X_u)^2 + (Y_2 - Y_u)^2 + (Z_2 - Z_u)^2]^{1/2} + l_{A2} + l_u - l_{s2} \\ \rho_{i3} = [(X_3 - X_u)^2 + (Y_3 - Y_u)^2 + (Z_3 - Z_u)^2]^{1/2} + l_{A3} + l_u - l_{s3} \\ \rho_{i4} = [(X_4 - X_u)^2 + (Y_4 - Y_u)^2 + (Z_4 - Z_u)^2]^{1/2} + l_{A4} + l_u - l_{s4} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\rho_{ij}$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) 为用户所测得的用户至 4 颗卫星的伪距观测量,  $(X_j, Y_j, Z_j)$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) 为 4 颗导航星的位置坐标,  $(X_u, Y_u, Z_u)$  为待估的用户位置坐标,  $l_{Aj} = c\tau_{Aj}$ ,  $\tau_{Aj}$  为信号传输过程中引入的附加时

\* 收稿日期: 2007- 08- 30

作者简介: 王莉(1962-), 女, 高级工程师, 博士生。

延,  $l_u = c\hat{\delta}_{ur}$ ,  $\hat{\delta}_{ur}$  为用户接收机时钟与导航系统时钟的钟差,  $l_j = c\hat{\delta}_{sj}$ ,  $\hat{\delta}_{sj}$  为卫星  $S_j$  的星上时钟与导航系统时钟的钟差。

采用对测量方程中各变量进行全微分的方法推导定位误差协方差的计算公式。对式(1)进行全微分,得:

$$\Delta \rho_u = A_u \Delta X_u + A_s \Delta X_s + \Delta l_A + \Delta l_s \quad (2)$$

其中,

$$\Delta \rho_u = \begin{bmatrix} \Delta \rho_{u1} & \Delta \rho_{u2} & \Delta \rho_{u3} & \Delta \rho_{u4} \end{bmatrix}^T \quad \Delta X_u = \begin{bmatrix} \Delta X_u & \Delta Y_u & \Delta Z_u & \Delta l_u \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta X_s = \begin{bmatrix} \Delta X_1 & \Delta Y_1 & \Delta Z_1 & \Delta X_2 & \Delta Y_2 & \Delta Z_2 & \Delta X_3 & \Delta Y_3 & \Delta Z_3 & \Delta X_4 & \Delta Y_4 & \Delta Z_4 \end{bmatrix}^T$$

$$A_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial X_1} & \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial Y_1} & \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial Z_1} & & & & & & & & & & \\ & & & \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial X_2} & \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial Y_2} & \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial Z_2} & & & & & & & \\ & & & & & & \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial X_3} & \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial Y_3} & \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial Z_3} & & & & \\ & & & & & & & & & \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial X_4} & \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial Y_4} & \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial Z_4} & \end{bmatrix}$$

$$A_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial X_u} & \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial Y_u} & \frac{\partial \rho_{u1}}{\partial Z_u} & 1 \\ \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial X_u} & \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial Y_u} & \frac{\partial \rho_{u2}}{\partial Z_u} & 1 \\ \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial X_u} & \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial Y_u} & \frac{\partial \rho_{u3}}{\partial Z_u} & 1 \\ \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial X_u} & \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial Y_u} & \frac{\partial \rho_{u4}}{\partial Z_u} & 1 \end{bmatrix} \quad \Delta l_A = c \cdot \begin{bmatrix} \Delta \tau_{A1} \\ \Delta \tau_{A2} \\ \Delta \tau_{A3} \\ \Delta \tau_{A4} \end{bmatrix} \quad \Delta l_s = c \cdot \begin{bmatrix} \hat{\delta}_{s1} \\ \hat{\delta}_{s2} \\ \hat{\delta}_{s3} \\ \hat{\delta}_{s4} \end{bmatrix}$$

由式(2)得

$$\Delta X_u = A_u^{-1} (\Delta \rho_u - A_s \Delta X_s - \Delta l_A - \Delta l_s) \quad (3)$$

根据误差协方差定义, 假设卫星位置误差与用户测距误差无关, 则可导出用户定位误差的协方差阵为

$$\Sigma_{X_u} = A_u^{-1} (\Sigma_{\rho_u} + A_s \Sigma_A^T + \Sigma_A + \Sigma_s) (A_u^{-1})^T \quad (4)$$

其中,  $\Sigma_{\rho_u}$  为用户测距误差协方差阵,  $\Sigma_s$  为卫星位置误差协方差阵,  $A_s \Sigma_A^T$  项为卫星位置误差的等效距离误差协方差阵,  $\Sigma_A$  为电波传播时延修正残差的等效距离误差协方差阵,  $\Sigma_s$  为卫星钟差改正残差的等效距离误差协方差阵。

当  $n > 4$  时, 采用最小二乘求解用户位置, 同理可推得定位误差协方差阵为:

$$\Sigma_{X_u} = (A_u^T A_u)^{-1} A_u^T (\Sigma_{\rho_u} + A_s \Sigma_A^T + \Sigma_A + \Sigma_s) [(A_u^T A_u)^{-1} A_u^T]^T \quad (5)$$

由上述分析可见, 影响用户定位精度的误差源主要有用户测距误差  $\Sigma_{\rho_u}$ 、星历误差  $\Sigma_s$ 、电波传播修正误差  $\Sigma_A$  和星钟改正误差  $\Sigma_s$ 。

## 2 定位精度估计的仿真计算

卫星导航系统的定位误差主要来自于 4 个方面<sup>[7-12]</sup>:(1) 卫星部分: 卫星星历误差、卫星钟差;(2) 用户接收机部分: 用户接收机测量误差、通道偏差;(3) 信号传播路径: 电离层的信号传播延迟、对流层的信号传播延迟、多路径效应;(4) 其他影响: 相对论效应、地球自转影响。其中, 接收机测量噪声和通道偏差大小与接收机的设计有关, 属于内部误差。其他误差源受外界因素影响, 与接收机无关, 相对于接收机而言属于外部误差。

根据上述误差分析方法和计算公式(4)或(5), 在给定上述各项误差上限的条件下, 即可对系统最终能达到的定位精度进行估计。

本文以 2003 年 IERS 年度报告公布的 GPS C/A 码单频用户定位精度的误差分配表为例,以 4 颗 GEO 卫星加上 12 颗 MEO 卫星组成覆盖某一地区的区域星座为算例,进行系统的定位精度分析计算。

首先采用 DOP 分析方法,给出覆盖区内导航星座的水平几何衰减因子 HDOP 值和垂直几何衰减因子 VDOP 值的计算结果,见表 1。

由 IERS 年度报告(2003)公布的 GPS 单频用户(不含广域差分)各误差源的误差分配如表 2 所示。

表 2 用户等效距离误差

Tab. 2 The equivalent distance error of user

误差项	指标
卫星星历误差	2.0m
卫星时钟误差及稳定性	7ns
电离层修正残差	0.1m
对流层修正残差	0.1m
多路径误差	1.5m
伪距测量误差	0.3m
用户等效距离误差 UERE	3.2m

表 1 覆盖区内最大 HDOP、VDOP 值的分布情况

Tab. 1 The HDOP and VDOP distributing in covered area

	HDOP		VDOP	
	100%	79%	100%	79%
4GEO+ 12MEO	3.8	3.1	5.8	3.3

表 3 覆盖区定位精度估算

Tab. 3 The positioning accuracy estimation of covered area

	精度优于 10m (%)		定位精度 (最大值)	
	水平	高程	水平	高程
4GEO+ 12MEO	99	85	10.6	18.6

将表 2 中误差代入式(5)(对所有可见卫星的伪距观测值都参与定位解算)对该区域星座进行定位精度估计,计算结果见表 3。

由表 3 可见,在假定的误差指标分配条件下,算例星座在覆盖区内水平和高程方向的定位精度绝大部分情况下均可以优于 10m。计算结果显示,表 3 并非表 1 中的系数与表 2 中的误差简单相乘的结果,传统的误差估计是在一系列假设条件下对式(4)、(5)式的一种近似估计。

工程实际中,恰是根据系统的定位精度要求,经过对表 2 中所列的各项误差进行反复的调整并仿真计算系统定位精度,最终给出在满足精度指标条件下符合当前技术发展水平的各项误差的指标分配,并以此指导工程研制过程中各环节的误差控制。

### 3 结论

采用对定位测量方程进行全微分的方法,导出了系统定位精度的协方差估计公式,分析了各种误差源的特性及其对卫星导航定位精度的影响,以典型的 GPS C/A 的误差分配表为例,计算了算例星座的定位精度估计。结果表明,按照 GPS 的误差分配,该区域星座能实现较好的系统精度。

### 参考文献:

- [1] 陈芳允,费乃华. 卫星测控手册[M]. 北京:科学出版社,1992.
- [2] 王莉. 区域导航卫星系统的星座设计与比较[J]. 飞行器测控学报,1999,18(4):1-8.
- [3] 许其凤. 区域卫星导航系统的卫星星座[J]. 测绘工程,2001,10(1):1-5.
- [4] 丛丽, Ahmed I A, 谈展中. 卫星导航几何因子的分析和仿真[J]. 电子学报,2006,34(12):2204-2208.
- [5] 初海彬,张乃通,顾学迈. 基于中轨与静止轨道卫星定位系统星座优化设计[J]. 中国空间科学技术,2005,25(2):52-58.
- [6] 邓忠民,肖业伦. Walker 星座的区域导航特性分析[J]. 中国空间科学技术,2004,24(2):1-5,26.
- [7] 夏南银. 航天测控系统[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [8] 黄捷. 电波大气折射修正[M]. 北京:国防工业出版社,1999.
- [9] 杨力. 大气对 GPS 测量影响的理论与研究[D]. 郑州:信息工程大学测绘学院,2001.
- [10] 黄秉英,肖明耀,马风鸣,等. 时间频率的精确测量[M]. 北京:中国计量出版社,1986.
- [11] 屠世谷. 稳频与测频技术[M]. 北京:科学出版社,1986.
- [12] Walker J G. Continuous Whole earth Coverage by Circular-orbit Satellites Pattern[R]. Royal Aircraft Establishment Technical Report 77044, 1977.