

文章编号: 1001- 2486(2008) 02- 0102- 05

# 基于特征提取的三维流线分布算法\*

吴晓莉, 史美萍, 贺汉根

(国防科技大学 机电工程和自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 特征提取与清晰表达是三维流场可视化研究中的两个主要问题。提出了一种基于特征提取的三维流线分布算法, 既保障了流场临界点附近的特征结构得以正确描述, 同时又使输出结果具有良好的清晰性。该算法分为三个步骤: 首先, 在临界点的快速检测基础上, 根据临界点处 Jacobian 矩阵特征值对临界点进行分类, 并对临界点与种子点模板进行匹配; 其次, 种子点依照优先规则排序, 并从这些种子点出发在物理空间计算出流线; 最后, 在图像空间由预先设置的阈值对流线进行间距控制, 并根据深度检测来保留离视点最近的流线, 使得屏幕上的输出结果清晰。

**关键词:** 流场可视化; 流线分布; 临界点检测; 种子点模板

中图分类号: TP391. 41 文献标识码: A

## Feature Extracting Based 3D Streamline Placement Algorithm

WU Xiao-li, SHI Mei-ping, HE Han-gen

(College of Mechnronics and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Feature extraction and clarity expression are two main problems in 3D flow visualization research. To solve these problems, a feature extracting based 3D streamline placement algorithm is presented. The algorithm ensures that the feature structures around the critical points can be described correctly, and the output result shares good clarity. The algorithm is comprised of three processes. Firstly, based on the fast detection of critical points, the critical points are classified according to the eigenvalues of their Jacobian Matrix, and the match between the critical points and the seed templates is performed. Secondly, the seeds points are ordered in priority, and streamlines are generated in physical space. Finally, in image space, the distance between streamlines is controlled by the preset threshold value, and the nearest streamline to the observer is held according to the depth detection, thus the display clarity is ensured.

**Key words:** flow visualization; streamline placement; critical points detection; seed points template

目前三维流场可视化方法主要可分为两类: 一类是基于纹理图像的, 以 3D IBFV 方法为代表<sup>[1]</sup>; 另一类是基于几何元素的, 以流线方法和粒子方法为代表。

基于纹理图像的方法在二维流场可视化上体现了优良的性能, 可以细致地表示流场的全局信息, 并且被成功地扩展到曲面<sup>[1]</sup>, 但在三维流场的可视化上, 遮挡(occlusion)问题成为其方法难以推广应用的瓶颈。流线及其派生出来的流带、流管技术在三维流场的可视化科学研究中占有重要位置, 该类方法具有很好的物理意义, 易于与实际系统的物理特性进行对应。

流线方法应用于流场可视化需解决两个主要问题: 流场的特征把握和流场表达的清晰程度。许多研究者对此进行了大量的研究。对于三维流场, Ye<sup>[8]</sup>根据临界点周围的流场特性设置种子点模板, 但其方法没有考虑投影到二维平面时, 流线彼此交叠可能会造成视觉上的混乱。本文在其研究的基础上, 首先提出了一个检测临界点的定理, 并给出了证明; 随后在快速检测临界点的基础上, 根据不同的临界点类型设置不同的种子点模板, 保证了流场的主要特征把握; 最后结合目标优化的流线分布策略, 使得输出的可视化结果清晰、形象、直观。

\* 收稿日期: 2007- 09- 03

基金项目: 国家 863 高技术资助项目(2002AA742062)

作者简介: 吴晓莉(1978—), 女, 博士生。

# 1 快速特征提取

流体力学的研究表明, 流场中有意义的形状、结构、变化和现象, 如涡流、激波等往往和流场的临界点密切相关, 因此临界点周围的流场特征是研究人员特别关注的。为了提高算法性能, 快速准确全面地提取临界点是解决流线及其衍生方法在三维流场可视化中首先需要解决的问题。

## 1.1 临界点及其快速检测方法

定义 1 (临界点, Critical Points): 如果流场中某点  $P_0$  的三个速度分量均为零, 而且存在一个包围  $P_0$  的邻域, 该邻域内除  $P_0$  外任意点处的速度矢量均不为零, 则  $P_0$  为该流场中的一个临界点, 记为  $CP_0$ 。

现有的临界点检测方法包括 MC 方法(Marching Cube, MC)<sup>[3]</sup> 和基于几何代数的方法<sup>[4]</sup>。MC 方法是构造三维标量数据场中等值面的经典算法, 把流场数据网格顶点的三个速度分量  $u, v, w$  都分别当作标量来看待, 就可以直接应用 MC 方法得到  $v=0$  的点, 但 MC 方法只适合于六面体单元构成的规则而密集的数据场, 不适用于稀疏的、不规则的数据场。Stephen Mann 等通过几何代数(Geometric Algebra)的方法求出网格单元的 poicare 指数  $ind(c)$ , 如果  $ind(c) \neq 0$ , 则该网格单元(cell) 必然存在临界点<sup>[4]</sup>, 这种方法虽然可以准确地检测出临界点, 但是算法难以理解而且计算量大。本文将 Sperner 引理引入到临界点检测中, 给出了临界点检测的新算法。

引理 1 (Sperner 引理)<sup>[5]</sup>: 给定一个大三角形  $V_1 V_2 V_3$ , 并将它三角化(把它划分成有限多个较细的三角形, 且每个细三角形的边都是另一个细三角形的边或者落在大三角形的边上)。若将各顶点以下述的规定标记:

- (1) 顶点  $V_i$  的标号为  $i, i=1, 2, 3$ ;
  - (2) 在  $V_i V_j$  边上的顶点只可以用  $i$  或者  $j$  作为标号;
  - (3) 不在大三角形边上的顶点可以随意以  $1, 2, 3$  作为标号;
- 则至少存在一个细三角形其三个顶点的标号分别为  $1, 2, 3$ 。

引理 1 描述的是二维的情形, 可以推广到高维情形。给定一个  $n$  维空间的凸集  $S$ , 将凸集  $S$  三角化, 从  $\{1, 2, \dots, n+1\}$  中选择一个数字作为顶点的标号。如果初始凸集  $S$  的顶点是被完全标号的, 即凸集  $S$  的顶点标号包含所有  $n+1$  个数字, 则凸集  $S$  必然包含奇数个被完全标号的子三角形<sup>[5]</sup>。这里的子三角形指的是  $n$  维空间的单纯形, 即  $n$  维空间  $n+1$  个顶点构成的凸多面体。

定义 2 (Sperner 完全标号): 给定二维流域内的四边形网格  $D$ , 各顶点的标号为顶点处速度矢量  $v(u, v)$  落在以  $u, v$  为坐标轴的象限代码。当出现速度矢量与坐标轴方向共线的情形时, 规定速度矢量与  $u$  轴正向重合的顶点标号为 1; 速度矢量与  $v$  轴正向重合的顶点标号为 2; 速度矢量与  $u$  轴负向重合的顶点标号为 3; 速度矢量与  $v$  轴负向重合的顶点标号为 4。若  $D$  的四个顶点标号分别为  $1, 2, 3, 4$ , 则称  $D$  是按矢量方向 Sperner 完全标号的, 简称 Sperner 完全标号。

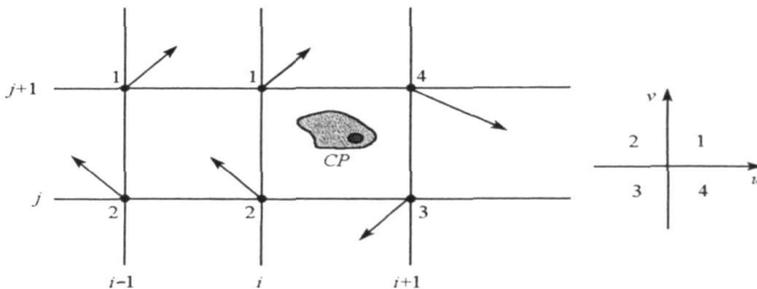


图 1 二维流场网格 Sperner 完全标号示意图

Fig. 1 Sperner fully labeled grids in 2D flow field

图 1 给出了定义 2 的示意图, 按照定义中的标号原则, 二维流场非临界点网格顶点的标号必然是

$\{1, 2, 3, 4\}$  中的一个。如果网格顶点为临界点, 则在检测中第一步就会被选择出来, 也可以看作是 Sperner 标号的一个退化特例。从图中可以看出, 顶点  $P(i, j+1)$ ,  $P(i, j)$ ,  $P(i+1, j)$ ,  $P(i+1, j+1)$  处的速度矢量分别落在以  $u, v$  为坐标轴的平面划分的第一、二、三、四象限内, 所以这四个顶点处的 Sperner 标号分别为 1, 2, 3, 4。另外, 由于  $P(i-1, j+1)$  处的速度矢量落在第一象限, 所以其标号为 1;  $P(i-1, j)$  处的速度矢量落在第二象限, 所以其标号为 2。显然, 由顶点  $P(i, j+1)$ ,  $P(i, j)$ ,  $P(i+1, j)$ ,  $P(i+1, j+1)$  围成的网格单元是 Sperner 完全标号的。

**定理 1** 给定流域内的一个包含  $m$  个顶点的子集  $\Omega \subset R^n$ , 如果  $\Omega$  的顶点是按矢量方向 Sperner 完全标号的, 则在  $\Omega$  内至少存在一个临界点, 使得临界点处的矢量为零。

**证明** 不失一般性, 考虑三维流场的单纯形——四面体  $\Delta$ , 假设其四个顶点处矢量在  $u, v, w$  方向上均有变化, 将这四个顶点分别标号为 1, 2, 3, 4, 则  $\Delta$  为完全标号的。若  $T$  代表  $\Delta$  经过三角化后得到的图, 以  $\delta(T)$  代表  $T$  中所有小四面体之中的最大棱长。可以利用以下的三角化方法找出  $\Delta = T_1, T_2, T_4, \dots$ , 使得  $\delta_n = \delta(T_{2^n}) \rightarrow 0$ 。

$T_2$  是在原四面体  $\Delta$  中任选一个边的中点, 将该中点与另外两个与其不共边的顶点相连, 可以将  $\Delta$  分割为两个体积相等的四面体,  $T_4$  是依照  $\Delta$  构造  $T_2$  的方法, 将这两个小四面体分别分割为两个体积相等的四面体, 新的四面体的体积为原四面体  $\Delta$  的  $\frac{1}{4}$ , 如此类推, 当  $n \rightarrow \infty$  时  $\delta_n = \delta(T_{2^n}) \rightarrow 0$ 。

根据 Sperner 引理, 在  $T_{2^k}$  中必存在一个其顶点  $\{e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}\}$  的标号分别为 1, 2, 3, 4 的小四面体, 而且  $e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}$  间的距离最多是  $\delta_k$ , 因为  $\Delta$  是一紧致集合, 在集合  $\{e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}\}_{k \geq 1}$  中必存在一子集收敛于  $e^* = \{e_1^*, e_2^*, e_3^*, e_4^*\} \in \Delta$ , 在该子集中, 当  $k \rightarrow \infty$  时,  $\delta_k \rightarrow 0$ , 即  $e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}$  同时趋向于  $e^*$ 。因为  $e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}$  是完全标号的, 即  $e^{k:1}, e^{k:2}, e^{k:3}, e^{k:4}$  的速度矢量在三个方向上均有变化, 所以  $e^*$  的速度矢量为零, 即  $e^*$  为临界点。而  $\Omega \in R^3$  时,  $\Omega$  至少包含四个顶点, 这四个顶点为完全标号的情况下,  $\Omega$  内至少存在一个临界点, 定理 1 证毕。

定理 1 是从方向角度出发给出了临界点的存在性说明, 根据临界点的定义, 临界点处矢量的大小为 0, 考虑到流场的连续性, 只需要在速度矢量的数值比较小的区域检测临界点即可, 这样就避免了逐个搜索网格, 提高了算法的效率。检测出临界点所在网格单元后, 可以通过插值算法求出临界点的位置。

## 1.2 临界点分类与种子点模板选取

研究表明, 临界点附近的流体运动特性可由该点处的 Jacobian 矩阵的特征值决定, 特征值实部的正和负分别表示了吸引和排斥的特征, 正的特征值表示矢量  $v$  从临界点发散, 负的特征值表示矢量  $v$  向临界点聚拢, 共轭复数表示矢量  $v$  是螺旋入或出<sup>[6]</sup>。对三维流场来说, 特征值要么全为实数, 要么有一个为实数, 另外两个为共轭复数。根据不同的特征值, 临界点可以被分为四大类, 分别是: 交点、鞍点、螺旋与鞍点螺旋。

根据临界点的类型设置相应的种子点模板, 可以用尽可能少的流线来体现流场的特征信息。在交点类型的临界点周围, 流线是纯汇聚或发散的, 所以种子点模板为以临界点为中心的球面, 如图 2(a) 所示; 在鞍点类型的临界点周围, 流线在特征向量张成的平行平面族上是扩散的, 因此种子点模板为顶点位于临界点的两个圆锥面, 如图 2(b) 所示; 在螺旋与鞍点螺旋类型的临界点周围, 流线是螺旋形扩散

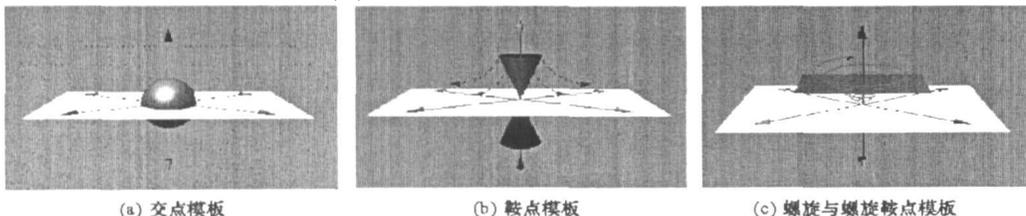


图 2 三维流场临界点的种子点模板

Fig. 2 Seed templates for various critical points in 3D flow field

的,所以种子点模板可选为两个平面,其平行于特征向量张成的平面,如图 2(c)所示。

## 2 流线分布控制

在 3D 空间里,可视化输出结果杂乱无章(Clutter)主要由两个原因造成:一是流线间彼此距离过近,二是从某个视点看起来流线彼此距离过近或者有交叠现象。第一个问题可以通过设置一个流线间的最小间距  $\delta_{\text{stream}}$ ,使得流线之间的间距不能小于  $\delta_{\text{stream}}$  来解决,这种方法在文献[7]中提到;第二个问题是三维图形投影到二维图像空间造成的,相关研究中涉及比较少。

在本文的研究中,针对流场可视化的两个主要问题,提出了目标优化的流线分布密度控制策略,一方面对种子点进行优先排序,以确保最重要的流动特性优先显示;另一方面对流线的分布密度进行控制,首先在物理空间计算出流线,然后根据流线在图像空间的投影来保留离视点最近的流线,这样结合流线间的最小间距设置,在屏幕上的输出结果就不至于混乱,实现了流场的清晰表达。

### 2.1 种子点优先排序

设置最小间距  $\delta_{\text{stream}}$ ,当新的流线与现存的流线的间距小于  $\delta_{\text{stream}}$  时,这条流线的计算就将中止,跳转到下一个种子点出发再计算新的流线,所以新生成流线的扩展空间有更多局限,流线通常比较短,从流场的连续性要求和美学角度出发,长的流线要好于短的流线。因此对于给定种子点集合  $Seed = \{seed_1, seed_2, \dots, seed_n\}$ ,就有一个种子点的优先排序问题,本文根据权重设置给出种子点的优先排序规则:给  $Seed$  中的种子点定义不同的权值  $\omega$ ,按权值优先排序。不同的种子点模板定义不同的权值,空白区域随机选择的种子点权值最低,同一个模板上种子点的权值可以相同,也可以根据距离临界点的远近设置不同的权值。该方法具有很好的扩展和适应性,对于特定需求,权值也可以由用户对特征类型的关注程度来设定,这样就可以使得用户最关心的特征在输出显示中得到突出体现。

### 2.2 流线终止判断算法

可视化的输出结果通常是在 2D 屏幕上显示出来给用户观看,在物理空间间距较大的两条流线投影到图像空间可能会间距很近甚至交叠,所以本文对流线间距的判断是在图像空间进行分析的。物理空间是流场数据定义的空间,图像空间是物理空间的对象投影到屏幕后所在的二维空间。

#### 算法 1 (流线终止判断算法)

输入:现有  $m$  ( $m \geq 1$ ) 条流线以及第  $m+1$  个种子点  $seed_{m+1}$ 。

输出:第  $m+1$  条流线。

步骤(1)从种子点  $seed_{m+1}$  出发,积分计算流线,得到新的采样节点  $p$ 。

步骤(2)判断  $p$  点是否落在流域之外,若是则第  $m+1$  条流线计算终止,退出;否则转步骤(3)。

步骤(3)判断  $p$  点是否是临界点,若是则第  $m+1$  条流线计算终止,退出;否则转步骤(4)。

步骤(4)计算  $p$  与八邻域内的其他  $m$  条流线上采样节点之间的距离,求出其中的最小值  $d_{\min}$ 。

步骤(5)若  $d_{\min} > \delta_{\text{stream}}$  则继续一个步长的积分,得到新的采样节点  $p$ ,转到步骤(2);否则计算  $p$  与流线上前一个采样节点相连得到的小线段  $l_p$  的深度信息  $z$ ,计算所有与  $p$  点距离  $\leq \delta_{\text{stream}}$  的现有流线上对应小片段  $l_i$  的深度信息  $z_i$ ,若  $z \geq z_i$  则该流线的计算终止,退出;否则转到步骤(6)。

步骤(6)判断  $l_p$  与  $l_i$  是否交叠,如果是则移除  $l_i$ ,继续第  $m+1$  条流线的计算,得到下一个采样节点  $p$ ,转到步骤(2);如果不是则保留  $l_i$ ,第  $m+1$  条流线的计算终止,退出。

## 3 基于特征提取的流线分布算法

综合临界点检测、种子点模板选取和目标优化的流线分布策略,可以得到算法 2 描述的基于特征提取的三维流线分布算法。

#### 算法 2 (基于特征提取的流线分布算法)

输入:三维流场数据。

输出:用以描述流场流动特性的一族流线。

步骤(1)找出给定流域内的所有临界点,并根据其 Jacobian 矩阵特征值的类型对临界点进行分类。

步骤(2)根据不同类型的临界点设定不同的种子点模板,模板的尺寸由以临界点为生长目标的流域 Voronoi 图决定。

步骤(3)根据预先给定的种子点间隔  $\delta_{seed}$ ,得到用于流线积分计算的初始种子点集合,并按照种子点优先排序规则对集合中的种子点进行优先排序,得到排序后的种子点集合  $Seed' = \{seed'_1, seed'_2, \dots, seed'_{n1}\}$ ,种子点  $seed'_1$  到  $seed'_{n1}$  的优先级依次降低。

步骤(4)以  $seed'_1$  为起点向前向后积分出第一条流线,当流线上的采样节点落在流域之外或者与临界点重合时,流线计算停止。

步骤(5)依次选择  $seed'_2, \dots, seed'_{n1}$  为种子点,采用算法 1 得到  $n1-1$  条流线。

步骤(6)观察屏幕上现有  $n1$  条流线在流域中的分布,如果还有较大空白区域,则在空白区域对应的物理空间随机选择若干个种子点加入到集合  $Seed'$  中,依次从这些种子点出发,采用算法 1 得到新的流线,直到整个流域没有较大空白区域为止。

从上述算法流程中可以看出,从给定的三维流场数据出发,然后经过临界点检测及分类、种子点模板的设定、种子点优先排序、数值积分生成流线等多个操作得到用以描述流场流动特性的一族流线。

## 4 可视化结果

根据本文提出的可视化算法,实现了通用的三维流场快速可视化系统。该系统具有快速、表达清晰、适用性广、扩展性强等特性。图 3 为采用本文算法得到的流线可视化输出结果,其数据来自 VTK 官方网站的测试数据 comb (<http://public.kitware.com/vtk>),该数据为 plot3d 格式的网格文件,大小为  $57 \times 33 \times 25$ ,共有 47 025 个网格点。根据不同的流线间距设置可得到多层细节的显示结果。

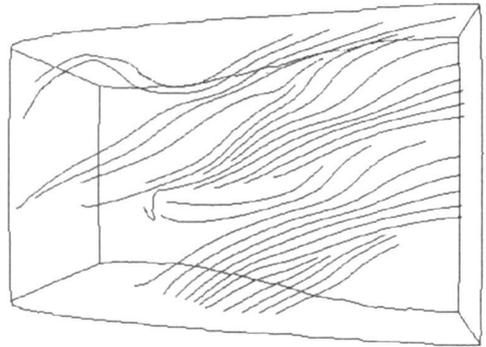


图3 Comb 数据的流线可视化输出  
Fig.3 Streamline visualization output for Comb dataset

## 5 结论

针对流场可视化的特征把握以及清晰表达这两个问题,提出了一种基于特征提取的三维流线分布算法。在网格划分适中的情形下,定理 1 给出了临界点检测的充要条件,保证了临界点附近的流场特征得以可视化;目标优化的流线分布策略使得输出结果不混乱。从测试数据来看,算法可以成功地解决这两个问题。

算法是针对稳定的三维流场提出的,而在实际应用中,非稳定场更为常见,对于非稳定场不仅要解决显示速度问题,临界点等特征信息的检测与追踪将更加困难;此外,可视化输出的图像中深度信息体现不足,需要将流线扩展为流带或流管等三维实体,下一步将对这些问题展开研究。

## 参考文献:

- [1] Telea A, Van Wijk J J. 3D IBFV: Hardware accelerated 3D Flow Visualization[C]//Proc. of IEEE Visualization' 03, 2003: 233- 240.
- [2] Robert S L, Jobard B, Hauser H. Image Space-based Visualization of Unsteady Flow on Surfaces[C]//Proc. IEEE Conf. Visualization' 03, 2003: 131- 138.
- [3] Gerik S, Hans H, Heinz K, et al. Visualization of Higher Order Singularities in Vector Fields[J]. IEEE Computer Society, 1997: 67- 74.
- [4] Stephen M, Alyn R. Computing Singularities of 3D Vector Fields with Geometric Algebra[C]//Proceedings of the Conference on Visualization' 02, Boston, Massachusetts, 2002: 283- 290.
- [5] Schechter E. Handbook of Analysis and Its Foundations[M]. Academic Press, 1999.
- [6] Helman J L, Hesselink L. Representation and Display of Vector Field Topology in Fluid Flow Data Sets[J]. IEEE Computer, 1989: 27- 36.
- [7] Vivek V, David K, Alex P. Flow-guided Streamline Seeding Strategy[C]//Proceedings of Visualization' 00, 2000: 163- 170, 552.
- [8] Ye X H, Kao D T, Pang A. Strategy for Seeding Three-dimensional Streamlines[C]//Proc. of IEEE Visualization' 05, October, 2005: 471- 478.