

文章编号: 1001-2486(2008)03-0021-06

带落角约束的再入机动弹头的复合导引律*

胡正东, 郭才发, 蔡洪

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对再入机动弹头垂直打击目标的要求, 研究了具有末端落角约束的复合导引律。该导引律包括俯冲平面内的制导方程和转弯平面内的制导方程, 通过在最优选律的基础上引入滑模变结构控制, 增强导引律的鲁棒性。为了减小控制量的抖振和能量损耗, 提出了采用 RBF(径向基函数)神经网络自适应调节切换增益的方案, 数学仿真验证了该方案的有效性。仿真结果还表明, 与最优选律相比, 复合导引律在外界干扰的影响下仍能保持较高的制导精度。

关键词: 再入机动弹头; 末端落角约束; 复合导引律; 滑模变结构控制; RBF神经网络

中图分类号: TJ765 文献标识码: A

Integrated Guidance Law of Reentry Maneuvering Warhead with Terminal Angular Constraint

HU Zheng-dong, GUO Cai-fa, CAI Hong

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Because perpendicular impact on the target was required for reentry maneuvering warhead, the integrated guidance law with terminal angular constraint, which comprised diving-plane guidance equation and turning-plane guidance equation, was derived. The robustness was enhanced by adding sliding mode variable structure control to the optimal guidance law. For the sake of reduction of chattering and energy consumption, the RBF(Radius Basis Function) neural network was used to adjust adaptively switching gain, which was demonstrated to be effective through computer simulation. Simulation results still show that, compared with optimal guidance law, the integrated guidance law can still hold the guidance precision when disturbance exists.

Key words: reentry maneuvering warhead; terminal angular constraint; integrated guidance law; sliding mode variable structure control; RBF neural network

再入机动弹头的打击对象主要是诸如机场、指挥中心、大型军舰、弹道导弹运输车等具有重大军事价值的目标, 因此不仅希望弹头落地时能获得最小脱靶量, 还希望能以接近垂直下落的姿态命中目标, 从而最大限度地发挥战斗部效能, 取得最佳毁伤效果, 这就对导引任务的实现增加了终端落角约束。

利用线性二次最优控制理论, 文献[1-2]分别推出了具有角速率反馈和角度反馈形式的最优选律, 两种导引律都能满足落角约束, 但前者精度更高; 文献[3]通过构造 Lyapunov 函数设计出一种带落角限制的虚拟目标比例导引律; 文献[4]利用线性化近似, 将具有角度约束的平面交会问题转化为数值控制问题, 其中的落角约束作为惩罚函数来对待; 文献[5]在经典比例导引律基础上增加时变偏差项来处理角度约束问题, 但前提是速度为常值; 文献[6]首次根据滑模变结构理论设计了二维平面内满足落角约束的制导律; 文献[7]对应用于被动寻的导弹的变结构导引律中的弹目距离及其变化率进行了估计; 文献[8]分析了变结构导引律设计时趋近律的选取方法; 文献[9]则讨论了变结构导引律参数对制导效果的影响。

由最优控制理论导出的最优选律在理想情况下具有较高的命中精度, 但在各种不确定性干扰存在的情况下, 却可能得出很坏的结论。为了提高系统抗干扰的能力, 必须提高制导律的鲁棒性。考虑到

* 收稿日期: 2007-10-26

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-05-0901); 国防科技大学优秀研究生创新资助项目

作者简介: 胡正东(1982-), 男, 博士生。

滑模变结构控制固有的强鲁棒性, 本文将其与最优导引律结合起来, 导出一种“最优-鲁棒”复合导引律。

1 导引段相对运动方程

导引段定义为再入机动弹头改变惯性弹道飞行, 在制导控制系统作用下飞向目标直至落地的全过程。为了便于描述弹头在大气层内的运动状态, 以目标和弹头质心为基准, 将导引段运动分解为俯冲平面和转弯平面, 如图 1 所示。

图中 $Oxyz$ 为当地地理坐标系, 俯冲平面定义为导弹质心 M 和目标 O 及地心 O_E 所确定的平面, 转弯平面定义为过目标和导弹质心而垂直于俯冲平面的平面。

首先给出俯冲平面内的相对运动方程。令 v 为导弹在俯冲平面内的速度, v_i 为目标运动速度, γ_D 为速度在俯冲平面内的方位角, λ_D 为视线角, η_D 为速度方向与视线间的夹角, ρ 为视线距离, 则

$$\begin{cases} \dot{\rho} = v_i \cos \lambda_D - v \cos \eta_D \\ \rho \dot{\lambda}_D = v \sin \eta_D - v_i \sin \lambda_D \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\eta_D = \lambda_D + \gamma_D$ 。式(1)中的第二式的两边对时间 t 求导, 整理即得俯冲平面内的相对运动方程:

$$\dot{\lambda}_D = \left(\frac{v}{\rho} - \frac{2\dot{\rho}}{\rho} \right) \lambda_D - \frac{\dot{\rho}}{\rho} \gamma_D - \frac{1}{\rho} v_i \sin \lambda_D \quad (2)$$

同理, 令 $\eta_T = \lambda_{TT} - \gamma_T$, 也可推得转弯平面内的相对运动方程:

$$\dot{\lambda}_{TT} = \left(\frac{v}{\rho} - \frac{2\dot{\rho}}{\rho} \right) \lambda_{TT} + \frac{\dot{\rho}}{\rho} \gamma_T - \frac{1}{\rho} v_i \sin \lambda_{TT} \quad (3)$$

其中, η_T 为速度矢量在转弯平面内与俯冲平面的夹角, γ_T 为速度在转弯平面内的方向角, λ_{TT} 为转弯平面内的视线角。

2 具有落角约束的复合导引律

文献[1]中给出的带落角约束的最优导引律为

$$\begin{cases} \ddot{\lambda}_D = -4\dot{\lambda}_D - 2(\lambda_D + \gamma_{DF})/T_g \\ \ddot{\gamma}_T = 3\dot{\lambda}_T \cos \lambda_D \end{cases} \quad (4)$$

式中, $T_g = -\rho/\dot{\rho}$ 为剩余时间, γ_{DF} 代表终端落角约束(垂直命中时有 $\gamma_{DF} = -90^\circ$)。

2.1 俯冲平面内的导引方程

令 $x = \lambda_D$, $u = \ddot{\lambda}_D$, $a = -2\dot{\rho}/\rho$, $b = -\dot{\rho}/\rho$, $f = v_i \sin \lambda_D / \rho$, 并假设 $v_i \neq 0$, 则由式(2)可得

$$\dot{x} = ax + bu + f \quad (5)$$

由最优导引律得到的最优控制信号和最优迹线用 x_{opt} 和 u_{opt} 表示, 则有

$$\dot{x}_{opt} = ax_{opt} + bu_{opt} \quad (6)$$

用式(5)减去式(6), 并令 $x_e = x - x_{opt}$, $u_e = u - u_{opt}$, 则有

$$\dot{x}_e = ax_e + bu_e + f \quad (7)$$

显然, 上式是因为存在外界干扰而引起的误差方程, u_e 是为消除干扰而消耗的控制能量。如果系统在式(7)作用下, 状态量 x_e 能快速趋近于零, 导弹就能精确命中目标, 即系统具有强鲁棒性。

取滑模面的切换函数 $S = \dot{x}_e$ 。显然, 当 $S = 0$ 时, 系统处于滑模运动状态, 此时有 $x_e = 0$, 系统将按最优导引律命中目标。趋近律的设计必须满足滑动模态的可达条件: $S \cdot \dot{S} < 0$, 下面选用一般趋近律形式:

$$\dot{S} = -\varepsilon \text{sgn}(S) - g(S), \quad \varepsilon > 0, \quad g(0) = 0, \quad S \neq 0 \text{ 时 } S \cdot g(S) > 0 \quad (8)$$

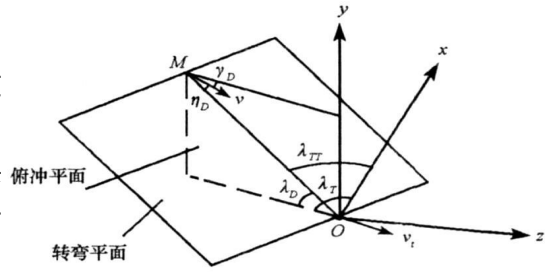


图 1 俯冲平面与转弯平面示意图
Fig. 1 Sketch map of diving plane and turning plane

对 $S = \alpha_e$ 两边求导, 可得

$$\dot{S} = -\dot{\alpha}_e - \dot{\alpha}_e + \dot{\theta} \quad (9)$$

对比式(8)与式(9), 则有

$$u_e = -x_e + \frac{\varepsilon \operatorname{sgn}(S)}{\rho} + \frac{g(S)}{\rho} + \frac{\theta}{\rho} \quad (10)$$

从上式可知, $g(S)$ 决定了 u_e 的作用形式。为实现简便, 取

$$g(S) = K|\rho|x_e = K|\rho|S/\rho, \quad K > 0 \quad (11)$$

显然, $g(S)$ 满足式(8)中的约束。将其代入式(10), 同时考虑到干扰 f 无法直接获得, 则控制律的作用形式为

$$u_e = -(K+1)x_e + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(S) = -(K+1)x_e + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(x_e) \quad (12)$$

综上, 式(4)是理想情况下的最优导引律, 式(12)是补偿各种不确定性因素而引入的控制律, 由 $u = u - u_{opt}$ 和 $x_e = x - x_{opt}$ 得

$$u = u_{opt} + u_e = -4\lambda_{opt} - 2\frac{\lambda_{opt} + Y_{DF}}{T_g} - (K+1)(\lambda - \lambda_{opt}) + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(\lambda - \lambda_{opt}) \quad (13)$$

为便于化简, 令 $K = 3$, 则

$$u = \vartheta = -4\lambda - 2\frac{\lambda_{opt} + Y_{DF}}{T_g} + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(\lambda - \lambda_{opt}) \quad (14)$$

上式即为俯冲平面内的导引方程。与最优导引律式(4)相比, 复合导引律在形式上增加了滑模修正项, 从而提高了系统抗干扰的能力。

2.2 转弯平面内的导引方程

令 $x = \lambda_T$, 根据俯冲平面内导引方程的推导方法, 不难得到

$$u = \vartheta = 3\lambda_T + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(\lambda_T - \lambda_{T,opt}) \quad (15)$$

注意到 $\lambda_T = \lambda \cos \lambda$, 且 $\cos \lambda \geq 0$, 则转弯平面内的导引方程为

$$u = \vartheta = 3\lambda \cos \lambda + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sgn}(\lambda - \lambda_{opt}) \quad (16)$$

2.3 基于准滑模控制的复合导引律

滑模变结构对系统的参数摄动和外部干扰的不变性是以控制量的高频抖振来换取的。抖振不仅影响控制的精确性、增加能量消耗, 而且系统中的高频未建模动态很容易被激发起来, 破坏系统的性能, 甚至损坏控制器件。引起抖振的根本原因在于开关函数的不连续性, 因此本文采用饱和函数 $\operatorname{sat}(S)$ 代替符号函数 $\operatorname{sgn}(S)$, 实现准滑动模态控制^[10], 达到削弱抖振的目的。定义饱和函数如下:

$$\operatorname{sat}(S) = \begin{cases} 1, & S > \Delta \\ S/\Delta, & |S| \leq \Delta \\ -1, & S < -\Delta \end{cases} \quad (17)$$

由式(14)和(16)可得满足落角约束的“最优-鲁棒”复合导引律为

$$\begin{cases} \vartheta = -4\lambda - 2\frac{\lambda_{opt} + Y_{DF}}{T_g} + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sat}(\lambda - \lambda_{opt}) \\ \vartheta = 3\lambda \cos \lambda + \frac{\varepsilon}{\rho} \operatorname{sat}(\lambda - \lambda_{opt}) \end{cases} \quad (18)$$

2.4 基于 RBF 神经网络的切换项增益调节

由式(18)不难看出, 当切换项增益 ε 较小时, 滑模修正项的作用减弱, 复合导引律的制导效果趋近于最优导引律, 系统抗外界干扰的能力不足; 当切换项增益 ε 较大时, 一方面导引律可能会引起较大的抖振, 降低制导精度, 另一方面也会带来较多的控制能量消耗。从最佳制导效果的角度出发, 复合导引

律应具有切换项增益在线调节的能力: 在不外界干扰的情况下, 切换项增益应尽可能小, 避免抖振和不必要的能量损失; 在存在外界干扰或较大导引误差的情况下, 切换项增益应适当增加, 提高制导精度。

RBF 神经网络是一种三层前向网络, 其结构如图 2 所示。图中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为网络的输入向量, $w = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$ 为网络权向量, y 为网络输出, $h = [h_1, h_2, \dots, h_m]^T$ 为径向基向量, 其中 h_j 是高斯基函数

$$h_j = \exp\left[-\frac{\|X - C_j\|^2}{2b_j^2}\right], \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{19}$$

其中, $C_j = [c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jn}]^T$ 表示第 j 个结点的中心矢量, $b_j (> 0)$ 为相应的基宽度参数。

考虑到 RBF 神经网络具有很强的自学习功能和非线性系统的强大映射能力, 因此, 本文采用 RBF 神经网络来调节切换项增益 ε , 实现自适应滑模控制, 其原理如图 3 所示。

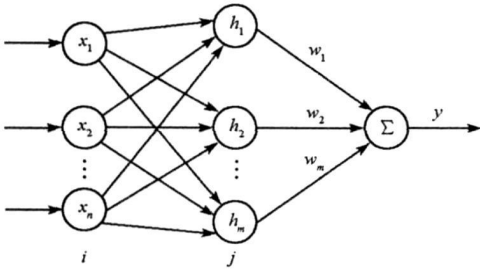


图 2 RBF 神经网络
Fig. 2 RBF neural network

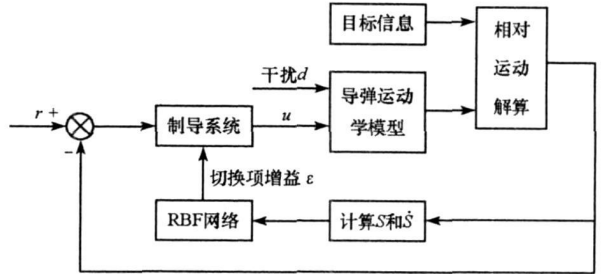


图 3 基于 RBF 神经网络的切换项增益调节
Fig. 3 Switch gain adjustment by RBF neural network

设 RBF 网络的输入为 $X = [S, \dot{S}]^T$, 输出的绝对值为切换项的增益 ε , 即

$$\varepsilon = |w^T h(X)| \tag{20}$$

制导系统的目的在于使 $\dot{\lambda} \rightarrow 0, \lambda \rightarrow 0$, 故神经网络权值调整的指标取为 $E = e^2/2$: 在俯冲平面内 $e = \dot{\lambda}$, 转弯平面内 $e = \lambda$ 。根据梯度下降法, 网络权值的学习算法为

$$\Delta w = -\eta \frac{\partial E}{\partial w} = -\eta_e \frac{\partial e}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial w} \approx -\eta_e \text{sgn}\left(\frac{\partial e}{\partial u}\right) \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial w} \tag{21}$$

分以下三部分讨论:

(1) $\frac{\partial e}{\partial u}$ 主要取决于正负号, 其值的大小可以通过权值来补偿。由式(17)的系数可以看出, 俯冲平面内 $\dot{\lambda}$ 的值反比于 $\dot{\lambda}$, 故 $\text{sgn}\left(\frac{\partial e}{\partial u}\right) = -1$; 转弯平面内 λ 的值正比于 $\dot{\lambda}$, 故 $\text{sgn}\left(\frac{\partial e}{\partial u}\right) = 1$ 。

(2) 俯冲平面内 $\frac{\partial u}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{\rho} \text{sat}(\dot{\lambda}_0 - \dot{\lambda}_{0, \text{opt}})$; 转弯平面内 $\frac{\partial u}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{\rho} \text{sat}(\lambda_0 - \lambda_{0, \text{opt}})$ 。

(3) $\frac{\partial \varepsilon}{\partial w} = h(X) \text{sgn}(w^T h(X))$ 。

则网络权值的调整算法为

$$w(t) = w(t-1) + \Delta w(t) + \Gamma[w(t) - w(t-1)] \tag{22}$$

式中, η 为网络学习速率, $\eta \in (0, 1)$, Γ 为动量因子, $\Gamma \in (0, 1)$ 。

下面通过仿真算例来分析“最优-鲁棒”复合导引律的性能。由于导引飞行中采用攻角 α 和侧滑角 β 作为控制变量, 故定义如下耗能计算公式

$$\text{Loss} = \int_{t_0}^{t_f} (|\alpha| + |\beta|) dt \tag{23}$$

3 仿真实验

3.1 切换项增益固定和自适应调节的对比

设弹头导引段初始时刻在目标坐标系的位置为 $(40\text{km}, 30\text{km}, 5\text{km})$, 速度 $v_0 = 3\text{km/s}$, 速度倾角 $\theta_0 = -35^\circ$, 弹道偏角 $\sigma_0 = -180^\circ$ 。令最大攻角与最大侧滑角为 20° , 侧、法向过载不超过 20, 要求垂直命中该目标。导弹在飞行过程中受到外部干扰, 导致视线角测量信息出现偏差, 仿真中在距离小于 10km 后于 λ_b 与 λ_r 上叠加扰动 $\Delta\lambda = \mathcal{L} \cdot \sin(\pi t/2)$ 。取边界层厚度 $\Delta = 0.001$, RBF 网络的学习速率 $\eta = 0.6$, 动量因子 $\Gamma = 0.05$, 并假设俯冲平面与转弯平面内的 ε 、 Δ 、 η 与 Γ 等参数均相同。仿真时间步长取 0.01s。仿真结果见表 1。

表 1 复合导引律的制导效果

Tab. 1 Effectiveness of integrated guidance law

切换项增益 ε 的变化情况及参数设置	落点偏差 (m)	落角偏差 ($^\circ$)	落点速度 (m/s)	落点攻角 ($^\circ$)	落点侧滑角 ($^\circ$)	飞行时间 (s)	能量消耗 (rad)
$\varepsilon = 0$	53.54	5.86	793.6	-0.89	-0.27	27.67	1.137
$\varepsilon = 1$	53.27	5.76	793.1	-1.02	-0.35	27.69	1.146
$\varepsilon = 10$	49.21	4.71	784.9	-2.23	1.54	27.87	1.250
$\varepsilon = 40$	21.79	4.97	705.6	-8.54	-2.30	28.89	1.759
$\varepsilon = 70$	39.54	1.15	547.7	-5.40	-10.45	31.35	62.37
$\varepsilon = 100$	1169	3.41	117.3	20.00	-20.00	59.44	3899
利用 RBF 网络自适应调节 ε	33.38	5.94	793.7	-0.83	-0.27	27.67	1.141

从仿真结果可以看出, 在切换项增益固定且较小的情况下, 制导精度与能量消耗没有太大变化, 这主要是由于复合导引律中的滑模修正项影响较弱, 导弹趋于按最优导引律的控制模式飞行; 随着 ε 的继续增加, 落点精度提高, 能量消耗随之增加, 飞行时间出现递增趋势, 落点速度则表现出递减趋势; 当 ε 增加到一定程度时 (如 $\varepsilon = 70$ 、 $\varepsilon = 100$), 落点精度开始迅速降低, 能量消耗大幅增加, 这主要是控制量 α 、 β 出现了高频抖振的缘故, 这由图 4 可以看出。

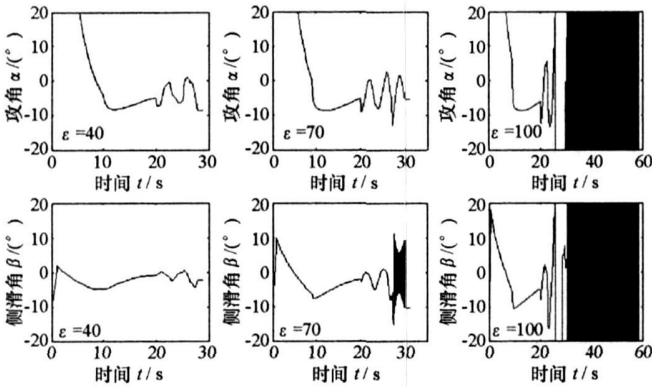


图 4 ε 固定情况下的 α 、 β 变化曲线

Fig. 4 Variation curve of α and β under fixed ε

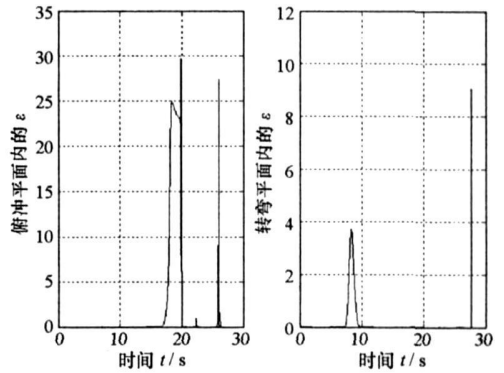


图 5 RBF 神经网络调节下的 ε 变化曲线

Fig. 5 Variation curve of ε under RBF neural network

固定增益方法的主要问题在于 ε 的取值: ε 取得过小, 制导律抗干扰能力不强; ε 取得过大, 可能导致不必要的能量损耗, 且制导指令容易产生抖振。因此, 选择适当的 ε 往往需要大量的仿真计算或一定的工程经验, 而事实上各种不确定因素的影响总使得这一方法难以奏效。与固定增益相比, 采用 RBF 神经网络对切换项增益进行自适应调节, 避免了 ε 的选取问题, 一方面具有较高的制导精度, 另一方面又节省了能量, 并降低了抖振发生的概率。当然, 并不是自适应调节的方法一定具有最好的制导精度, 如与 $\varepsilon = 40$ 相比, 落点偏差增加了近 12m, 不过却节省了约 35% 的能量, 而且落点攻角与侧滑角更接近 0, 也使得打击效果更佳。图 5 给出了 ε 的变化曲线, 显然 ε 在大部分时间段都趋于 0, 因此其能量消耗

相对较少。

3.2 复合导引律与最优导引律的比较

下面分别从影响制导精度的四个方面来比较复合导引律(用 G2 表示)与由式(4)所描述的最优导引律(用 G1 表示)的性能。复合导引律的切换项增益由 RBF 神经网络在线调节。

(1) 制导指令时延: 控制系统和弹体环节对制导指令的响应存在一定的时延, 用二阶环节 $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ 来表示, 其中, 阻尼系数 $\zeta = 0.4$, 自然频率 $\omega_n = 3$;

(2) 气动系数误差: 设用于弹头制导指令解算的气动系数误差与真值偏差 30%;

(3) 目标机动: 设目标在纵向平面内匀速运动, 速度为 20m/s, $t > 10s$ 后机动转弯, 转弯半径为 50m;

(4) 信号干扰: $t > 10s$ 后在视线角信息叠加一扰动 $\Delta\lambda$, 令 $\Delta\lambda = 2^\circ \cdot \sin(\pi t/10)$ 。

表 2 两种导引律的制导精度比较

Tab. 2 Guidance precision comparison between two guidance laws

干扰因素	制导指令时延		气动系数误差		目标机动		信号干扰	
	G1	G2	G1	G2	G1	G2	G1	G2
导引律								
落点偏差(m)	125.8	68.33	3.972	2.401	7.534	6.671	53.54	33.38
落角偏差($^\circ$)	8.484	8.516	1.315	1.287	2.093	2.120	5.862	5.941

由表 2 可知, 在存在各种干扰因素的情况下, 两种导引律的制导精度都不是非常理想; 但复合导引律由于加入滑模修正项从而增强了鲁棒性, 故制导精度相对较高。此外不难发现, 与最优导引律相比, 复合导引律虽然在落点精度上有所改进, 但落角精度并无明显改善, 这也反映了复合导引律不具备修正落角偏差的能力——这主要是由滑模修正项的具体形式所决定的, 即仅对视线角速率进行了修正而未考虑视线角的修正。

4 结束语

本文将最优导引律与滑模变结构控制相结合, 在三维空间内推导了满足终端落角约束的再入机动弹头的“最优-鲁棒”复合导引律。与最优导引律相比, 复合导引律具有较强的鲁棒性, 在干扰作用下仍能保持较高的制导精度。复合导引律的难点在于切换项增益的选择, 本文提出的 RBF 神经网络自适应调节方法较好地解决了这个问题; 但仿真结果表明该导引律不具备对落角偏差进行修正的能力。如何提高复合导引律在干扰影响下的落角精度将是接下来需要认真研究的内容。

参考文献:

- [1] 赵汉元. 飞行器再入动力学和制导[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
- [2] 陈海东, 余梦伦, 董利强. 具有终端角度约束的机动再入飞行器的最优制导律[J]. 航天控制, 2002(1): 6- 11.
- [3] 顾文锦, 雷军委, 潘长鹏. 带落角限制的虚拟目标比例导引律设计[J]. 飞行力学, 2006, 24(2): 43- 46.
- [4] Song T L, Shin S J, Cho H. Impact Angle Control for Planar Engagements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(4): 1439- 1444.
- [5] Kim B S, Lee J G, Han H S. Biased PNG Law for Impact with Angular Constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277- 288.
- [6] Byung S K, Jang G L, Hyung S H, et al. Homing Guidance with Terminal Angular Constraint against Non-maneuvering and Maneuvering Targets[J]. AIAA- 97- 3474: 189- 199.
- [7] 宋建梅, 张天桥. 带末端落角约束的变结构导引律[J]. 弹道学报, 2001, 13(1): 16- 20.
- [8] 周荻. 寻的导弹新型导引规律[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [9] 刘永善, 贾庆忠, 刘藻珍. 电视制导侵彻炸弹落角约束的变结构导引律[J]. 弹道学报, 2006, 18(2): 9- 14.
- [10] Chung S C, Lin C L. A Transformed Lure Problem for Sliding Mode Control and Chattering Reduction[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(3): 563- 568.