

文章编号: 1001-2486(2008)03-0100-05

导航卫星广播星历参数拟合算法研究*

刘光明, 廖 瑛, 文援兰, 朱利伟

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 基于 GPS 广播星历参数, 研究了导航卫星广播星历参数的非线性最小二乘拟合算法, 并推导了相应的计算公式。针对静止轨道卫星轨道倾角近似为 0, 致使卫星轨道的升交点定义模糊, 在数据拟合过程中会导致法矩阵($H^T H$) 奇异的问题, 提出对卫星轨道进行轨道倾角变换拟合广播星历参数的方法, 并获得较高的拟合精度。最后利用实际算例验证了所推公式和算法的合理性。

关键词: 广播星历参数; 最小二乘拟合; 静止轨道卫星; 轨道倾角变换

中图分类号: V474.2 **文献标识码:** A

Research on the Fitting Algorithm of Broadcast Ephemeris Parameters

LIU Guang ming, LIAO Ying, WEN Yuan lan, ZHU Li wei

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the GPS broadcast ephemeris parameters, the nonlinear least square fit algorithm of broadcast ephemeris parameters was developed, and the relevant calculation formulas were derived. Since geostationary satellite's orbit inclination is equal to zero approximately, it will result in the ambiguity of satellite's orbit ascending node and the singularity of the normal matrix in the process of fitting. By transforming the geostationary satellite's orbit inclination, the accuracy of broadcast ephemeris was achieved. Finally, the rationality of formulas and algorithm were validated by simulation.

Key words: broadcast ephemeris parameters; least square fit; geostationary satellite; inclination transformation

实时获取导航卫星位置和速度是用户进行导航定位的前提条件, 而卫星的位置和速度是由卫星的广播星历参数来表征的。利用精密的地面测轨数据拟合导航卫星广播星历参数, 是用户使用全球卫星定位系统进行动态导航定位的关键^[1]。无论是在绝对定位还是相对定位, 导航卫星广播星历误差都会直接影响用户的导航定位精度。文献[2-3]对 GPS 广播星历参数的拟合算法及其精度评估进行了研究, 文献[4]提出 GPS 星历参数拟合的计算方法, 文献[5]研究了利用切比雪夫多项式拟合星历参数。目前, 许多国家都在加紧建设自己的卫星导航定位系统, 其导航电文参数设计以及广播星历误差分析是重要的研究方向^[6-7]。

本文研究了导航卫星广播星历参数的拟合算法, 特别是针对静止轨道卫星(GEO)轨道倾角近似为 0, 卫星轨道的升交点定义模糊, 在数据拟合过程中会导致法矩阵($H^T H$) 奇异的问题, 提出对卫星轨道进行轨道倾角变换, 利用转换后的轨道数据拟合广播星历参数。通过高精度轨道计算得到导航卫星位置和速度, 以其拟合出广播星历参数, 并计算广播星历拟合精度, 以验证拟合算法。

1 广播星历参数设计

导航卫星的广播星历参数设计为开普勒根数及其扩展参数, 包括表示轨道摄动的调和改正系数, 外加两个长期项^[8]。表 1 给出了广播星历参数的定义。

* 收稿日期: 2007-09-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10573041)

作者简介: 刘光明(1979-), 男, 博士生。

其中, \sqrt{A} , e , i_0 , ω , Ω_0 , M_0 定义了一个标准的椭圆轨道, Δn , $\dot{\Omega}$, \dot{i} 和 6 个正弦与余弦系数描述了实际卫星运动与标准轨道的偏差, 主要代表地球非球形引力摄动和日、月引力摄动及太阳辐射压摄动的影响。需要指出, Ω_0 对应的是广播星历周历元起始时刻轨道面升交点地理经度^[8]。

2 广播星历参数拟合算法

用户可以利用广播星历参数实时计算导航卫星位置和速度; 反之, 利用导航卫星一段时间的精确轨道数据, 可以拟合出相应的广播星历参数。

广播星历参数拟合算法中, 相应的状态方程和观测方程为:

$$X = X(X_0, t_0, t) \quad (1)$$

$$Y = Y(X, t) = Y(X_0, t_0, t) \quad (2)$$

其中, $X_0 = [\sqrt{a}, e, i, \Omega_0, \omega, M, \Delta n, \dot{\Omega}, di/dt, C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic}, C_{rs}, C_{rc}]^T$, 为待估参数向量; Y 为含有 m ($m \geq 15$) 个观测量的观测列向量, 一个观测量对应导航卫星在 t 时刻的一个位置分量。

由于状态方程和观测方程均为非线性方程, 因此广播星历参数的估值问题为非线性系统的最小二乘估值问题, 需要将非线性方程线性化和迭代求解^[9]。

设 $X_{i/0}$ 为广播星历参数估值 X_0 在第 i 次迭代的初值, 将方程(2)在 $X_0 = X_{i/0}$ 处展开:

$$Y = Y(X_{i/0}, t_0, t) + \left[\frac{\partial Y}{\partial X_0} \right]_{x_0 = x_{i/0}} (X_0 - X_{i/0}) + O((X_0 - X_{i/0})^2) \quad (3)$$

令

$$x_0 = X_0 - X_{i/0} \quad (4)$$

$$y = Y - Y(X_{i/0}, t_0, t) \quad (5)$$

$$H = \left[\frac{\partial Y}{\partial X_0} \right]_{x_0 = x_{i/0}} = \left[\frac{\partial Y}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial X_0} \right]_{x_0 = x_{i/0}} \quad (6)$$

略去方程(3)中 $O(x_0^2)$ 以上的高阶项, 可得到线性化的观测方程:

$$y = Hx_0 + v \quad (7)$$

其中, v 为观测方程的残差。

根据最小二乘估值原理, 可以得到 x_0 的估值

$$\hat{x}_0 = (H^T H)^{-1} H^T y \quad (8)$$

每次迭代结束后, 相应的广播星历参数为

$$X_{(i+1)/0} = X_{i/0} + \hat{x}_0 \quad (9)$$

而迭代过程满足方程(10)时停止计算

$$\frac{|\sigma_{i+1} - \sigma_i|}{\sigma_i} < \varepsilon \quad (10)$$

其中, $\sigma = \sqrt{\frac{(y - Hx_0)^T (y - Hx_0)}{m - 15}}$ 为迭代过程中统计误差; ε 为根据精度要求预先设定的小量。

需要注意, 观测列向量 Y 的一个观测量对应卫星 t 时刻的位置分量应该为惯性坐标系中的位置, 计算偏导数矩阵 $\partial Y/\partial X$ 要用到卫星 t 时刻的轨道根数, 需要卫星 t 时刻在惯性坐标系中的位置和速度。

表 1 广播星历参数

Tab. 1 Broadcast ephemeris parameters	
t_{oe}	星历参考时间
M_0	参考时刻的平近点角
e	偏心率
\sqrt{A}	半长轴的平方根
Ω_0	参考时刻的升交点准经度
i_0	参考时刻的轨道倾角
ω	近地点角距
Δn	平均角速度改正
$\dot{\Omega}$	升交点赤经的变率
\dot{i}	倾角的变率
C_{us}, C_{uc}	纬度幅角的正弦和余弦调和系数
C_{rs}, C_{rc}	轨道向径的正弦和余弦调和系数
C_{is}, C_{ic}	轨道倾角正弦和余弦调和系数

3 静止轨道卫星广播星历拟合算法

由于 GEO(静止轨道)卫星轨道倾角近似为 0, 升交点的物理意义不明确, 在星历参数拟合过程中, 方程(8)中法矩阵 $H^T H$ 接近奇异, 导致迭代不收敛, 得不到正确结果。

因此, 在星历参数拟合前, 可以进行对轨道倾角的变换。由于卫星轨道受到地球自转的影响表现为弯曲的平面, 将轨道坐标绕地固坐标系 Z 轴旋转角度 $-\omega_e t_k$ (ω_e 为地球自转角速度, t_k 为以星历参考时刻为基准的归化观测时间), 以消除地球自转影响, 转换为星历参考时刻的轨道平面, 再将轨道平面绕 X 轴旋转角度 φ (φ 一般取 $3^\circ \sim 6^\circ$), 变换为倾角 φ 的轨道平面, 然后再将轨道平面绕 Z 轴旋转角度 $\omega_e t_k$, 得到具有一定倾角的卫星轨道, 再进行广播星历参数拟合。具体计算公式为

$$\begin{bmatrix} x_{nav} \\ y_{nav} \\ z_{new} \end{bmatrix} = R_Z(\omega_e t_k) R_X(\varphi) R_Z(-\omega_e t_k) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R_X(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$R_Z(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $(x, y, z)^T$ 为地固坐标系中卫星位置矢量; $(x_{nav}, y_{nav}, z_{new})^T$ 为经过一系列坐标转换后新的卫星位置矢量; $R_X(\varphi)$, $R_Z(\phi)$ 表示绕地固坐标系 X 轴、 Z 轴旋转的欧拉矩阵。

用户利用广播星历参数计算 GEO 卫星位置时, 要对计算出的卫星位置进行坐标变换, 才能获得正确的卫星位置坐标。具体方法为: 先将用户计算出卫星位置坐标绕 Z 轴旋转 $-\omega_e t_k$, 转换为星历参考历元的轨道平面, 再将轨道平面绕 X 轴旋转角度 $-\varphi$ (φ 会在广播星历中发布), 然后绕 Z 轴旋转 $\omega_e t_k$, 得到正确的卫星位置。具体计算公式为:

$$\begin{bmatrix} x_{GEO} \\ y_{GEO} \\ z_{GEO} \end{bmatrix} = R_Z(\omega_e t_k) R_X(-\varphi) R_Z(-\omega_e t_k) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

由于旋转矩阵为欧拉变换矩阵, 坐标变换不会引起卫星轨道精度损失, 可以得到很好的拟合精度。

4 计算结果和分析

广播星历是对精密星历的一种数值逼近, 因此, 广播星历拟合精度是指广播星历对精密星历的逼近程度, 产生精密星历的算法以及精密星历本身精度对广播星历拟合精度的影响应该很小, 甚至可以忽略不计。对导航卫星的广播星历拟合精度分析正是基于这个原则。

用以产生导航卫星精确轨道的力学模型为 21×21 阶地球引力场、日月引力、太阳辐射光压、潮汐摄动、大气阻力摄动等^[10]。

MEO(中高轨道)卫星长半轴约 23 000km, 偏心率为 0.0001, 轨道倾角约 5° ; GEO 卫星长半轴为 42 164km, 偏心率为 0.0001, 轨道倾角为 0° 。

图 1、图 2 分别为 MEO、GEO 卫星在 30s 数据采样间隔的条件下, 不同弧段长度的广播星历拟合精度与外推精度, 横坐标为相对于广播星历参考历元的时间, 用于拟合的精密星历数据在参考历元两侧对称分布, 纵坐标为拟合误差, 分别为导航卫星的位置误差(Position)、 X 方向误差(X)、 Y 方向误差(Y)和 Z 方向误差(Z)。

这里, 广播星历拟合精度是指利用采样弧段的卫星轨道数据拟合得到广播星历参数计算卫星轨道, 与采样弧段内实际卫星轨道比较得到的误差; 广播星历外推精度是指利用采样弧段的卫星轨道数据拟

合得到广播星历参数计算采样弧段之外一段时间内的卫星轨道,与实际卫星轨道比较得到的误差。

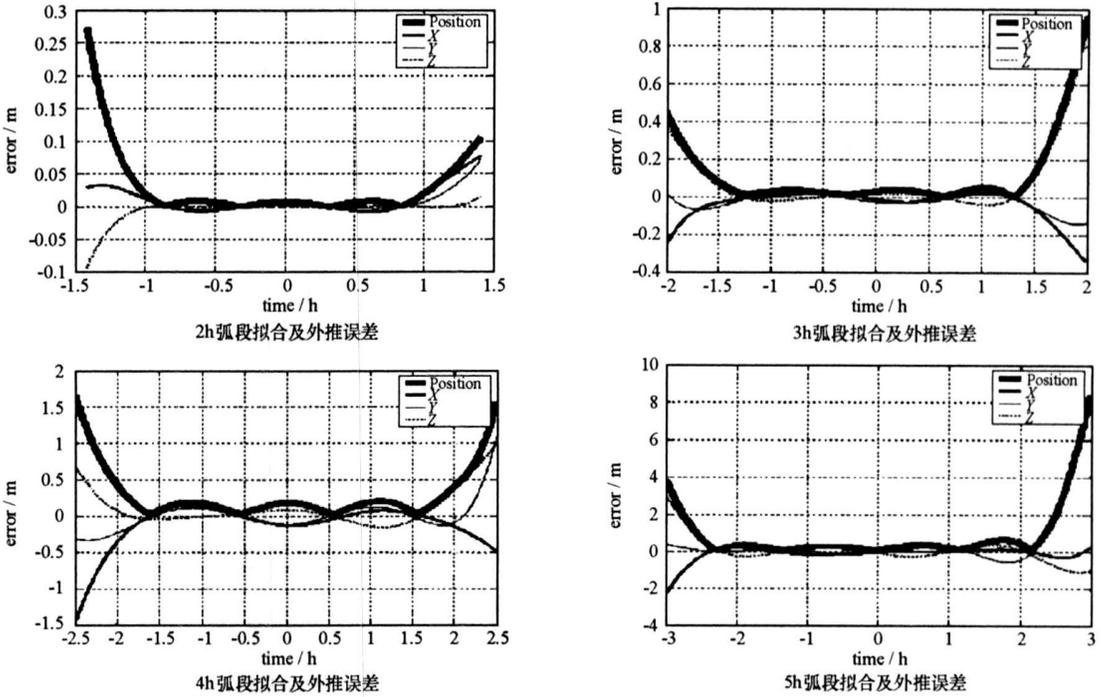


图 1 MEO 卫星不同弧段的数据拟合及外推精度

Fig. 1 Accuracy of data fitting and extrapolation on MEO satellite

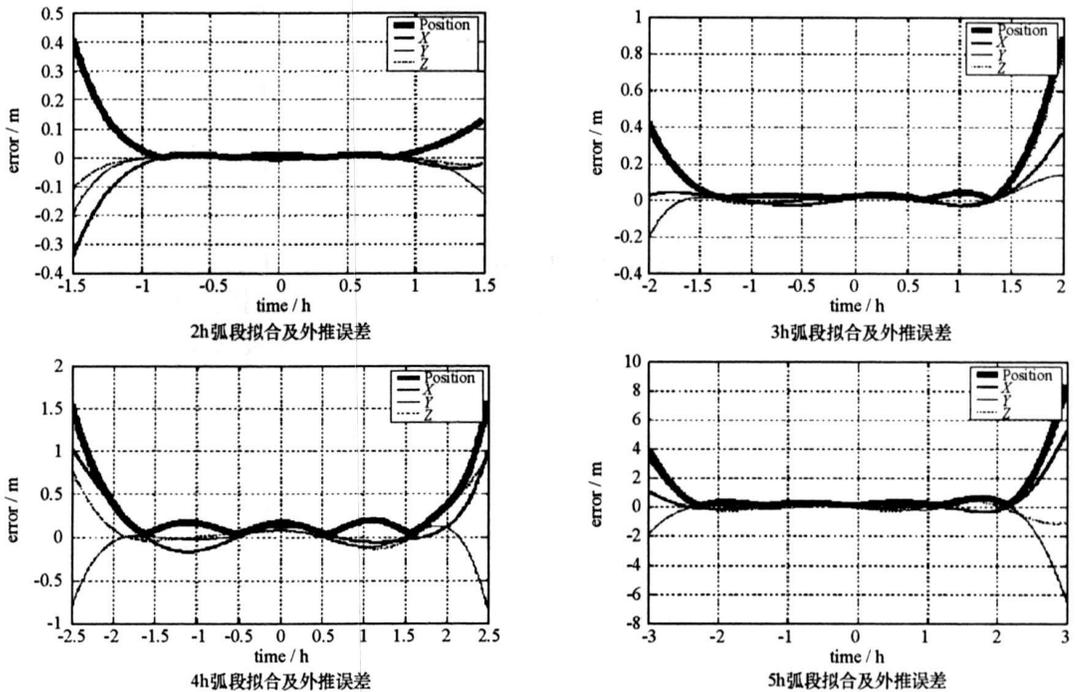


图 2 GEO 卫星不同弧段的数据拟合及外推精度(广播星历)

Fig. 2 Accuracy of data fitting and extrapolation on GEO satellite

从图 1、图 2 可以发现:

(1) 对于 MEO、GEO 卫星,广播星历在 2h、3h 弧段长度拟合精度及拟合外推精度都较高。拟合外推精度为 0.4m 左右,不足伪距测量误差中卫星星历误差(4.2m)的十分之一,完全可以满足卫星导航定位

的精度要求。

(2) 广播星历拟合误差会随着拟合弧段长度增加而变大, 拟合外推误差也会迅速变大, 这是因为广播星历设计参数只考虑了卫星所受摄动力的主要调和修正项, 随着拟合数据的增加, 那些本可以忽略的小摄动项的影响会逐渐体现出来, 从而导致广播星历拟合精度下降。这一点, 对于 MEO、GEO 卫星表现尤为明显, 在 8h 数据弧段拟合时, 广播星历外推误差甚至达到了 50m。

(3) 对于 GEO 卫星, 由于偏心率很小, 而轨道高度较高, 在拟合弧段长度较短时(如 1h), 法方程 $H^T H$ 容易接近奇异而得不到结果, 所以未给出 1h 的广播星历拟合数据。

表 2 给出了不同拟合弧段长度下导航卫星广播星历拟合误差的统计数据。其中, 位置误差项为拟合弧段长度中所有采样点位置误差的平均值, X 、 Y 、 Z 方向误差为拟合弧段长度中所有采样点各方向误差的均方差, 即标准偏差值。从表 2 可以看出, GEO、MEO 卫星在 2h、3h、4h 弧段长度下的拟合精度相对较好, 特别是 2h 弧段长度, 各方向误差和位置误差均低于 0.005m。

表 2 卫星广播星历拟合精度

Tab. 2 Accuracy of data fitting on broadcast ephemeris parameters

卫星	拟合弧段长度(单位: m)	2h	3h	4h	5h	6h	7h
MEO	X 方向误差	0.003319	0.015139	0.05599	0.17005	0.52772	2.5421
	Y 方向误差	0.002197	0.012599	0.075599	0.19874	0.95349	3.1147
	Z 方向误差	0.004645	0.006558	0.080681	0.14591	0.4993	0.98259
	位置误差	0.005342	0.018831	0.10914	0.27701	0.97974	3.6733
GEO	X 方向误差	0.002152	0.023151	0.063255	0.17459	0.84251	3.3305
	Y 方向误差	0.003165	0.007664	0.048101	0.15906	0.71049	2.3410
	Z 方向误差	0.004333	0.005809	0.069993	0.13204	0.51244	0.98295
	位置误差	0.004979	0.02243	0.094544	0.25235	0.99026	3.6600

5 结论

研究广播星历参数拟合算法, 不仅对用户导航定位精度的提高具有重要意义, 而且对我国卫星导航定位系统广播星历参数设计具有参考价值。文中研究导航卫星广播星历参数拟合算法, 并针对 GEO 卫星轨道倾角近似为 0, 提出转换轨道倾角的数据处理方法, 较好地解决了参数拟合过程中法矩阵奇异的问题。对于 MEO、GEO 卫星都可以得到很好的广播星历精度, 且拟合外推精度较高, 满足用户实时定位精度要求。

参考文献:

- [1] Weber T, Ray J, Kouba J. Review of IGS Analysis Products[C]//IGS Network, Data and Analysis Center Workshop, Ottawa, 2002.
- [2] 阳仁贵, 欧吉坤, 闻德保. GPS 广播星历误差及定位结果的影响[J]. 测绘信息与工程, 2006(2).
- [3] 胡松杰. GPS 和 GLONASS 广播星历参数分析及算法[J]. 飞行器测控学报, 2005(6).
- [4] 崔先强, 焦文海, 秦显平. 导航卫星的历书参数及其拟合算法[J]. 测绘科学技术学报, 2006(2).
- [5] 朱俊, 文援兰, 廖瑛. 一类适用于各种轨道类型的导航卫星广播星历研究[J]. 航天控制, 2005(12).
- [6] 石卫平. 国外卫星导航定位技术发展现状与趋势[J]. 航天控制, 2004(4).
- [7] Zhang K, Seynat C, Mowlam A, et al. An Investigation of Further GNSS in Support of Research and Development of Positioning Technology in Australia[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 40(4): 1159-1165.
- [8] 袁建平, 罗建军, 岳晓奎. 卫星导航原理与应用[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2003.
- [9] 文援兰. 航天器精密轨道抗差估计理论与应用的研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学测绘学院, 2001.
- [10] 刘林. 人造地球卫星轨道力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.