

文章编号: 1001- 2486(2008) 04- 0011- 06

月球探测器返回轨道特性分析*

白玉铸, 郝晓宁, 刘磊, 王功波

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:对月球探测器的返回轨道进行了建模与特性分析。在三维空间中建立了返回轨道的数学模型; 对模型进行仿真分析得到从月球影响球东经 80° 出口的返回轨道最省能量等结论; 根据模型及其特性给出初步轨道的算例, 并以此结果为初值, 在已有高精度动力学模型下搜索计算, 较快地得到了精确轨道; 通过两条轨道参数及空间形状的对比, 证明文中解析方法的正确性。

关键词:月球探测器; 返回轨道; 特性分析; 初步轨道; 精确轨道

中图分类号: V412.41 **文献标识码:** A

Characteristics of Return Trajectory of Lunar Probe

BAI Yu-zhu, XI Xiaoning, LIU Lei, WANG Gong-bo

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Mathematical model and characteristic analysis of return trajectory for lunar probe were studied. Firstly, mathematical model of return trajectory was established in 3D space; then some important characteristics were obtained from simulation analysis, especially those characteristics of trajectory escapes from lunar sphere of influence on longitude 80° E costing the least energy; at last an example with a preliminary trajectory and a precise trajectory was proposed, which proves that this analytical method is able to provide initial value for precise design, and the characteristics can guide the actual design.

Key words: lunar probe; return trajectory; characteristic analysis; preliminary trajectory; precise trajectory

就国内来说, 目前对月球探测器地月转移轨道的设计工作比较常见^[1-2], 但其返回段的轨道设计所做工作相对较少, 而实际上返回轨道并不完全是地月转移轨道的逆过程, 其初值选取、模型建立与约束条件等都有很大区别。这里尝试在三维空间中建立返回轨道的数学模型, 基于此模型对返回轨道各参数之间关系进行了特性分析, 最后通过算例证实: 此模型比较接近真实情况, 可为进一步的精确设计提供精度较高的初值, 能够缩短精确轨道设计所耗时间, 分析得到的特性也可以直接为设计工作提供指导。

1 返回轨道建模

假设月球在圆轨道上绕地球公转, 公转平均速度为 V_L 。为方便研究, 建立月心白道坐标系 O_L-xyz , 如图 1 所示。其中 O_L 为月心, xy 平面为某瞬时 t_0 (本文中取为出口点时刻 t_B) 的白道面, x 轴由 t_0 时刻的月心指向地心, z 轴为该时刻月球绕地球公转动量矩方向, y 轴与二者构成右手系。在研究中, 选 O_L-xyz 作为惯性坐标系, 使用的月心经纬度也定义在月心白道坐标系中, 北纬为正, 南纬为负, 东经为正, 西经为负。

文中讨论的前提是探测器在圆形月球停泊轨道上运行, 并在其间某点加速后进入返回地球的轨道。图 1 示意了返回轨道在月球影响球处的几何关系, 具体又分两种情况: 图(a)中出口点 B (即探测器到达影响球上的点) 位于月心段轨道升段, 这里称之为升段出口; 图(b)中出口点 B 位于月心段轨道降段, 称为降段出口。图 1 中, 出口点 B 的月心经纬度为 λ_B 、 φ_B , 探测器的轨道相对白道的倾角为 i^L (上标 L 表

* 收稿日期: 2007- 12- 10

基金项目: 国家 863 基金资助项目(2003AA735083)

作者简介: 白玉铸(1982-), 男, 博士生。

示相对月心的参数,下文中上标 E 表示相对地心),升交点的月心经度为 Ω^L 。

返回轨道虽然分为两段,但因只是在月球影响球边界上将探测器相对月心的状态转变为相对地心的状态,而地月的相对状态已知,所以返回轨道的独立参数仍为6个^[1]。初始参数的选取可以有多种方式,为了便于实现轨道的计算和拼接,选其为 B 点的月心经度 λ_B 、月心纬度 φ_B ,探测器圆形绕月轨道高度 h^L 、倾角 i^L 、加速点 C 处的速度倾角 Θ_C ,探测器在 B 点的月心速度矢量 \mathbf{v}_B^L 与月心位置矢量 \mathbf{r}_B^L 的夹角 ε 。

根据几何关系可以确定出口点处探测器的月心速度方向,然后根据能量守恒和动量矩守恒求得月心速度大小,由此依靠二体理论可以确定月心段轨道;将出口点处月心位置、速度分别转换为地心位置、速度后,可以确定地心段轨道。

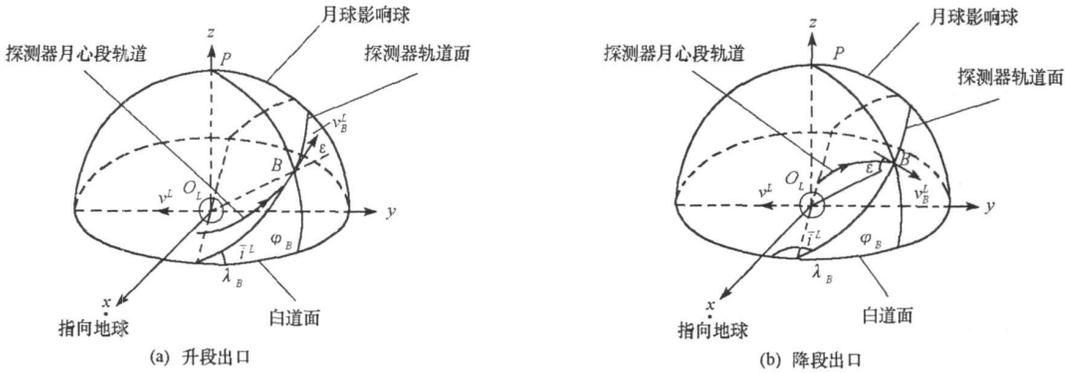


图1 返回轨道月球影响球处示意图

Fig. 1 Sketch of return trajectory on lunar sphere of influence

1.1 出口点月心速度方向

设 B 点相对地心和月心的位置矢量分别为 \mathbf{r}_B^E 、 \mathbf{r}_B^L , 则

$$\mathbf{r}_B^E = \begin{bmatrix} x_B^E \\ y_B^E \\ z_B^E \end{bmatrix} = \mathbf{r}_B^L - \begin{bmatrix} R_{EL} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos \varphi_B \cos \lambda_B - R_{EL} \\ \rho \cos \varphi_B \sin \lambda_B \\ \rho \sin \varphi_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, ρ 为月球影响球半径, R_{EL} 为入口时刻的地月距,可查 JPL DE/LE405 历表得到其精确值。

由几何关系可知,升交点月心经度 Ω^L 为

$$\begin{cases} \Omega^L = \lambda_B - \arcsin \frac{\tan \varphi_B}{\tan i^L} \\ \Omega^L = \lambda_B + \arcsin \frac{\tan \varphi_B}{\tan i^L} + 180^\circ \end{cases} \quad (2)$$

B 点纬度幅角 u_B 为

$$\begin{cases} u_B = \arcsin \frac{\sin \varphi_B}{\sin i^L} \\ u_B = 180^\circ - \arcsin \frac{\sin \varphi_B}{\sin i^L} \end{cases} \quad (3)$$

式(2)、(3)中,第一、二式分别对应升、降段出口的情况,参见图1(a)、(b)。

出口点处探测器月心速度单位矢量 $\hat{\mathbf{v}}_B^L$ 为

$$\hat{\mathbf{v}}_B^L = \begin{bmatrix} \hat{l}_B^L \\ \hat{m}_B^L \\ \hat{n}_B^L \end{bmatrix} = R_3(-\Omega^L)R_1(-i^L)R_3(-\varepsilon - u_B) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, R_1 、 R_3 分别为绕 X 、 Z 轴的旋转矩阵。

1.2 出口点月心、地心速度矢量

设 B 点相对月心的速度矢量为

$$\mathbf{v}_B^L = [x_B^L \quad y_B^L \quad z_B^L]^T \quad (5)$$

可知 \mathbf{v}_B^L 与单位矢量 $\hat{\mathbf{v}}_B^L$ 平行, 于是有

$$\begin{cases} y_B^L = \frac{m_B^L}{l_B^L} \cdot x_B^L \\ z_B^L = \frac{n_B^L}{l_B^L} \cdot x_B^L \end{cases} \quad (6)$$

考虑月心段轨道, 由能量守恒和动量矩守恒可得

$$v_B^L = \left[v_C^2 + 2\mu_L \left(\frac{1}{r_B^L} - \frac{1}{r_C} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$r_C \cdot v_C \cos \Theta_C = r_B^L \cdot v_B^L \cos \Theta_B^L \quad (8)$$

其中, $r_B^L = \rho_L$, v_C 为探测器在近月点的速度, r_C 为近月距, $\Theta_B^L = 90^\circ - \varepsilon$ 。将式(8)代入式(7), 可解得

$$v_C^2 = 2\mu_L \left(\frac{1}{r_B^L} - \frac{1}{r_C} \right) \cdot \frac{(r_B^L \cdot \cos \Theta_B^L)^2}{(r_C \cdot \cos \Theta_C)^2 - (r_B^L \cdot \cos \Theta_B^L)^2} \quad (9)$$

得到 v_C 后, 由式(5)、(6)、(8)可得 B 点处的探测器月心速度 \mathbf{v}_B^L 的大小和三个分量。

1.3 返回轨道月心段参数

理论上讲, 月心段轨道既可以是椭圆, 也可以是抛物线或双曲线。但考虑到月球本身相对地球有 1.018km/s 的平均速度, 经分析计算, 月心段为椭圆或抛物线的返回轨道, 距离地球最近也在 $5 \times 10^4\text{km}$ 以上, 无法应用于实际工程。所以, 在月心轨道参数计算中只要考虑双曲线的情况。根据二体理论即可求得相应的半长轴 a^L 、离心率 e^L 、近月距 r_C 、 B 点真近点角 f_B^L 以及飞行时间 Δt^L 等轨道参数。

1.4 返回轨道地心段参数

设月球的地心速度矢量为 \mathbf{v}_L^E , 则探测器在出口点处的地心速度矢量

$$\mathbf{v}_B^E = \mathbf{v}_B^L + \mathbf{v}_L^E = [x_B^L \quad y_B^L - V_L \quad z_B^L]^T$$

另外, 要计算返回轨道的地心段参数, 还需求得地心轨道在 B 点处的航迹角

$$\Theta_B^E = \arcsin \frac{\mathbf{r}_B^E \cdot \mathbf{v}_B^E}{r_{BVB}^E}$$

从而可求得返回轨道地心段轨道参数, 包括半长轴 a^E 、离心率 e^E 、近地距 r_A 、近地点速度 v_A 、 B 点的真近点角 f_B^E 、 A 点真近点角 f_A^E 以及飞行时间 Δt^E 等 (A 为近地点)。

上文建立了在双二体假设下月球探测器返回轨道的解析表达式。根据该组表达式, 已知 λ_B 、 Φ_B 、 ε 、 h^L 、 i^L 、 Θ_C 等 6 个初始参数时, 可以求出月心轨道转移初速 v_C 、近地距 r_A 、近地点速度 v_A 以及飞行时间 Δt^E 、 Δt^L 等关心的参数。下面对各参数间的相互关系进行分析。

2 特性分析

限于篇幅, 只考虑降段出口, 即图 1(b) 中的情况, 升段出口的情况可用同样方法分析, 文中不再赘述。为节省能量, 实际工程中航迹角 Θ_C 通常取为 0, 故下文不再对其进行分析, 认为 $\Theta_C = 0$ 。

对于返回任务来说, 最关心的是近地距和任务消耗的速度冲量大小。首先分析参数变化对近地距的影响, 取 $i^L = 80^\circ$, $\varepsilon = 3.3^\circ$, $h^L = 200\text{km}$, 得到出口点经纬度与近地距 r_A 的关系, 如图 2 所示。从图 2 中可以看出, 经度为负值时近地距很大, 这是因为此时探测器的出口点月心速度 y 分量为负值, 即与月球公转速度方向相同, 故合成后探测器的地心速度很大, 将从高空飞越地球。经度为正时情况则相反, 故有可能到达地球附近。另外大多数情况下轨道都从距离地球较远处经过, 并不能称其为真正意义上的返回轨道。

取 $i^L = 90^\circ$, $h^L = 200\text{km}$, 调整 ε 与出口点月心经纬度使得近地点高度等于 200km , 可以得到一个出口点月心经纬度的范围, 如图 3 所示。可以看出, 图 3 中的经度范围较大, 约为东经 $20^\circ \sim 150^\circ$ 。纬度范围较小, 约为 $-6^\circ \sim 15^\circ$, 原因是如果纬度超过此范围, 将导致出口点速度 z 方向分量增大, 使得探测器无法到达位于白道面中的地球附近。

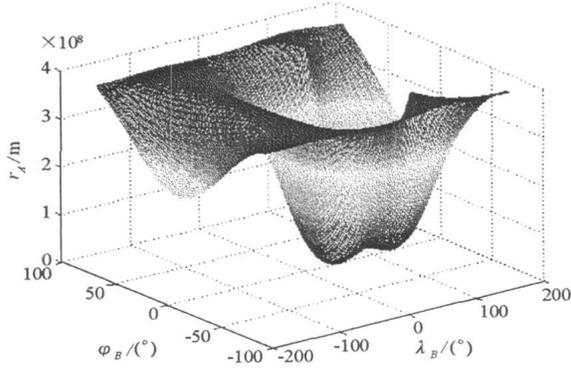


图 2 出口点经纬度与近地距的关系
Fig. 2 Relation between escaping location and perigee radius

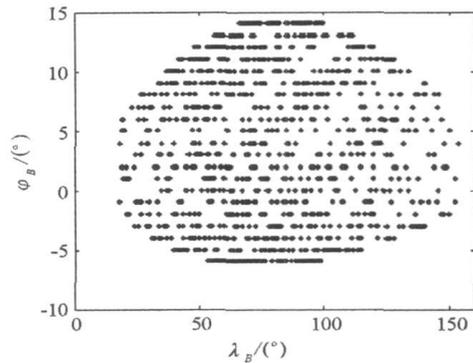


图 3 近地点高度 200km 的轨道出口点经纬度范围
Fig. 3 Escaping location range of trajectory with perigee altitude 200km

下面分析初始轨道参数的变化对速度冲量的影响。速度冲量的大小主要由近月点处的转移初速 v_C 和近地点速度 v_A 两个量决定, 图 4(a)、(b)、(c) 分别是 λ_B 、 φ_B 、 ε 变化对 v_C 的影响, 图 4(d) 是 λ_B 变化对 v_A 的影响。其他参数变化也会对速度冲量大小产生影响, 但变化规律不明显且幅度很小, 这里不加以分析。图中, $i^L = 90^\circ$, $r_A = 6578\text{km}$ 。

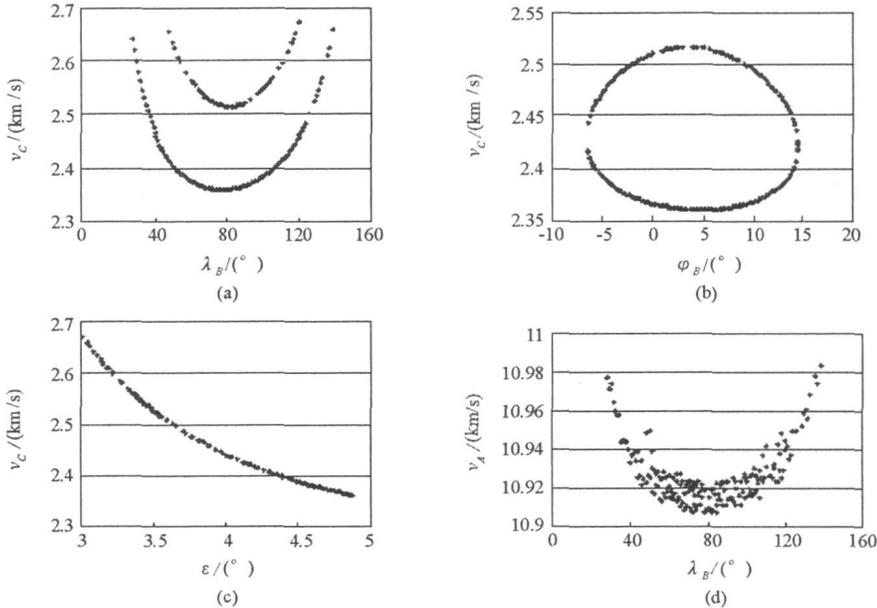


图 4 参数变化对速度冲量的影响
Fig. 4 Velocity impulse changes with some parameters

从图 4 中可以得到如下重要特性:

- (1) 出口点经度 λ_B 对转移初速和近地点速度影响最大, λ_B 在东经 80° 附近时对应最小的转移初速和最小的近地点速度, 可以以此为目标选择合适的加速点以节省能量。
- (2) 出口点纬度 φ_B 对转移初速也有较大影响, φ_B 在 $0^\circ \sim 10^\circ$ 间对应较小的转移初速。
- (3) 转移初速随 ε 单调递减, 对应 $h^L = 200\text{km}$ 的轨道, ε 在接近 5° 时对应最小的转移初速。从式

(9)中可以看出, v_c 是 ε 与 r_c 的函数,也就是说如果选择的绕月轨道高度变化,对应的最优 ε 值亦会有变。

(4) 同一个出口点处有两条轨道飞抵地球上空 200km, 一条为地心顺行轨道, 即地心段倾角小于 90° , 对应图 4(a)、(b) 中下面的曲线, 另一条为地心逆行轨道, 对应图 4(a)、(b) 中上面的曲线。地心顺行轨道对转移初速的要求较小, 而且从回收角度考虑其更容易回收。

3 算例

(1) 初步轨道算例

假设初始条件为 200km 高的圆形极月停泊轨道, 目标条件为近地点高度 200km, 倾角 43° 的圆形地球停泊轨道, 利用双二体模型以及分析得到的特性, 初步设计得到返回轨道。

给定返回轨道的初始参数, 如表 1 所示。

表 1 初步轨道算例初始参数

Tab. 1 Initial parameters of the preliminary trajectory example

$\lambda_p / (^\circ)$	$\varphi_p / (^\circ)$	$\varepsilon / (^\circ)$	h^l / km	$i^l / (^\circ)$	$\Theta_c / (^\circ)$
81.6	9.0	4.649	200.0	96.7	0

注: 参数表示在月心白道坐标系中, 出口点时刻为 2007 年 8 月 7 日 18:34:35.05(UTC, 下同)

根据 1.1~1.3 节中的模型, 可计算得到月心段参数, 如表 2 所示。

表 2 初步轨道算例月心段参数

Tab. 2 Selenocentric parameters of the preliminary trajectory example

a^l / km	e^l	$i^l / (^\circ)$	$\Omega^l / (^\circ)$	$\omega^l / (^\circ)$	$\Delta t^l / \text{h}$	$v_c / (\text{km/s})$
-8272.3	1.2343	90.0	150.2	32.5	18.6	2.377

注: 参数表示在 J2000.0 月心平赤道坐标系^[3]中, 近月点时刻为 2007 年 8 月 7 日 00:00:00.00

根据 1.4 节中的模型, 可计算得到地心段参数, 如表 3 所示。

表 3 初步轨道算例地心段参数

Tab. 3 Earth centric parameters of the preliminary trajectory example

a^E / km	e^E	$i^E / (^\circ)$	$\Omega^E / (^\circ)$	$\omega^E / (^\circ)$	$\Delta t^E / \text{h}$	$v_A / (\text{km/s})$
189714.6	0.9653	43.0	23.0	219.6	100.0	10.912

注: 参数表示在 J2000.0 地心天球坐标系中, 近地点时刻为 2007 年 8 月 11 日 22:34:35.60

(2) 精确轨道算例

以初步轨道算例中的月心段参数(见表 2)为初值, 在精确力模型下, 经过迭代可以很快得到满足目标条件的精确轨道, 如表 4、表 5 所示。精确力模型同时考虑地、月、日引力, 太阳光压摄动与大气阻力摄动, 地球非球形摄动取 JGM2 的 21×21 阶。

表 4 精确轨道算例月心段参数

Tab. 4 Selenocentric parameters of the precise trajectory example

a^l / km	e^l	$i^l / (^\circ)$	$\Omega^l / (^\circ)$	$\omega^l / (^\circ)$	$v_c / (\text{km/s})$
-6649.5	1.2914	90.0	149.9	35.6	2.408

注: 参数表示在 J2000.0 月心平赤道坐标系中, 近月点时刻为 2007 年 8 月 7 日 00:00:00.00

表 5 精确轨道算例地心段参数

Tab. 5 Earth centric parameters of the precise trajectory example

a^E / km	e^E	$i^E / (^\circ)$	$\Omega^E / (^\circ)$	$\omega^E / (^\circ)$	$v_A / (\text{km/s})$
193529.2	0.9660	43.0	21.9	219.1	10.915

注: 参数表示在 J2000.0 地心天球坐标系中, 近地点时刻为 2007 年 8 月 11 日 21:22:26.20

算例中初步轨道和精确轨道的空间形状如图5所示。可以看出两条轨道非常接近,说明双二体模型下做出的特性分析具有实际指导意义,并且用双二体模型设计出的初步轨道作为精确轨道搜索的初值是可行和高效的。

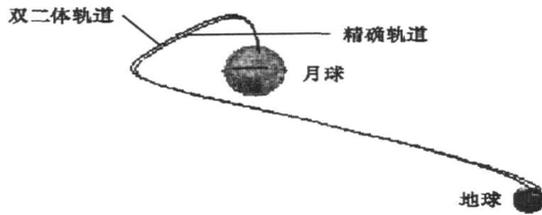


图5 返回轨道算例的空间形状

Fig. 5 Three-dimensional sketch of the return trajectory example

精确轨道算例对应的星下点轨迹如图6所示。图中虚线和实线分别表示返回轨道月地转移段和地球停泊段的星下点轨迹。在返回轨道到达近地点后的第三圈,经过我国北部适合回收航天器的区域(图中椭圆标示出)。

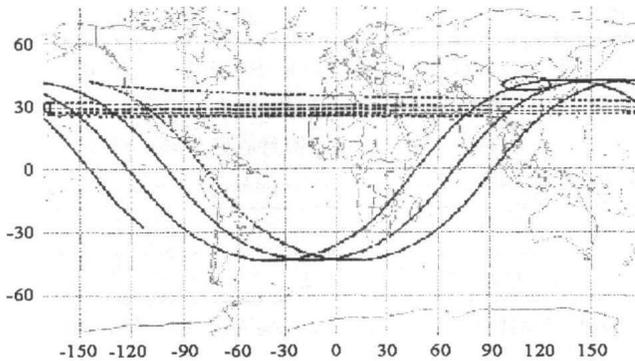


图6 精确轨道算例的星下点轨迹

Fig. 6 Ground track of the precise trajectory example

4 结论

建立了三维地月空间中月球探测器返回轨道的数学模型,并依据此模型通过仿真分析得到了重要特性:从月球影响球上东经 80° 附近出口的地心顺行月地返回轨道最省能量。根据模型和特性给出了初步返回轨道和精确返回轨道的算例,证明了文中方法能够获得满足实际要求的初步轨道,将该轨道作为精确设计的初值,可以很大程度上减少精确设计的工作量。

参考文献:

- [1] 郗晓宁,王威,高玉东. 近地航天器轨道基础 [M]. 长沙:国防科技大学出版社, 2003.
- [2] 郗晓宁,曾国强,等. 月球探测器轨道设计 [M]. 北京:国防工业出版社, 2001.
- [3] 刘林,王歆. 月球探测器轨道力学 [M]. 北京:国防工业出版社, 2006.
- [4] Brown C D. Spacecraft Mission Design (2nd ed) [M]. Castle Rock, Colorado: Wren Software. Inc, 1998.
- [5] Miele A, Wang T, and Mancuso S. Optimal Free-return Trajectories for Moon Missions and Mars Missions [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 2000, 48(2-3): 183-206.