文章编号: 1001- 2486(2008) 04- 0028- 05

飞艇- 绳索- 子弹系留动力学研究*

唐乾刚, 王振国
(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙　410073)

摘　要: 针对高空飞艇投放试验平台, 采用多刚体系统 Kane 法建立了飞艇- 绳索- 子弹的开链式多刚体动力学模型, 针对末修子弹系留试验中的关键动力学问题, 分析研究了飞艇- 子弹耦合系统的动力学特性。高空投放试验验证了动力学模型的有效性和正确性, 该模型也可推广于其他绳索动力学系统。

关键词: 飞艇系留系统; Kane 方法; 绳索动力学
中图分类号: O313. 7　　文献标识码: A

A Research of Tether Dynamics in Airship-towed System

TANG Qian-gang, WANG Zhen-guo
(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A numerical simulation of dynamical model for some key dynamics problems of terminal correction submunition is built, using Kane's method which can solve the problem of the Multi-Rigid-body system. Numerical results were validated in the experimentation of airdrop in Airship-towed system. This dynamical model also can be used to solve the problem of Tether dynamics in other fields.

Key words: airship-towed system; kane's method; tether dynamics

近年来由于绳索在空间制动器、绳索推进、绳系卫星、水下探测器等领域内的广泛应用, 使得绳索动力学成为一般力学领域的研究热点。由于绳索极度柔软, 且具有“可拉不可压”的物理特性, 很难建立精确的动力学模型。通常有两种绳索建模方法, 一种是由偏微分方程表示的连续模型, 一种由常微分方程表示的阻尼弹簧模型或多刚体模型。Triantafyllou 等人采用连续模型研究了水下电缆的动力学问题, 并指出为了避免数值解的奇异性问题, 必须引入弯曲刚度[1-2]; Lenonad 等人采用阻尼弹簧模型研究了水下探测器的动力学与控制问题。许多学者引入多刚体思想建立绳索的动力学模型, Banerjee 采用多刚体假设建立了“船- 电缆- 水下探测器”的动力学模型[3]; Djerassi 等人建立了绳索从两个空间平台上拉出的多刚体模型[4], 并提出了绳段间约束力的“三步求解法”。显然要想采用多刚体模型足够准确地反映绳索的动力学特性, 就应该选取足够多的自由度, 这必然增加数值仿真的计算量, 因此寻求一种快速有效的仿真算法是十分有意义的。本文采用有限段法建立了飞艇系留试验系统的多刚体动力学模型。在模型中将绳索离散为若干个绳段, 各绳段假设为质量集中在端点的刚性杆, 各绳段结点的运动由作用在相应绳段上的铰约束力、气动力和重力所决定, 然后基于 Kane 法建立了飞艇- 绳索- 子弹的开链式多刚体动力学模型。文中的计算结果与试验所观察的现象较接近, 也可以用来指导飞艇高空试验。

1　动力学模型

如图 1 所示, 在系统动力学模型中将绳索假设为开链式多刚体系统, 飞艇和子弹假设为质点。建立惯性坐标系 OXY。将绳索离散为 n 段, 每个绳段的质量集中在端点, 第 i 个绳段结点的质量记为 m_i, 第 i 个绳段与 OX 轴的夹角记为 θ_i。为了描述绳索拉出的动态过程, 第 1 个绳段 l_1 可随时间变化, 其余绳段长度固定, 记为 l。于是可采用广义坐标 $q = [\theta_1, \theta_2, \cdots\theta_{n-1}, \theta_n]$ 来描述飞艇- 绳索- 子弹系留系统

* 收稿日期: 2007- 12- 18
基金项目: 国防科技大学预研项目(GJ07- 01- 01)
作者简介: 唐乾刚(1958—), 男, 教授, 博士。

的运动状态。

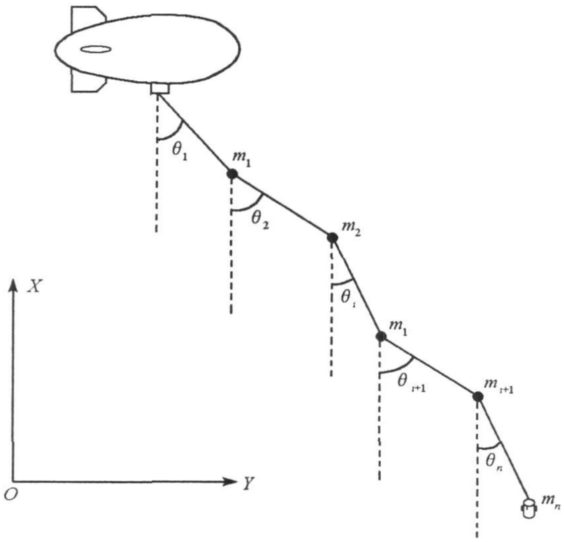

图 1 飞艇系留系统示意图

Fig. 1 Schematic of the airship-towed system

如图 1 所示, 若将初始投放点的位置记为$[x(t), h(t)]$, 第 i 个绳段结点的位置矢量r_i ($i = 1, 2, \cdots n$) 可以表示为

$$\boldsymbol{r}_1 = [x(t) - l_1(t)\sin\theta_1(t)]\,\mathbf{i} + [h(t) - l_1(t)\cos\theta_1(t)]\,\mathbf{j} \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_1 - l\sin\theta_2(t)\,\mathbf{i} - l\cos\theta_2(t)\,\mathbf{j} \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{r}_\mathbf{j} = \boldsymbol{r}_{j-1} - l\sin\theta_j(t)\,\mathbf{i} - l\cos\theta_j(t)\,\mathbf{j} \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{r}_\mathbf{n} = \boldsymbol{r}_{n-1} - l\sin\theta_n(t)\,\mathbf{i} - l\cos\theta_n(t)\,\mathbf{j} \tag{1d}$$

对(1a) ~ (1d) 式求导, 各个绳段结点的速度可以表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_1 = {} & [\dot{x}(t) - \dot{l}_1(t)\sin\theta_1(t) - l_1(t)\dot{\theta}_1(t)\cos\theta_1(t)]\,\mathbf{i} \\ & + [\dot{h}(t) - \dot{l}_1(t)\cos\theta_1(t) + l_1(t)\dot{\theta}_1(t)\sin\theta_2(t)]\,\mathbf{j}\end{aligned} \tag{2a}$$

$$\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1 - [l\dot{\theta}_2(t)\cos\theta_2(t)]\,\mathbf{i} + [l\dot{\theta}_2(t)\sin\theta_2(t)]\,\mathbf{j} \tag{2b}$$

$$\boldsymbol{v}_j = \boldsymbol{v}_{j-1} - [l\dot{\theta}_j(t)\cos\theta_j(t)]\,\mathbf{i} + [l\dot{\theta}_j(t)\sin\theta_j(t)]\,\mathbf{j} \tag{2c}$$

$$\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{v}_{n-1} - [l\dot{\theta}_n(t)\cos\theta_n(t)]\,\mathbf{i} + [l\dot{\theta}_n(t)\sin\theta_n(t)]\,\mathbf{j} \tag{2d}$$

根据 Kane 法, 绳段结点的偏速度可以表示为

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial \dot{\theta}_1} = -l_1(t)\cos\theta_1(t)\,\mathbf{i} + l_1(t)\sin\theta_1(t)\,\mathbf{j} \tag{3a}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial \dot{\theta}_j} = 0 \quad j = 2, \cdots, n \tag{3b}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_2}{\partial \dot{\theta}_1} = \frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial \dot{\theta}_1} \tag{3c}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_2}{\partial \dot{\theta}_2} = -l\cos\theta_2(t)\,\mathbf{i} + l\sin\theta_2(t)\,\mathbf{j} \tag{3d}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_2}{\partial \dot{\theta}_3} = \frac{\partial \boldsymbol{v}_2}{\partial \dot{\theta}_j} = 0 \quad j = 3, \cdots, n \tag{3e}$$

进一步推而广之, 可以得到

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_k}{\partial \dot{\theta}_j} = \begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{v}_j}{\partial \dot{\theta}_j} & k \geqslant j \\ 0 & k < j \end{cases} \tag{4a}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_k}{\partial \dot{\theta}_j} = -l\cos\theta_j(t)\,\mathbf{i} + l\sin\theta_j(t)\,\mathbf{j} \tag{4b}$$

同样,绳段结点加速度也具有如下递推关系式:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_1 = {} & \left[\ddot{x}(t) - \ddot{l}_1(t)\sin\theta_1(t) - 2\dot{l}_1(t)\dot{\theta}_1(t)\cos\theta_1(t) - l_1(t)\ddot{\theta}_1(t)\cos\theta_1(t) + l_1(t)\dot{\theta}_1^2(t)\sin\theta_1(t)\right]\mathbf{i} \\ & + \left[\ddot{h}(t) - \ddot{l}_1(t)\cos\theta_1(t) + 2\dot{l}_1(t)\dot{\theta}_1(t)\sin\theta_1(t) + l_1(t)\ddot{\theta}_1(t)\sin\theta_1(t) + l_1(t)\dot{\theta}_1^2(t)\cos\theta_1(t)\right]\mathbf{j}\end{aligned} \tag{5a}$$

$$\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{a}_1 + \left[l\dot{\theta}_2^2(t)\sin\theta_2(t) - l\ddot{\theta}_2(t)\cos\theta_2(t)\right]\mathbf{i} + \left[l\dot{\theta}_2^2(t)\cos\theta_2(t) + l\ddot{\theta}_2(t)\sin\theta_2(t)\right]\mathbf{j} \tag{5b}$$

$$\boldsymbol{a}_j = \boldsymbol{a}_{j-1} + \left[l\dot{\theta}_j^2(t)\sin\theta_j(t) - l\ddot{\theta}_j(t)\cos\theta_j(t)\right]\mathbf{i} + \left[l\dot{\theta}_j^2(t)\cos\theta_j(t) + l\ddot{\theta}_j(t)\sin\theta_j(t)\right]\mathbf{j} \tag{5c}$$

$$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{a}_{n-1} + \left[l\dot{\theta}_n^2(t)\sin\theta_j(t) - l\ddot{\theta}_n(t)\cos\theta_j(t)\right]\mathbf{i} + \left[l\dot{\theta}_n^2(t)\cos\theta_n(t) + l\ddot{\theta}_n(t)\sin\theta_n(t)\right]\mathbf{j} \tag{5d}$$

根据 Kane 动力学原理,

$$\boldsymbol{F}^*_{q_j} + \boldsymbol{F}_{q_j} = 0 \quad j = 1, \cdots, n \tag{6}$$

于是对于飞艇绳索系留系统, 上式中的广义惯性力 $\boldsymbol{F}^*_{q_j}$ 和 $\boldsymbol{F}_{q_j}$ 可分别表示为

$$\boldsymbol{F}^*_{q_j} = \sum_{i=1}^{n} - m_i\boldsymbol{a}_i \cdot \frac{\partial \boldsymbol{v}_i}{\partial \dot{\theta}_j} \tag{7a}$$

$$\boldsymbol{F}_{q_j} = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i \cdot \frac{\partial \boldsymbol{v}_i}{\partial \dot{\theta}_j} \tag{7b}$$

将(4a)、(4b)、(5a)~(5d)式的绳段结点的速度和加速度公式代入上式,可得

$$\begin{aligned}F^*_{\theta_1} = {} & \left(\sum_{j=1}^{n} m_j\right) l_1\left(\ddot{x}\cos\theta_1 - \ddot{h}\sin\theta - 2\dot{l}_1\dot{\theta}_1 - l_1\ddot{\theta}_1\right) \\ & + \sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\sum_{j=1}^{n} m_j\right) l l_1\left[\dot{\theta}_i^2\sin(\theta_i - \theta_1) - \ddot{\theta}_i\cos(\theta_i - \theta_1)\right]\right\}\end{aligned} \tag{8a}$$

$$\begin{aligned}F^*_{\theta_k} = {} & \left(\sum_{j=k}^{n} m_j\right) l\left[\ddot{x}\cos\theta_k - \ddot{h}\sin\theta_k - \ddot{l}_1\sin(\theta_k - \theta_1) - 2(\dot{l}_1\dot{\theta}_1 + l_1\ddot{\theta}_1)\cos(\theta_k - \theta_1) - l_1\dot{\theta}_1^2\sin(\theta_k - \theta_1)\right] \\ & + \sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\sum_{\substack{j=k \\ j\geqslant i}}^{n} m_j\right) l^2\left[\dot{\theta}_i^2\sin(\theta_i - \theta_k) - \ddot{\theta}_i\cos(\theta_i - \theta_k)\right]\right\} \qquad k = 2, \cdots, n\end{aligned} \tag{8b}$$

对于多刚体系统, Kane 法的动力学方程可以表示为

$$M\ddot{q} = B \tag{9}$$

上式中的广义质量矩阵的元素 $M_{k,i}$ 可以表示为

$$M_{ki} = \begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} m_j l_1^2 & k = 1, i = 1 \\ \sum\limits_{j=i}^{n} m_j l l_1\cos(\theta_i - \theta_1) & k = 1, i \neq 1 \\ \sum\limits_{j=k}^{n} m_j l^2 & k = i, k \neq 1 \\ \sum\limits_{j=k}^{n} m_j l^2\cos(\theta_i - \theta_k) & k \neq i, k \neq 1, i \neq 1 \\ \sum\limits_{j=k}^{n} m_j l l_1\cos(\theta_1 - \theta_k) & k \neq 1, i = 1 \end{cases} \tag{10}$$

(9) 式中广义力矩阵 B 中元素的表达式为

$$\begin{aligned}B_1 = {} & \left[\sum_{j=1}^{n} m_j\right] l_1\left(\ddot{x}\cos\theta_1 - \ddot{h}\sin\theta_1 - 2\dot{l}_1\dot{\theta}_1\right) + \sum_{i=2}^{n}\left[\left(\sum_{j=i}^{n} m_j\right) l l_1\dot{\theta}_i^2\sin(\theta_i - \theta_1)\right] \\ & + \sum_{j=1}^{n}\left(F_{x_j} l_1\cos\theta_1 + F_{y_j} l_1\sin\theta_1\right)\end{aligned} \tag{11a}$$

$$B_k = \left[\sum_{j=k}^{n} m_j\right] l\left(\ddot{x}\cos\theta_k - \ddot{h}\sin\theta_k + \ddot{l}_1\sin(\theta_k - \theta_1) - 2\dot{l}\dot{\theta}_1\cos(\theta_k - \theta_1) - 2l_1\dot{\theta}_1^2\sin(\theta_k - \theta_1)\right) + \sum_{i=2}^{n}\left[\left(\sum_{\substack{j=i\\ j\geqslant i}}^{n} m_j\right) l^2\dot{\theta}_i^2\sin(\theta_i - \theta_k)\right] + \sum_{j=k}^{n}\left(F_{x_k} l\cos\theta_k + F_{y_k} l\sin\theta_k\right) \tag{11b}$$

在一定的初始条件下求解(9)式,即可获得系统的动力学特性。

2 数值仿真结果

利用上文建立的飞艇- 绳索- 子弹多刚体系统动力学模型仿真某飞艇高空子弹投放试验,模型中子弹重量 18kg、系留绳索长度为 550m,另外取绳段个数 $n = 100$、$m_i = 0.03$kg。首先利用光学外弹道测试数据验证了动力学模型的有效性。图 2 和图 3 分别是高空投放的高度和水平位移曲线,数值仿真曲线和试验曲线比较一致,证明了动力学模型的正确性。

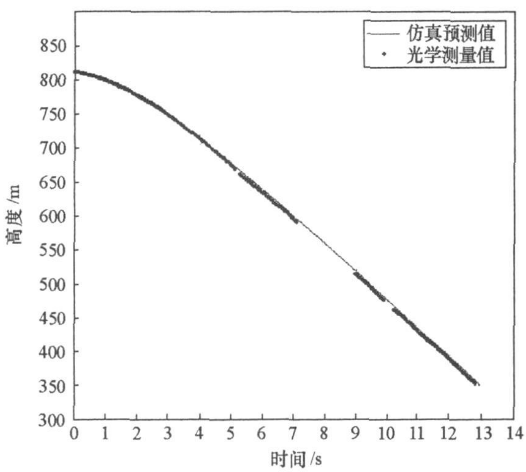

图 2　子弹高度曲线
Fig. 2　Submunition hight vs. time

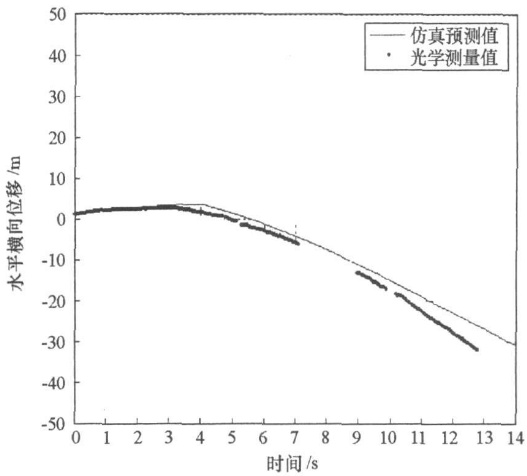

图 3　子弹水平位移变化曲线
Fig. 3　Submunition lateral position vs. time

在末修子弹目标扫描试验中,为了消除绳索的影响,必须预先确定飞艇悬停时子弹的运动特性。为此假定飞艇处于悬停状态(作小幅度圆周运动,如图 4 所示),则利用文中的多刚体动力学模型,仿真系留子弹的运动特性如图 5 所示。从图 5 中可以看出,由于系留绳索受到空气阻力的作用,以及绳索弹性作用力,飞艇悬停时系留子弹的稳态轨迹曲线为椭圆,这与高空系留试验现象非常一致。图 6 是子弹水平速度变化曲线,图 7 是子弹垂直方向的速度变化曲线。图 6 和图 7 对比说明,由于绳索受到气动阻力的作用,绳索末段子弹的水平速度和垂直速度存在一定的差别,所以在分析系留试验中子弹晃动对目标

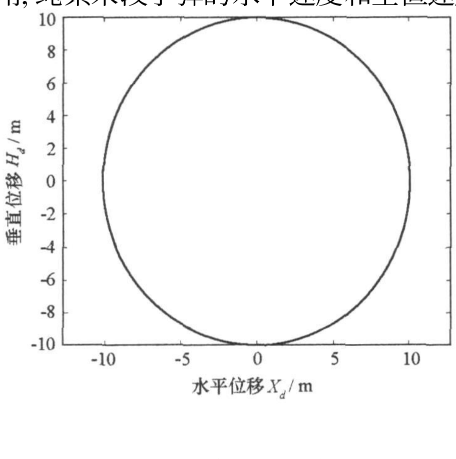

图 4　飞艇悬停状态运动规律
Fig. 4　The track of airship

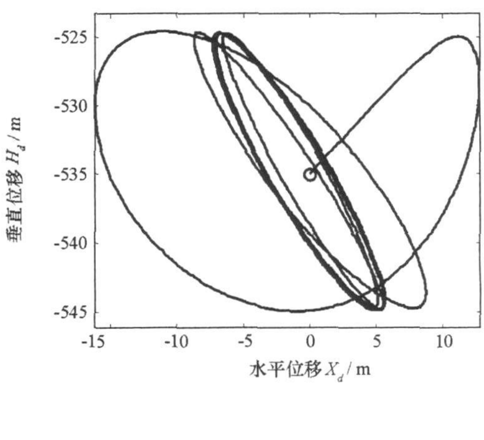

图 5　系留子弹轨迹曲线
Fig. 5　The track of tethered submunition

识别精度的影响时, 就应该考虑子弹水平速度和垂直速度的差异性。仿真结果与高空系留中所观察的现象比较吻合, 证明了动力学模型的正确性和有效性。

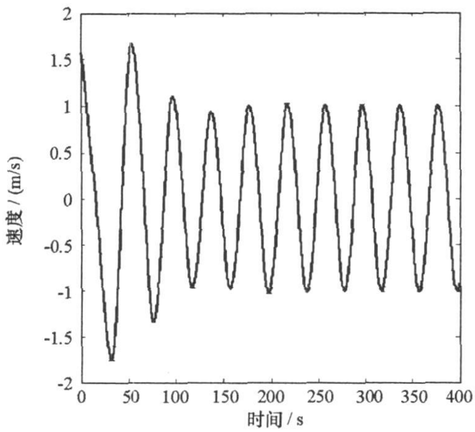

图 6 子弹水平速度变化曲线
Fig. 6 Horizontal velocity vs time

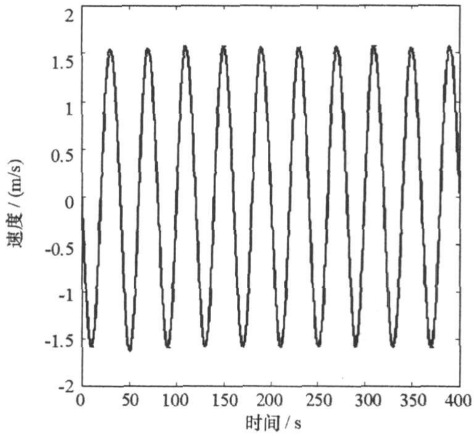

图 7 子弹垂直方向速度变化曲线
Fig. 7 Vertical velocity vs time

3 结 论

利用 Kane 法建立了飞艇- 绳索- 子弹系统的多刚体系统动力学模型, 研究了飞艇高空系留试验的动力学特性, 仿真结果与试验所观测到的现象较一致。文中多刚体动力学模型也可应用于其他绳索动力学系统, 其研究结果可以指导未来的系留试验工作, 亦可将多体系统动力学模型与子弹目标识别算法相结合来提高灵巧子弹目标识别的精度。

参 考 文 献:

[1] Triantafyllou M S. The Dynamics of Translating Cables[J]. J. Sound and Vibration, 1985, 103(2): 171–182.

[2] Triantafyllou M S, Howell C T. Dynamics Response of Cables Under Negative Tension: An ill-posed Problem[J]. J. Sound and Vibration, 1994, 173(4): 433–447.

[3] Banerjee A K. Depolyment Control of a Cable Connecting a Ship to an Underwater Vehicle[J]. J. of Guidance Control and Dynamics, 1994, 17(6): 1327–1332.

[4] Djerassi S, Bambergers H. Simultaneous Deployment of a Cable from Two Moving Platforms[J]. J. of Guidance Control and Dynamics, 1998, 21(2): 271–276.