

文章编号: 1001- 2486(2008) 05- 0010- 05

## 运动液滴蒸发时传热传质过程的理论分析\*

苏凌宇, 刘卫东

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**对突然置入气体环境中的运动液滴的非稳态蒸发过程进行了传热传质过程的理论分析,建立了初始瞬间液滴非稳态蒸发的数学模型,并对模型进行数值求解。结果表明,在一定情况下,运动液滴突然置于气体环境中的初始瞬间,由于气液界面上与周围环境之间存在较大的浓度差,使得液滴在初始瞬间的蒸发速率很大,将会使气液界面的温度有所下降,这一温度的下降范围与液滴的初始温度、环境的初始温度以及液滴的运动速度有关。

**关键词:**液滴蒸发; 传热传质; 理论分析

**中图分类号:** V231.1      **文献标识码:** A

## Theoretical Analysis of Heat and Mass Transfer of Moving Droplet during Evaporation

SU Ling-yu, LIU Wei-dong

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Theoretical analysis of heat and mass transfer is developed for the unsteady evaporation of a moving droplet which is suddenly placed into the gas circumstances. A mathematical model is proposed for the unsteady evaporation process of a droplet at the first moment and is solved by numerical method. The results indicate that the evaporation rate is very high for a moving droplet suddenly placed into the gas circumstance at the initial moment, which can make the temperature of droplet surface decline. The scope of the temperature decline is concerned with the initial temperature of the droplet, gas circumstances, and the initial velocity of the moving droplet as well.

**Key words:** droplet evaporation; heat and mass transfer; theoretical analysis

对液体燃料液滴蒸发和喷雾燃烧理论的研究已有半个多世纪的历程,液滴的蒸发过程是液体燃料燃烧的重要环节,对于燃烧效率以及燃烧的稳定性具有重要的影响。近年来,随着新型液体燃料和重液体燃料的广泛使用,液滴蒸发作为燃烧装置的速率控制的因素变得更加重要,对这一过程进行深入细致的研究具有重要的理论与实践意义<sup>[1]</sup>。

在液滴蒸发的过程中,气液界面上的温度这一物理参数具有非常重要的意义,从传热角度而言,气液界面处的温度决定着气液两相热量交换,决定着气相场和液滴内部温度梯度的分布,从而也决定着蒸发速率的大小;从传质角度而言,一般认为液滴在稳态蒸发过程中,在气液界面上处于热力学平衡状态,所以气液界面处的温度就决定着在该压力下燃料蒸汽浓度,进而决定着燃料蒸汽扩散的传质速度,决定着蒸发速率的大小。以往的研究认为<sup>[1-3]</sup>,温度相对较低的液滴进入到温度较高的气体环境中,液滴的温度要经历一个非稳态的加热过程,在此过程中,液滴本身的温度从初始温度逐渐升高,而液滴的蒸发速率则相对很低。本文从基本的传热传质过程入手,对突然置于气体环境中的运动液滴的初始蒸发过程进行深入分析,对这一过程建立了数学模型,通过数值求解该模型,得到了气液界面温度的变化过程以及液滴的蒸发速率的变化。

\* 收稿日期: 2008- 03- 05

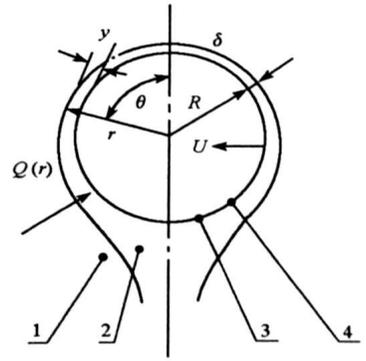
基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET)资助

作者简介: 苏凌宇(1977-),男,博士生。

## 1 传热传质分析与数学模型

运动的燃料液滴在气体环境中蒸发的初始瞬间, 由于气液界面上的燃料蒸汽浓度会大大高于液滴周围环境气体中燃料蒸汽浓度, 在浓度差的驱动下燃料液滴会从气液界面上不断蒸发并通过扩散和对流传递到周围气体环境中去, 传质过程是液滴蒸发的主要驱动力。而另一方面, 燃料液滴的气化会消耗大量潜热, 这可能会使气液界面上的温度降低, 增大热量由外界传向气液界面的能力, 从而用以平衡由于蒸发而带走的热量。因此, 液滴的蒸发过程是一个有相变和传热传质相互制约的综合问题<sup>[9]</sup>。

为了使问题处理既简单又能说明本质, 在模型建立过程中作以下几点假设: (1) 液滴为球对称; (2) 液滴在势流场中运动; (3) 燃料蒸汽由气液界面向周围环境中的传输过程完全靠分子扩散; (4) 围绕液滴存在一很薄的传热边界层, 热量由气相通过热传导而至气液界面上, 传热过程为一稳态过程; (5) 液滴内部温度均匀且与气液界面温度保持相等。图 1 中,  $U$  为液滴的运动速度,  $\delta$  为传热边界层的厚度,  $y = r - R$ ,  $Q(r)$  为周围环境传向液滴表面的热量,  $R$  为液滴半径。



1- 气相流体; 2- 传热边界层;  
3- 气液相界面; 4- 液滴

图 1 运动液滴蒸发时传热传质的物理模型  
Fig. 1 The physic model with heat and mass transfer of a moving droplet evaporation

### 1.1 周围气体环境与液滴传热过程分析

在球坐标系中, 具有轴对称的稳态传热微分方程为

$$u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right) \right] \quad (1)$$

由于假定液滴在势流场中运动, 则相应的速度分布为

$$u_r = -U \cos \theta \left( 1 - R^3/r^3 \right) \quad (2)$$

$$u_\theta = U \sin \theta \left( 1 + R^3/2r^3 \right) \quad (3)$$

在传热边界层内, 对式(1)~(3)作数量级分析, 由于  $\delta \ll R$  (在这里  $y = \delta = r - R$ ,  $R$  为液滴半径), 所以  $\theta$  方向的热传导可忽略不计, 由此可得边界层内的传热微分方程:

$$\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} - 2y \cos \theta \frac{\partial T}{\partial y} = M_1 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4)$$

式中:  $M_1 = 2R\alpha/3U$ ,  $\alpha$  为传热系数。因为整个流场为中心轴对称, 所以相应的边界条件为

$$\begin{cases} T = T_c, y = \infty \\ T = T_i, y = 0 \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (5)$$

为分析方便, 引入两个新的变量:

$$\Psi = y \sin^2 \theta \quad (6)$$

$$\Phi = \frac{1}{3} \cos^3 \theta - \cos \theta + \frac{2}{3} \quad (7)$$

应用 Laplace 变换, 解得微分方程(4)满足边界条件的解析解:

$$T = T_i + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( T_c - T_i \right) \int_0^{\frac{\Psi}{\sqrt{M_1}}} \exp(-x^2) dx \quad (8)$$

此式为稳态传热时边界层内的温度分布。

由此公式得围绕液滴表面的瞬时总传热速率为

$$Q(\tau) = \int_0^\pi 2\pi R^2 \sin \theta \left[ \lambda_c \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} d\theta = 4\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{U}{\alpha}} \lambda_c (T_c - T_i) R^{3/2} \quad (9)$$

气液界面上燃料的蒸发速率为( $L$  为蒸发潜热)

$$N_v = \frac{Q(\tau)}{L} = 4 \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{U \lambda_c}{\alpha L}} (T_c - T_i) R^{3/2} \quad (10)$$

由于燃料蒸发导致液滴的半径的收缩速率为

$$\frac{dR}{d\tau} = - \frac{N_v}{4\pi R^2 \rho_L} = - \sqrt{\frac{2 \lambda_c}{\pi L \rho_L}} \sqrt{\frac{U}{\alpha}} \frac{(T_c - T_i)}{\sqrt{R}} \quad (11)$$

其中,  $\rho_L$  为液体燃料密度。

## 1.2 气液界面上与周围环境之间传质分析

在液滴蒸发过程的分析中,一般都没有考虑界面阻力,均假设相界面处于平衡状态,实际蒸发过程中界面上是存在着一定阻力的。在分析运动液滴与周围环境气体刚接触的初始时刻,可以假定在气液界面上蒸汽的浓度是界面温度对应下的饱和蒸汽浓度,而周围环境气体内的蒸汽浓度为零,所以在液滴周围接近气液界面处的浓度梯度很大,根据费克定律,此时液体蒸汽的扩散速率应趋于无穷大,从而由传质驱动的蒸发速率也会很大,为了使传热与传质相平衡,有可能会使气液界面温度降到很低以增大气相场的温度梯度,增强传热。但是气液界面处温度的变化范围是有一定限度的,因此气液界面上蒸发速率也是有一定限度的。

在假定蒸汽为理想气体时,用气体分子运动论得出单位面积上液体向真空闪蒸的蒸发速率如下<sup>[6]</sup>:

$$n_v = 433f R_0 c_i \sqrt{MT_i} \quad (12)$$

式中:  $n_v$  —— 气化通量,  $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ ;

$R_0$  —— 气体常数;

$f$  —— 蒸发系数。

式(12)给出了液体在真空中的闪蒸速率并不是无穷大,说明相际之间存在着一定的传质阻力。

然而,在蒸发过程中气相一侧蒸汽的浓度要比气液界面处的  $c_i$  小,设为  $c_j$ 。浓度为  $c_j$  的蒸汽分子不断地运动并与液面相碰撞而变为液相分子,到达平衡时,凝结速率与液相蒸发速率相等,所以类比式(12),浓度为  $c_j$  的蒸汽的凝结速率可表达为

$$n'_v = 433f R_0 c_j \sqrt{MT_i} \quad (13)$$

综合式(12)和式(13),整个液滴表面上的蒸发速率可表示为

$$N_v = 4\pi R^2 (n_v - n'_v) = 1772\pi R^2 R_0 f (c_i - c_j) \sqrt{MT_i} \quad (14)$$

已有实验研究<sup>[7]</sup>说明,对于所有的简单分子, $f$ 可近似地取为1。

与式(11)的导出相类似,由式(14)可得

$$\frac{dR}{d\tau} = - 443 R_0 \frac{(c_i - c_j)}{\rho_L} \sqrt{MT_i} \quad (15)$$

## 1.3 液滴周围蒸汽浓度分布

为了简化计算,假定液滴周围蒸汽浓度的分布为球对称,蒸汽的传输完全由扩散引起且分布在20倍液滴直径范围内。由于液滴是运动的,这样的假设可能会低估蒸汽组分的扩散能力,经本文计算表明这样的假设能够说明问题的本质,且大大简化了计算,原因是实际扩散能力比假设的情况大,则说明传质能力更强,从而使液滴表面的蒸发速度更快,综合传热传质后,液滴表面的温度会下降得更厉害。

蒸汽组分的扩散方程为

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \left[ \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right] \quad (16)$$

初始条件和边界条件为

$$\begin{cases} c = c_0, 20R > r \geq R, \tau = 0 \\ c = c_j, r = R, \tau = \tau \\ \partial c / \partial r = 0, r = 20R, \tau = \tau \end{cases} \quad (17)$$

利用分离变量法, 根据式(17)的定解条件, 求解式(16)的微分方程式, 得液滴周围蒸汽浓度表达式:

$$c(r, \tau) = c_j + \frac{2 \cdot 20R}{\pi(20R - r)} (c_j - c_0) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin\left[\frac{n\pi}{20R}(20R - r)\right] \exp\left[-D\left(\frac{n\pi}{20R}\right)^2 \tau\right] \quad (18)$$

由费克定律得液滴的蒸发速率为

$$N_v = 160\pi RDM (c_j - c_0) \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-D\left(\frac{n\pi}{20R}\right)^2 \tau\right] \quad (19)$$

由式(19)得液滴的收缩率为

$$\frac{dR}{d\tau} = -\frac{40DM}{\rho_L R} (c_j - c_0) \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-D\left(\frac{n\pi}{20R}\right)^2 \tau\right] \quad (20)$$

#### 1.4 方程式的联立

联立式(15)和(20), 消去其中的变量  $c_j$ , 可得下式:

$$\frac{dR}{d\tau} = -\frac{(c_i - c_0)}{\frac{\rho_L}{443R_1 \sqrt{MT_i}} + \frac{R\rho_L}{40D \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-D\left(\frac{n\pi}{20R}\right)^2 \tau\right]}} \quad (21)$$

在式(21)中,  $(c_i - c_0)$  是总传质推动力, 等号右端分母中的第一项为液滴蒸发时的相界面阻力, 第二项为气体扩散阻力。在液滴与周围环境气体刚开始接触的瞬间, 时间  $\tau$  几乎为零, 液滴周围的扩散阻力很小, 蒸发速率由相界面阻力所控制。当时间  $\tau$  增长时, 扩散阻力项增大, 其相界面阻力项较小, 蒸发速率由液滴周围的扩散阻力所控制。

综合以上传热和传质两方面的分析可以看出, 液滴在蒸发的过程中其蒸发速率既制约于传质, 又制约于传热, 是传热传质综合平衡的结果。将式(11)与式(21)联立, 由于  $c_i$  是  $T_i$  的函数, 可用 Antoine 方程式获得, 所以只要知道了液滴的瞬时半径  $R$  和液滴的运动速度  $U$ , 就可解出  $T_i$  与  $c_i$  的值, 进而可以求出液滴的蒸发速率。

## 2 数值求解过程及结果分析

本文以正庚烷液滴在氮气环境中的蒸发为例进行了计算, 在所有的算例中, 液滴的初始直径和环境气体中的初始燃料蒸汽浓度均分别为 2mm 与 0, 环境的压力为 0.1MPa; 其他计算初始条件如表 1 所示。

表 1 计算算例的初始条件

Tab. 1 The initial conditions for the computational cases

算例	初始条件	液滴初始温度 (K)	环境气体温度 $T_0$ (K)	液滴运动速度 $U$ (m/s)	环境气体压力 $P$ (MPa)
1		300	400	1.0	0.1
2		300	400	0.5	0.1
3		300	600	0.5	0.1

图 2 给出了不同环境温度和不同液滴运动速度情况下, 庚烷液滴气液界面上温度随时间的变化过程, 从图中可以看出, 在各计算条件下, 液滴气液界面上的温度在进入气体环境中蒸发的开始瞬间均从液滴的初始温度 300K 开始有不同程度的降低, 然后才逐步上升。原因是: 当液滴运动速度相同时, 环境温度越高, 意味着传给液滴表面热量的能力越强, 为了平衡传质驱动力引起的气液界面温度下降的范围越小; 当环境温度相同时, 液滴在气体环境中的运动速度越大, 意味着液滴表面与环境气体的热交换能力越强, 也会使气液界面温度的下降范围变小。

图 3 给出了计算条件下, 运动的庚烷液滴在氮气环境中蒸发时, 其蒸发速率随时间的变化历程。从图中可以看出, 在三种计算条件下, 液滴的蒸发速率均在其进入气体环境中的初始时刻具有较大值, 而后逐渐降低, 其原因是: 在液滴突然进入气体环境的瞬间, 液滴气液界面上与液滴周围环境之间存在的蒸汽浓度差在此时最大, 其传质能力也最强, 必然会使液滴表面的蒸发速率加快。但是随着蒸发过程的

进行, 临近液滴表面处燃料蒸汽会逐渐积聚, 使浓度梯度减小, 其传质能力降低, 从而使蒸发速率下降。另外, 较高的气体环境温度和较高的液滴运动速度, 都会使气体环境向液滴表面传热的能力增强, 从而增大了液滴的蒸发速率。

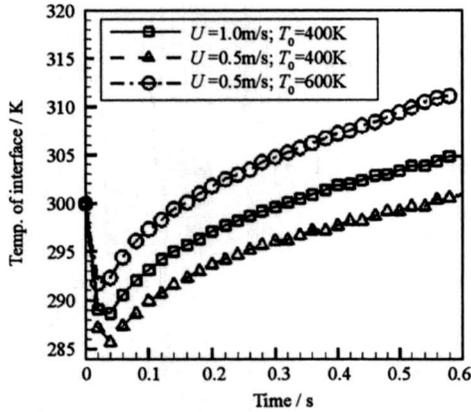


图2 运动液滴气液界面上温度变化历程  
Fig. 2 Temperature of interface versus time

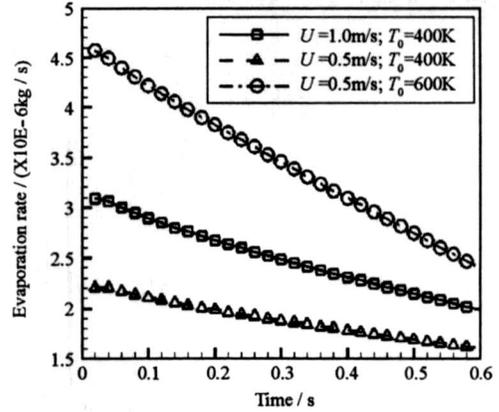


图3 液滴蒸发速率随时间的变化历程  
Fig. 3 The evaporation rate of versus time

### 3 结论

本文对运动液滴在气体环境中的蒸发过程进行了传热传质过程的理论分析, 并建立了数学模型。通过对模型方程的数值求解及结果分析, 得出了以下有意义的结论:

- (1) 液滴的蒸发过程是液滴表面的气液界面上相变过程, 以及通过气液界面气液两相传热传质综合作用的结果, 在此过程中, 气液界面上的温度是一个非常重要的热力学参数;
- (2) 运动液滴在突然进入气体环境中蒸发时, 在环境气体温度不高的情况下, 蒸发过程中传热传质平衡的结果会使液滴表面温度有所降低, 降低的范围主要由环境气体传给液滴表面的热量决定;
- (3) 运动液滴突然进入气体环境中蒸发时, 在初始瞬间的蒸发速率最大, 随着蒸发过程的进行, 蒸发速率会逐渐下降, 这主要由液滴周围的传质过程决定。

### 参考文献:

- [1] 苏凌宇. 负压环境下燃料液滴蒸发过程的试验和理论研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.
- [2] 刘卫东, 周进, 王振国. 振荡环境下推进剂液滴亚临界蒸发响应特性[J]. 航空动力学报, 2001, 16(1).
- [3] 庄逢辰. 液体火箭发动机喷雾燃烧的理论、模型及应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995.
- [4] Ytrehus T. Molecular-flow effects in Evaporation and Condensation at Interfaces[J]. Multiphase Science and Tech., 1997, 9(3): 205- 325.
- [5] 沈自求. 界面汽化热阱增强传热原理及其应用[M]. 长春: 吉林大学出版社, 2000.
- [6] Sherwood T K, Pigford R L, Welty O R. Mass Transfer[M]. McGraw Hill, 1978.
- [7] Maa J R. Evaporation Coefficient of Liquids[M]. Ind Eng Chem Fund, 1967.
- [8] 童敬山, 李敬. 流体热物理性质的计算[M]. 北京: 清华大学出版社, 1982.
- [9] Marek R, Straub J. Analysis of the Evaporation Coefficient and the Condensation Coefficient of Water[J]. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 2001, 44: 39- 53.
- [10] Runge T, Teske M, Pheropoulos C E. Low-temperature Vaporization of JP- 4 and JP- 8 Fuel Droplets. Atomization and sprays, 1998, 8: 25- 44.