

文章编号: 1001- 2486(2008) 05- 0103- 05

基于粒子群优化的稀疏序列 Bayes 反卷积方法研究*

徐慧峰, 钱彦岭, 温激鸿, 邱 静

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 在地下目标低频声波探测中, 由于探测信号的混叠, 难以判读反射目标的空间位置。应用信号处理方法求解时, 目标信号是稀疏序列, 求解方程是病态的。运用 Bayes 反卷积方法修正其病态性, 并采用优化的粒子群算法求解, 提高了系统的探测分辨率, 同时降低了计算量。实际应用表明, 该方法是有效的。

关键词: 稀疏序列; 粒子群优化; Bayes 反卷积; 声学探测

中图分类号: TP2 **文献标识码:** A

Bayesian Deconvolution of Sparse Spike Trains by Particle Swarm Optimization

XU Huifeng, QIAN Yanling, WEN Jihong, QIU Jing

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Because of the aliasing of the received waves and the sparse structure of the reflection signals, the temporal resolution is not good in acoustic detection of buried objects with low frequency waves. Thus, the problem of resolving the reflection position is notoriously ill-posed. In this paper, a maximum a posteriori estimator is presented to regularize the ill-posed problem, and an algorithm of particle swarm optimization is proposed to improve temporal resolution and reduce execution time. The results from research show that the method is efficient for using practical data in detecting objects buried in sand.

Key words: sparse spike trains; Particle Swarm Optimization (PSO); bayesian deconvolution; acoustic detection

地下目标探测是声学应用研究的一个重要方向, 在国民工业和国防科技领域都有重要应用。在实际应用中, 由于泥土介质中声波衰减很大^[1], 为使探测距离足够大, 选择的声波频率一般较低, 因而声波波长较大, 接收信号常常发生混叠, 致使探测信号的直观判读相当困难。因此, 运用信号处理方法解算目标反射位置。在系统精度要求不是很高时, 系统的输入与输出信号之间的关系可以表示为卷积的形式, 求解目标反射位置就是反卷积问题。但是, 目标反射位置信号是稀疏序列, 其求解是一个病态问题, 常用的反卷积方法的解算结果往往产生很大偏差^[2]; 也有以误差信号的相关量为目标函数进行修正的^[3-5], 但是相应的目标函数中的参数设置过多, 而且有些参数的调整没有明确的规律, 以经验为主, 有时求解结果的最优性需要多次调试才能确定, 给实际使用带来不便。本文根据目标信号的特点, 运用 Bayes 反卷积方法修正求解方程的病态特性, 并采用粒子群优化 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法搜索方程的最优解。

1 稀疏序列求解的病态特性

设 $x(t)$ 是地下目标声学探测中换能器输出的激励信号, $h(t)$ 是泥土介质的冲激响应系数, 接收到的信号为 $y(t)$ 。假设系统是线性的, 噪声 $e(t)$ 为加性白噪声, 则接收信号以卷积的形式表示为

$$y(t) = x(t) * h(t) + e(t) \quad (1)$$

由于探测对象是离散的反射界面, 其数量有限, 因此 $h(t)$ 是稀疏脉冲序列^[6]。

用矩阵形式表示为

* 收稿日期: 2008- 02- 18

基金项目: 国家部委资助项目

作者简介: 徐慧峰(1978—), 男, 博士生。

$$y = \hat{X}h + e \quad (2)$$

若已知 x, y , 通过最小二乘来估计 h 的取值, 有

$$\hat{h} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (3)$$

这是一个反卷积问题。由于 h 是稀疏脉冲序列, h 的求解是病态的, 直接利用式(3)求解会带来数值上的发散, 与实际结果相去甚远, 必须对其进行修正。

2 稀疏序列的 Bayes 反卷积方法

事实上, 估计序列 h 等价于两个参数, 即估计序列中出现非零元素的时刻及其对应的幅值, 分别用向量 t 及 a 表示。则 h, t 和 a 三者之间的关系是

$$h(k) = \sum_{i=1}^M a_i \delta(k - t_i) \quad (4)$$

其中, M 是 h 中非零值的数量, 通常也是未知的, $\delta(\cdot)$ 是狄拉克函数。

由(2)式和(4)式, 得

$$y(k) = \sum_{i=1}^M x(k - t_i) a_i + e(k), \quad n = 1, 2, \dots, R \quad (5)$$

其中, R 为接收到的超声检测信号长度。

(5)式写成矩阵形式

$$y = Xa + e \quad (6)$$

矩阵 X 和向量 t 相关, X 每一列在 h 中非零值对应的时刻包含着子波 x 的一个拷贝。如前所述, h 是一个稀疏序列, 为获得其最佳估计, 直接的想法是利用 h 的先验概率。

根据 Bayes 公式, 在观测到信号 y 的情况下, 向量 a 和 t 出现的后验概率 $p(a, t | y)$ 是

$$p(a, t | y) \propto p(y | t, a) p(a | t) p(t) \quad (7)$$

假设噪声 e 是零均值高斯白噪声, 其方差是 σ_e^2 , 且与 a 和 t 均不相关, 则根据(7)式有

$$p(y | a, t) \propto \exp\left\{-\left(a' X' X a - 2y' X a\right) / 2\sigma_e^2\right\} \quad (8)$$

条件概率 $p(a | t)$ 也是零均值高斯白噪声, 方差为 σ_a^2 , 则有

$$p(a | t) = \left[2\pi\sigma_a^2\right]^{-M/2} \exp\left\{-a' a / \left(2\sigma_a^2\right)\right\} \quad (9)$$

在(9)式中, 只有 t 的先验概率不易确定, 事实上, 在声学探测中, 根据目标反射位置的随机性, 通常可以假设其满足 Bernoulli 分布, 则序列 h 可以用 Bernoulli-Gaussian 分布来表示^[7]。

联立公式(7)~(9)得

$$\begin{aligned} \ln p(a, t | y) &= -\left[a' X' X a - 2y' X a\right] / \left(2\sigma_e^2\right) - a' a / \left(2\sigma_a^2\right) - \frac{M}{2} \ln\left(2\pi\sigma_a^2\right) + \ln p(t) + C \\ &= -\left[\left(a - S^{-1} v\right)' S \left(a - S^{-1} v\right) - v' S^{-1} v\right] / \left(2\sigma_e^2\right) - \frac{M}{2} \ln\left(2\pi\sigma_a^2\right) + \ln p(t) + C \end{aligned} \quad (10)$$

其中 C 为一常数, $v = \sigma_e^2 / \sigma_a^2$, $S = X' X + \mathcal{I}$, $v = X' y$ 。

对(10)式相对于 a 求偏导可求得 a 的最大后验估计。因为 S 是正定的, 所以 a 的最大后验估计值为 $\hat{a} = S^{-1} v$, 对于给定 t , 该估计是贝叶斯估计, 特别是当 $v = 0$ 时, 该估计是最小二乘估计。

接着最大化 $\ln p(\hat{a}, t | y)$ 求 t 。定义 $\theta_1 = 2\sigma_e^2$, $\theta_2 = \sigma_e^2 \ln(2\pi\sigma_a^2)$, 将 $\hat{a} = S^{-1} v$ 代入式(10)中得

$$\ln(\hat{a}, t | y) \triangleq l(t) = v' \hat{a} + g(t) \quad (11)$$

其中

$$g(t) = \theta_1 \ln p(t) - \theta_2 M \quad (12)$$

对 $l(t)$ 做变换后

$$l(t) = \|y\|^2 - \|\hat{e}\|^2 - v^2 \|\hat{a}\|^2 + g(t) \quad (13)$$

其中 $\hat{e} = y - X\hat{a}$, 第一项是一常量, 第二项为系统噪声的平方和, 第三项是反射序列幅值估计的平

方和与信噪比的倒数之积。

实际运算中,在 Bernoulli 分布的情况下^[8-9]

$$p(\mathbf{t}) = \lambda^M (1-\lambda)^{Q-M} \quad (14)$$

其中 λ 是任意处尖峰出现的概率, Q 是稀疏序列 h 的长度。

利用式(13)对 \mathbf{t} 求偏导并不能获得其最大后验估计的解析表达式,一个变通的方法是在 \mathbf{t} 的所有解空间内进行搜索。对给定的数据长度 Q , \mathbf{t} 所有的可能排列组合为 2^Q , 当 Q 很大时,直接进行搜索以获得 h 的最大后验估计是非常耗时而且低效的。本文利用粒子群(PSO)算法进行最优解的求解。

3 粒子群优化(PSO)算法

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)是由 Eberhart 博士与 Kennedy 博士共同发明的一种新的全局优化进化算法^[10-11]。

PSO 算法首先初始化一群随机粒子,然后通过迭代找到最优解。在每一次迭代中,粒子通过跟踪两个极值来更新自己:一个是粒子本身所找到的最优解,即个体极值 pb ,另一个是整个种群当前找到的最优解,称之为全局极值 gb 。粒子在找到上述两个极值后,就根据下面两个公式来更新自己的速度与位置^[12]:

$$V = \omega \cdot V + c1 \cdot rand() \cdot (pb - po) + c2 \cdot rand() \cdot (gb - po) \quad (15)$$

$$po = po + V \quad (16)$$

其中, V 是粒子的速度, po 是粒子的当前位置。 $rand()$ 是(0, 1)之间的随机数, $c1$ 和 $c2$ 被称为学习因子。通常, $c1 = c2 = 2$, 取值在 2 和 4 之间。 ω 是加权系数,取值在 0.1 和 0.9 之间。粒子通过不断学习更新,最终落于解空间中最优解所在的位置,搜索过程结束。最后输出极值 gb 对应的 po 就是全局最优解。

粒子群优化算法结构简单,因此运行速度较其他仿生优化算法快。但是,粒子群优化算法在解空间内搜索时,有时会出现粒子在全局最优解附近“振荡”的现象。而惯性权重(inertia weight) ω 对速度的作用是,较大的 ω 可以加强 PSO 的全局搜索能力,较小的 ω 能加强局部搜索能力。为此,在应用中对 PSO 算法作如下改进:算法迭代过程中,速度更新公式中的加权因子 ω 由最大加权因子 ω_{\max} 线性减小到最小加权因子 ω_{\min} 。即

$$\omega_i = \omega_{\max} - i \times (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / i_{\max} \quad (17)$$

其中 i 为当前迭代数,而 i_{\max} 是算法总的迭代次数, i_{\max} 的取值一般在 500 以上。

PSO 算法应用的关键问题是更新公式中两个极值的确定。由上一节的推导可知, Bayes 反卷积优化问题的核心就是求解最大后验概率估计 $l(\mathbf{t})$ 的最大值,这个最大值对应于 PSO 算法中的极值,也就是 PSO 算法求解的目标函数。PSO 算法中的粒子当前位置 po 对应于地下目标声学探测中的通道响应函数 h ,就是待求解的未知数。相应的速度与位置更新公式如下:

$$V_i = \omega_i \cdot V_{i-1} + c1 \cdot rand() \cdot (l(\mathbf{t})_{pb_{i-1}} - h_{i-1}) + c2 \cdot rand() \cdot (l(\mathbf{t})_{gb_{i-1}} - h_{i-1}) \quad (18)$$

$$h_i = h_{i-1} + V_i \quad (19)$$

其中, $l(\mathbf{t})_{pb_{i-1}}$ 是迭代第 i 代对应的个体极值, $l(\mathbf{t})_{gb_{i-1}}$ 是迭代第 i 代对应的全局极值。

从上述设置可以看出,采用 PSO 算法,相应的参数较少,而且设置方便,计算方法也比较灵活。而且,PSO 算法作为一种优化的搜索算法,应用于 Bayes 反卷积的最优解求解,既可以较好地搜索最优解,又可以降低计算量,两者的结合是比较合适的。

4 仿真分析

运用上述算法,进行地下目标声学探测信号处理的仿真分析。输入信号的形式为

$$x(k) = \exp[-((k - N/2) \cdot f/f_0)^2] \cdot \sin[2\pi f \cdot (k - N/2)/f_0] \quad (20)$$

$$h(N_i) = C \quad (21)$$

式(20)定义了输入信号: 信号频率 f 为1kHz、采样频率 f_0 为44kHz、多个周期的正弦高斯包络信号的中心为 $N/2$, k 为离散数据点。式(21)定义了脉冲响应序列, N_i 为有脉冲的数据点的序号, C (常数)为脉冲幅值, C 值的变化反映了声波探测时遇到的界面反射的强弱。随机噪声由计算机产生, 幅值为0.01。输出信号由输入信号与脉冲响应的卷积, 并混入加性白噪声形成。

仿真时声学探测系统的输入信号如图1中(a)所示, 系统的输出信号如图1中(b)所示, 具有稀疏脉冲的通道响应函数如图1中(c)所示。

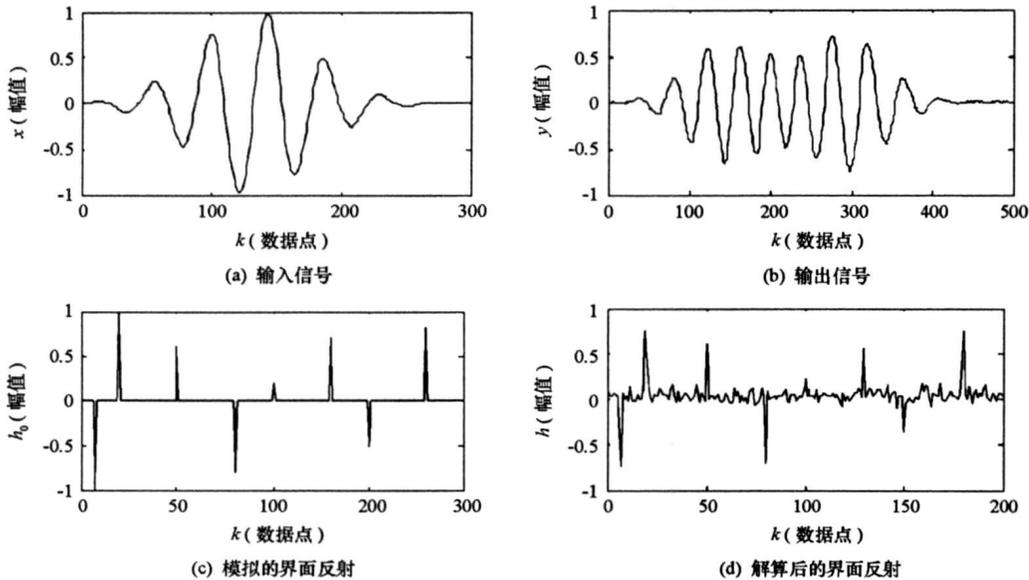


图1 仿真分析图形

Fig. 1 The figures of the results of computer simulation

根据以上系统信号, 运用前述的基于MAP的PSO算法进行通道特性的解算, 其结果如图1中(d)所示。对比解算后的图形与模拟的通道响应信号图形, 可以发现两者的误差较小。因此, 运用基于PSO优化的Bayes反卷积方法进行地下目标声学探测信号的解算是有效的。

5 基于PSO优化的Bayes反卷积方法在地下目标声学探测中的应用

为了考察基于PSO优化的Bayes反卷积方法应用于地下目标声学探测系统的实际效果, 对干燥沙中预先埋设目标的反射声波信号进行解算。

探测试验时发射的声波为频率1kHz的三周期正弦高斯包络信号, 采样频率为44kHz, 与上一节仿真所用输入信号波形相同。探测目标为距离40cm埋在干燥沙中的铁块, 其面积为 $8 \times 10 \text{cm}^2$, 厚度约1cm。发射探头为超磁换能器, 发射能量较大; 接收探头为宽频带、较高灵敏度的拾音器。

系统接收到的信号如图2(a)所示。由于收发探头一起放在沙的上表面, 间隔很近, 首先到达的是从发射探头到接收探头的直达波, 信号幅值较大。由于探测波波长较长, 反射周期较长, 而探测距离较近, 直达波与目标反射波有一定的混叠, 从图中可以看出, 接收信号是由几个多周期信号叠加形成的, 因此难以直观判断出目标反射信号的位置。

运用基于PSO优化的Bayes反卷积方法进行上述接收信号的解算, 其结果如图2中(b)所示。从图中可以看出目标反射信号位于数据点220处, 根据文献[1]的数据和本试验系统实际测算, 沙土中声速约为180m/s。接收信号的初始位置为数据点20处, 由波速和数据点以及相关的采样频率可以算出, 图中脉冲响应的位置约为41cm, 与试验预先设定的数值是相符的。由此可知, 采用基于PSO优化的Bayes反卷积方法, 可以较好地混叠信号中解算出探测目标的反射界面的具体位置。

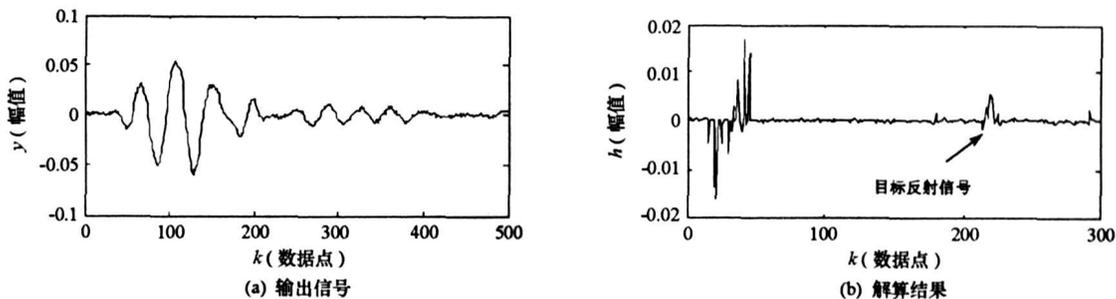


图2 地下目标反射信号的解算
Fig.2 Implementation in detecting buried objects

6 结论

在地下目标的低频声学探测中,由于探测系统的通道特性函数是一个稀疏脉冲序列,因此从接收信号中反演目标反射位置,是一个病态的反问题。本文应用 Bayes 反卷积来修正病态特性,主要是求解系统的最大后验概率。但是,以直接搜索方法求解 Bayes 反卷积,对于一个较长的序列而言,其计算量是巨大的。为此,运用粒子群 (PSO) 优化算法求解最优解,两者的结合形成了基于粒子群优化的 Bayes 反卷积方法,算法中参数设置少而方便,比较适合于实际应用。仿真和实际试验的解算结果,都表明了这种方法取得了较好的效果,在降低了计算量的同时,目标反射信号的判读简单明确。

参考文献:

- [1] Oelze M L, Ó'Brien W D Jr, Damody R G. Measurement of Attenuation and Speed of Sound in Soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 2002, 66: 788-796.
- [2] 邹谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [3] Ó'Brien M S, Sinclair A N. Recovery of a Sparse Spike Time Series by L1 Norm Deconvolution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(12): 3353-3365.
- [4] Chen C H, Hsu W L, San-Kit S. A Comparison of Wavelet Deconvolution Techniques for Ultrasonic NDT [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998 (9): 867-870.
- [5] Alliney S, Ruzinsky S. An Algorithm for the Minimization of Mixed l1 and l2 Norms with Application to Bayesian Estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(3): 618-627.
- [6] Li L, Speed T P. Deconvolution of Sparse Positive Spikes: Is It Ill-posed [J]. CiteSeer. IST, Technical Report No. 586, 2000.
- [7] Kjetil F K. Deconvolution of Sparse Spike Trains by Iterated Window Maximization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(5): 1173-1183.
- [8] Lavielle M. Bayesian Deconvolution of Bernoulli-gaussian Processes [J]. Signal Processing, 1993, 33(1): 67-69.
- [9] Jensen J A, Lemann S. Nonparametric Estimation of Ultrasound Pulses [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1994, 41(10): 929-936.
- [10] Yang X M, Yuan J S, Yuan J Y, et al. A Modified Particle Swarm Optimizer with Dynamic Adaptation [J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 189: 1205-1213.
- [11] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization [R]. IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, 1995.
- [12] Zhang L P, Yu H J, Chen D Z, et al. Analysis and Improvement of Particle Swarm Optimization Algorithm [R]. Inform. Control, Shenyang, China 2004, 33: 513-517.