

文章编号: 1001-2486(2008)06-0010-04

基于小波去噪半参数回归模型的卫星轨道测量数据预处理方法*

潘旺华^{1,2}, 文援兰¹, 朱俊¹, 廖瑛¹

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 第二炮兵工程学院, 陕西西安 710025)

摘要: 由于卫星轨道测量数据中含有非线性误差, 使用传统的最小二乘多项式拟合方法对其进行预处理必然会降低定轨精度。在半参数回归模型的基础上, 应用小波阈值去噪算法估计并消除观测数据中存在的非线性误差, 提出了基于小波去噪半参数回归模型的卫星轨道测量数据预处理方法, 以提高数据预处理的精度。对某卫星 USB 跟踪数据应用该方法进行了仿真, 仿真结果表明: 该方法可以分离出观测数据中的白噪声和非线性误差, 从而可以在观测数据中消除非线性误差的影响, 提高数据预处理的精度。

关键词: 最小二乘; 多项式拟合; 半参数回归模型; 小波阈值去噪

中图分类号: V412 **文献标识码:** A

Study on Satellite Orbit Tracking Data Reprocessing with Semi-parametric Regression Model and Based on the Wavelet De-noising Approach

PAN Wang-hua^{1,2}, WEN Yuan-lan¹, ZHU Jun¹, LIAO Ying¹

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China)

Abstract: Traditionally, the satellite orbit measurement data are reprocessed by least-square polynomial fit method. Because of the non-linear errors in the satellite tracking, the accuracy of data reprocessing is reduced. The current approach, based on the semi-parametric regression model, holds that the observations can be de-noising via wavelet threshold, and the nonlinear errors can be estimated and removed from the observations. The data reprocessing method with semi-parametric regression model based on the wavelet de-noising approach is proposed to improve the accuracy of data reprocessing. Finally, the simulation of the reprocessing of a united S-band (USB) satellite orbit measurement data showed that the method could separate the white noise and nonlinear errors, and greatly improve the accuracy of data reprocessing.

Key words: least square method; polynomial fit; semi-parametric regression model; de-noising via wavelet threshold

随着航天任务对卫星轨道确定的精度需求越来越高, 相应地对卫星轨道确定算法的性能提出了更高要求。卫星轨道测量数据是卫星轨道确定的基础。卫星轨道测量数据预处理的好与坏, 直接关系到数据的质量和随后的轨道确定精度^[1]。可以采用最小二乘法多项式拟合对卫星轨道测量数据进行数据平滑, 它可以带时间建立方程, 然后按某个时间间隔取平滑值, 这可以减少随机误差且可以压缩数据。最小二乘法在观测数据服从正态分布时, 具有无偏、一致、有效的优点。但是, 观测数据中存在有色噪声, 包括观测数据受到与时间相关因素的影响、仪器本身的系统误差、观测人员的偏差以及其他原因造成的有色噪声, 统称为非线性误差, 导致观测误差随时间变化, 在很大程度上降低了采用最小二乘法多项式拟合进行数据处理的精度^[2], 使得后续的轨道确定精度也降低。

小波去噪应用于非线性估计是 Donoho 等人通过一系列文献引入的^[3-6]。Donoho 的小波去噪算法不但直观而且效果比较理想。其基本思想为对所考虑的信号进行小波变换, 对变换系数设定阈值而达到去噪的目的, 进而实现小波基对非线性信号的逼近。小波逼近相对于其他正交级数逼近来说, 得到的基本性质较理想。

1 基于最小二乘多项式拟合的数据预处理方法

对观测数据预处理不但能消除大部分随机误差, 还可在保证一定的精度条件下, 压缩观测数据, 减

* 收稿日期: 2008-05-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10573041)

作者简介: 潘旺华(1979-), 男, 博士生。

少计算工作。因为对卫星的观测是按照一定的采样率采集的数据,经平滑后,可根据情况的需要,按照一定的时间间隔(如 1s、5s、10s 和其他时间)输出一系列平滑数据。

设对应一组时间序列 t_0, t_1, \dots, t_m , 有一组观测数据 x_0, x_1, \dots, x_m , 它们能在一段区间内与一多项式吻合,即

$$X_k = a_0 + a_1 T_k + a_2 T_k^2 + \dots + a_n T_k^n \quad (1)$$

式中, $T_k = \frac{t_k - t_0}{\Delta t}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, m$), Δt 为单位时间间隔, m 为观测数据的个数, n 为多项式的次数。

估计值 X_k 与观测数据 x_k 之间有误差 v_k , 即

$$x_k = X_k + v_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式,得

$$x_k = a_0 + a_1 T_k + a_2 T_k^2 + \dots + a_n T_k^n + v_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

令

$$H = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ \dots \\ H_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_1 & T_1^2 & \dots & T_1^n \\ 1 & T_2 & T_2^2 & \dots & T_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & T_m & T_m^2 & \dots & T_m^n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \dots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

则(2)式成为

$$X = HA + V \quad (5)$$

(5)式的最小二乘估计为

$$\hat{A} = (H^T H)^{-1} H^T X \quad (6)$$

观测数据的平滑值为

$$\hat{X} = H\hat{A} \quad (7)$$

观测值的残差为

$$[\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m]^T = X - \hat{X} \quad (8)$$

2 基于小波去噪半参数回归模型的数据预处理方法

2.1 半参数回归模型

半参数回归分析模型既含有参数分量又含有非参数分量,有较强的解释能力。半参数模型的参数部分用来解释函数关系已知的部分,它是观测值中的主要成分;而非参数部分则描述函数关系未知、无法表达为待定参数的函数部分。通常非参数分量描述的就是线性模型的系统性误差,非参数分量的解就是模型误差的数值解,所以半参数模型可以达到分离系统误差与偶然误差的目的。

对于卫星轨道测量数据,由于存在非线性误差,可以将观测模型表示为

$$x = H\hat{A} + f(t) + v \quad (9)$$

其中, $f(t)$ 为与时间相关的函数,无法表达为待定参数的函数; v 为噪声。这就是半参数回归模型。

对于每次观测的结果 x_0, x_1, \dots, x_m , 假设先估计出非线性函数 $f(t)$ 在 t_0, t_1, \dots, t_m 的相应值 $f(t_0), f(t_1), \dots, f(t_m)$, 然后用观测值减去这些非线性值,即构成新的观测值,相应观测模型改为

$$\begin{cases} x_0 - f(t_0) = H_0 \hat{A} + \varepsilon_0 \\ x_1 - f(t_1) = H_1 \hat{A} + \varepsilon_1 \\ \vdots \\ x_m - f(t_m) = H_m \hat{A} + \varepsilon_m \end{cases} \quad (10)$$

于是可以用最小二乘多项式拟合法来对新观测值进行平滑。

这是一个非参数估计问题,而且已知数据里含有未知参数,所以考虑采用非线性估计方法进行处理。1992年,Donoho和Johnstone提出了小波阈值收缩(Wave Shrink)方法^[3],该方法在最小均方误差意义下可达到近似最优,并可取得较好的结果。

2.2 小波阈值去噪算法

小波阈值收缩法去噪的主要理论依据是,小波变换特别是正交小波变换具有很强的去相关性,它能够使信号的能量在小波域集中在一些大的小波系数中,而噪声的能量却分布于整个小波域内。因此,经小波分解后,信号的小波系数幅值要大于噪声的系数幅值。可以认为,幅值比较大的小波系数一般以信号为主,而幅值比较小的系数在很大程度上是噪声。于是,采用阈值的办法可以把信号系数保留,而使大部分噪声系数减少至零。

小波阈值去噪的基本思路为:

- (1) 先对含噪信号 $f(k)$ 作小波变换, 得到一组小波系数 $w_{j,k}$;
- (2) 通过对 $w_{j,k}$ 进行阈值处理, 得到估计系数 $\hat{w}_{j,k}$, 使得 $\|\hat{w}_{j,k} - w_{j,k}\|$ 尽可能地小;
- (3) 利用 $\hat{w}_{j,k}$ 进行小波重构, 得到估计信号 $\hat{f}(k)$, 即为去噪之后的信号。

通常的去噪方法是寻找一个合适的 λ 作为阈值, 把低于 λ 的小波系数 $w_{j,k}$ (主要由噪声引起) 设为零, 对于高于 λ 的 $w_{j,k}$ (主要由信号引起), 则予以保留或收缩, 从而得到小波系数 $\hat{w}_{j,k}$, 它可以理解为基本上是由信号引起的, 然后对 $\hat{w}_{j,k}$ 进行重构, 就可以重构信号。

一般的, 取 $\lambda = \sigma \sqrt{2 \lg N}$, 其中, σ 为噪声的标准方差, N 为信号的采样点数。在实际应用中, 噪声的标准方差一般是未知的, 通常需要估计。本文采用 Bayes Shrink 阈值进行阈值去噪处理。Bayes Shrink 方法是在 Bayes 准则下得到的。设 $r_{\text{Bayes}}(t)$ 为 Bayes 风险函数, 则在 Bayes 风险最小的条件下得到的理想阈值为

$$\lambda^* = \operatorname{argmin}_{t > 0} r_{\text{Bayes}}(t) \quad (11)$$

一般用数值方法求得近似值

$$\lambda_{\text{Bayes}} = \frac{\sigma^2}{\alpha_X} \quad (12)$$

其中, σ 为噪声标准方差, α_X 为噪声在 X 所对应尺度下的方差。采用半软阈值法估计阈值

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \alpha\lambda), & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (13)$$

其中, $0 \leq \alpha \leq 1$ 。

2.3 基于小波去噪半参数回归模型的数据预处理算法

基于小波去噪半参数回归模型的数据预处理算法, 采用如下迭代方法:

步骤一: 对已知观测数据 x_0, x_1, \dots, x_m , 用最小二乘多项式拟合法算出拟合值 \hat{A} ;

步骤二: 计算观测值的残差 $\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m$;

步骤三: 检验 $\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m$ 是否为白噪声序列, 如果是, 则转向步骤五, 如不是, 转向步骤四;

步骤四: 选取 Daubechies8 小波对残差序列进行分解; 对于分解得到的小波系数采用半软阈值方法进行去噪处理; 再用 Daubechies8 小波对去噪后的小波系数进行信号重构, 估计出非线性函数 $f(t)$, 用 $x_0 - f(t_0), x_1 - f(t_1), \dots, x_m - f(t_m)$ 代替 x_0, x_1, \dots, x_m , 转向步骤一。

步骤五: 输出 \hat{A} 的值。

上面的算法思想是迭代逼近 $f(t)$ 的值, 同时也是对测量数据真值的一个逼近的过程。步骤四起着至关重要的作用。对于一残差序列, 如何把非线性因素“抽取”出来, 就是小波阈值去噪算法所要解决的问题。

3 仿真结果与分析

统一 S 波段 (United S-band, USB) 测控通信设备是卫星轨道测量常用的系统。某 USB 设备对卫星跟踪测距输出的测量误差如图 1 所示 (输出频率为 1Hz), 可看出 USB 设备测距具有明显的非线性误差。仿真产生某测站对卫星的理论距离, 在此基础上, 加入 USB 设备测距误差作为卫星轨道测量数据。

应用最小二乘五阶多项式拟合对卫星轨道测量数据进行预处理, 依次取 31 个数据进行拟合, 取拟合后的第 16 个数据作为对应时刻的拟合值。数据预处理后的结果如图 2 和图 3 所示。由图 2 可知, 最小二乘多项式拟合的最大误差为 1.5m。由图 1 和图 3 比较可知, 最小二乘多项式拟合处理后的残差与 USB 设备测距误差差别较大, 说明最小二乘多项式拟合法不能很好地分离非线性误差。

应用基于小波去噪半参数回归模型的测量数据预处理方法, 取 (13) 式中 $\alpha = 0.1$ 时, 迭代 7 次得到的结果如图 4~6 所示, 其中图 5 和图 6 分别为应用该方法分离出的非线性误差和白噪声。由图 1 和图 5 比较可知, 应用基于小波去噪半参数回归模型的测量数据预处理方法能够很好地估计出非线性误差。由图 4 可知, 应用基于小波去噪半参数回归模型的测量数据预处理方法的最大误差为 0.7m, 精度提高了一倍。由于测量数据开始和最后部分 (开始 15 个数据和最后 15 个数据) 直接用对应的拟合值, 所以精度较低, 在进行轨道确定时可以不使用前后 15 个数据。

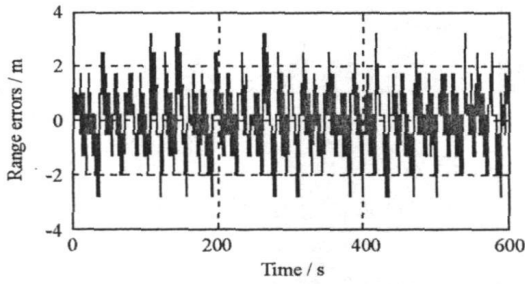


图1 USB设备测距误差
Fig. 1 Range errors of USB equipment

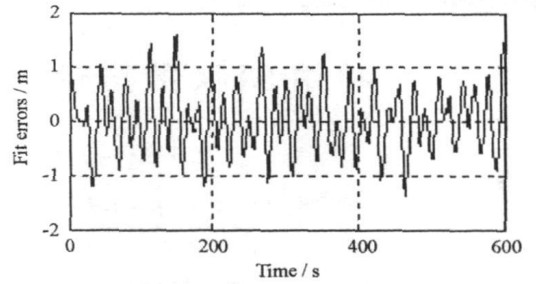


图2 最小二乘多项式拟合误差
Fig. 2 Least square polynomial fit errors

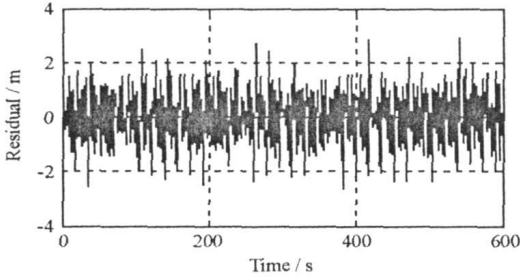


图3 最小二乘多项式拟合后的残差
Fig. 3 Residuals after least square polynomial fit

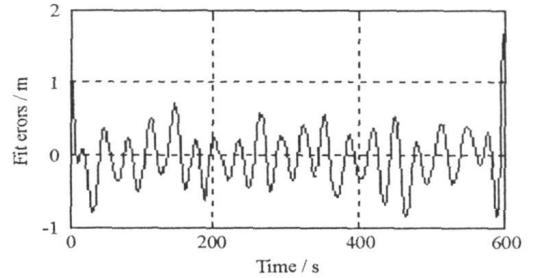


图4 小波去噪预处理后的拟合误差
Fig. 4 Fit errors after de-noising via wavelet threshold

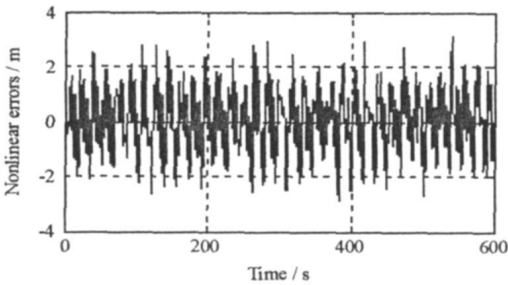


图5 小波去噪算法分离出的非线性误差
Fig. 5 Nonlinear errors from residual de-noising via wavelet threshold

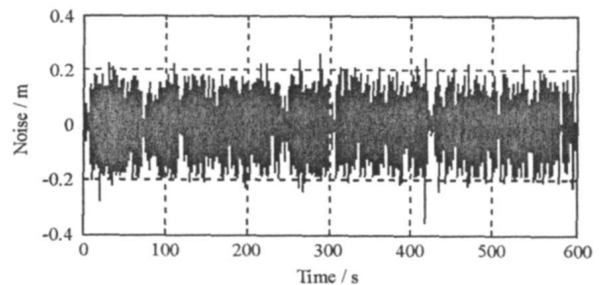


图6 小波去噪算法分离出的白噪声
Fig. 6 White noises from residual de-noising via wavelet threshold

4 结论

基于小波去噪的半参数回归模型,应用到卫星轨道测量数据的预处理上,显示出了强大的优势。因为经典的最小二乘拟合方法为线性估计方法或者线性估计的修正。引入非线性估计的方法更有利于实际问题的解决。对某卫星的USB设备测距数据的预处理仿真结果表明,应用基于小波去噪半参数回归模型的数据预处理算法,提高了数据预处理的精度。

实际的观测数据中存在有色噪声,所以在实际工程中,采用基于小波去噪半参数回归的数据预处理算法,能提高数据预处理的精度,对其进行研究,无论从理论上还是实际应用上都具有价值。

参考文献:

- [1] 汤锡生,陈贻迎,朱民才. 载人飞船轨道确定与返回控制[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [2] 杨元喜,崔先强. 动态定位有色噪声影响函数[J]. 测绘学报, 2003, 32(1): 6-10.
- [3] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455.
- [4] Donoho D L. De-noising by Soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [5] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [6] Donoho D L, Johnstone I M, Kerkycharian G, et al. Density Estimation by Wavelet Thresholding[J]. Annals of Statistics, 1996, 24(2): 508-539.