

文章编号: 1001- 2486(2009) 01- 0011- 05

## 一种天基测向初轨确定方法\*

刘磊, 郝晓宁, 陈海萍

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 研究了测向数据下的天基初步轨道确定, 提出了一种矢量投影法, 利用矢量投影建立了基本条件方程组, 把现有方法统一起来, 并易于扩展为其他类型观测数据下的初定轨。同时研究了迭代初值求解、平凡解初值消除与迭代加速方法等相关问题。采用仿真算例检验本文提出的方法, 仿真结果证明了本文方法的有效性。

**关键词:** 天基; 初轨确定; 测向; 矢量投影

**中图分类号:** V412.41 **文献标识码:** A

## An Initial Orbit Determination Method Using Space-based Angle Data

LIU Lei, XI Xiaoning, CHEN Haiping

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A space-based orbit determination method using angle data is discussed in this article, which proposes the method of Vector Projection by unifying several present methods. It is convenient to be extended for other data types, and to build the based condition equations. Meanwhile, the correlative issues are studied, such as evaluation of initial iteration values, elimination of uniform solution and iteration acceleration. The numerical simulations in the end show that the new method is effective and swift in achieving a satisfying result.

**Key words:** space-based; initial orbit determination; angle measurement; vector projection

对空间目标进行天基测向初步轨道确定具有重要的实际意义和应用价值<sup>[1]</sup>。当前, 地基光学初定轨研究较为成熟<sup>[2-5]</sup>, 一般采用 Laplace 方法<sup>[5]</sup> 和单位矢量法<sup>[6]</sup>, 而天基测向初定轨方面的研究较少<sup>[7-8]</sup>, 虽然二者定轨方式并无大的差别, 均利用目标的测向信息。然而, 如果只是简单地把地基常用的 Laplace 方法<sup>[5]</sup> 直接用于天基测向初定轨, 将会出现迭代不收敛或者平凡解(收敛于天基平台自身轨道)现象<sup>[9]</sup>, 这一方面是因为迭代初值的选择不当, 另一方面主要是天基平台自身的运动特性引起的。这种现象在天基平台高于或者近似空间目标的轨道时尤为严重。

因此, 天基测向初定轨有其自身特点, 不能简单视为测量站布设于空间的地基初定轨而直接使用地基方法。文献[9]基于单位矢量法, 优先确定轨道面参数对该问题进行了研究。本文提出一种新的初定轨方法——矢量投影法, 并研究了初值选择、平凡解消除和迭代加速等相关问题, 采用仿真数据进行了验证。

## 1 天基测向初定轨模型

天基测向初步轨道确定如图 1 所示, 测量平台  $S$  在  $t_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) 测量时刻的地心位置矢量为  $R_i$ , 其测量数据一般为  $Ah$  型(方位角和高低角)或者  $\alpha\delta$  型(赤经和赤纬), 不妨假设为后者, 易得地心惯性系中空间目标  $T$  在  $S$  视线方向上的单位矢量

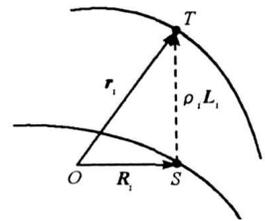


图 1 初步轨道确定的空间关系  
Fig. 1 Initial orbit determination

\* 收稿日期: 2008-06-20

基金项目: 国家部委重点预研基金项目

作者简介: 刘磊(1980-), 男, 博士生。

$$L_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i \cos \delta_i \\ \sin \alpha_i \cos \delta_i \\ \sin \delta_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

设初始历元  $t_0$  时刻  $T$  的地心位置和速度矢量为  $r_0$  和  $r_0$ ,  $t_i$  时刻  $S$  和  $T$  之间的距离为  $\rho_i$ ,  $T$  对应的  $fg$  级数为  $F_i$  和  $G_i$ , 于是有基本观测方程

$$F_i r_0 + G_i r_0 = R_i + \rho_i L_i \quad (2)$$

利用三组以上的观测数据, 由(2)式列写条件方程组求解  $r_0$  和  $r_0$ , 即 Laplace 方法初定轨模型。在测向观测下, 条件方程组中含有无需求解的未知量  $\rho$ , 采用不同手段进行消除便得到了相应的基本方程组, 如改进 Laplace 方法<sup>[2]</sup> (ILM) 和单位矢量法<sup>[10]</sup> (PUVM) 等。本文采用一种矢量投影方法, 该方法利用矢量投影建立基本条件方程组, 也可以达到消除  $\rho$  的目的, 同时可以把上述方法统一起来。

首先定义观测坐标系, 原点在地心,  $y$  轴沿  $L_i$  方向, 具体为由地心惯性系先按照  $z$  轴旋转  $\alpha_i - 90^\circ$ , 再按  $x$  轴旋转  $\delta_i$  得到。设两次旋转矩阵依次为  $M_3(\alpha_i - 90^\circ)$  和  $M_1(\delta_i)$ , 观测坐标系  $x$  和  $z$  轴单位矢量为  $\alpha_i$  和  $\delta_i$ , 有

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ L_i \\ \delta_i \end{bmatrix} = M_1(\delta_i) M_3(\alpha_i - 90^\circ) \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (3)$$

把基本观测方程(2)式投影到该坐标系上, 即得到矢量投影法(vector projection method, VPM)的基本条件方程组:

$$\begin{cases} F_i (\alpha_i \cdot r_0) + G_i (\alpha_i \cdot r_0) = \alpha_i \cdot R_i \\ F_i (\delta_i \cdot r_0) + G_i (\delta_i \cdot r_0) = \delta_i \cdot R_i \\ F_i (L_i \cdot r_0) + G_i (L_i \cdot r_0) = L_i \cdot R_i + \rho_i \end{cases} \quad (4)$$

从上述过程可以看出, VPM 法通过建立观测坐标系, 把基本观测方程投影到该坐标系上得到了基本条件方程组, 其基本思想在于根据观测元素构造一组互相正交的基, 然后在这组基形成的空间内表示原始基本观测方程。

利用 VPM 法思想, 采取基的不同构造方式(即选取不同的观测坐标系和投影方式), 可以得到 ILM 和 PUVM 方法。如果选择地心惯性系为观测坐标系, 定义  $R_i$  和  $L_i$  构成的平面为观测基本平面  $\Pi$ , 定义  $\Pi$  的法矢量为  $\zeta_i = L_i \times R_i$ , 如图 2 所示。把  $\zeta_i$  投影到地心惯性系中便得到了 ILM 法。如果由地心惯性系先按照  $z$  轴旋转  $\alpha_i$ , 再按  $y$  轴旋转  $-\delta_i$  得到观测坐标系, 即转移矩阵为  $M_2(-\delta_i) M_3(\alpha_i)$ , 然后把基本观测方程投影到该坐标系上, 则得到 PUVM 法中的基本条件方程组。由此可见, ILM 和 PUVM 法可视为 VPM 法的特例。除此之外, VPM 法完全可用于地基初定轨, 并且可以根据观测数据类型不同, 建立相应观测坐标系和选择不同的投影方式, 很容易地获得这些观测数据类型下的基本条件方程组, 从而扩展为这些数据类型下的初定轨方法。

如上所述, 如果只选用(4)式中的前两式, 则 VPM 法在形式上与测角数据的 PUVM 法没有差别。因为一组观测数据只有两个, 所以(4)式中只有两个方程独立。但是, 在实际的应用中发现, 如果增加了第三个“冗余”方程作为约束, 有时可以改善条件方程组的收敛特性, 提高结果精度。所以, VPM 法采用(4)式作为条件方程组, 即采用观测坐标系中各个观测时刻的各位置分量得以吻合作为求解的目标, 其中的未知量  $\rho$  采用上一次迭代的结果。本文 VPM 法通过选择不同矢量投影消除 ILM 中“条件方程两两相减形式所带来的精度损失”问题, 比 PUVM 法多增加一个条件方程, 因而精度略高于二者。

(4)式中的  $fg$  级数为无摄情况, 有摄情况下,

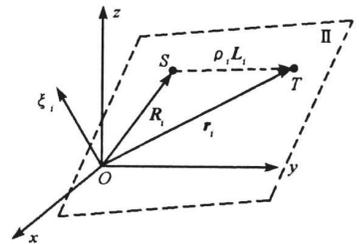


图 2 由矢量投影得到改进 Laplace 法  
Fig. 2 ILM derived from VPM

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{F}_\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}; t; \varepsilon) \quad (5)$$

其中,第一项为中心体引力,第二项为各种摄动力,包括地球非球形、大气阻力、第三体引力和光压摄动等,这些摄动均有满足一定精度的解析解可用。对于初轨确定而言,并不需要考虑全部摄动力,这里仅从方法上给出考虑  $J_2$  项摄动的  $fg$  级数如(6)式所示,其中  $A_2 = 3J_2/2$ ,  $\bar{u}_n = 1/r_0^n$ ,  $p = \mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}/r^2$ ,  $q = (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}} - 1)/r^3$ ,  $F_G$ 、 $F_z G_z$  和  $F_0 G_0$  分别为轨道面内和法向上及二体下的  $fg$  级数。将(6)式代入(4)式即得天基测向的有摄 VPM 初轨确定模型。

在后面的仿真中,将会利用 ILM、PUVM 和 VPM 分别对仿真算例进行求解,以对比这几种方法。

$$\begin{cases} F = F_0 + \frac{1}{2}A_2 \left[ 5\bar{u}_7 z_0^2 - \bar{u}_5 \right] \tau^2 + \frac{1}{6}A_2 \left[ 5 \left( \bar{u}_5 - 7\bar{u}_7 z_0^2 \right) p_0 + 10\bar{u}_7 z_0 z \delta \right] \tau^3 \\ \quad + \frac{1}{24}A_2 \left[ -\bar{u}_8 \left( 11\bar{u}_2 z_0^2 + 1 \right) - 5\bar{u}_5 \left( 7\bar{u}_2 z_0^2 - 1 \right) q_0 + 10\bar{u}_7 z \delta^2 + 35\bar{u}_5 \left( 9\bar{u}_2 z_0^2 - 1 \right) p_0^2 - 140\bar{u}_7 p_0 z_0 z \delta \right] \tau^4 \\ G = G_0 + \frac{1}{6}A_2 \left[ 5\bar{u}_7 z_0^2 - \bar{u}_5 \right] \tau^3 + \frac{1}{12}A_2 \left[ 10\bar{u}_7 z_0 z \delta - 5\bar{u}_5 \left( 7\bar{u}_2 z_0^2 - 1 \right) p_0 \right] \tau^4 \\ F_z = F - A_2 \bar{u}_5 \tau^2 + \frac{5}{3}A_2 \bar{u}_5 p_0 \tau^3 + \frac{1}{12}A_2 \bar{u}_5 \left( 5q_0 + 2\bar{u}_3 - 35p_0^2 \right) \tau^4 \\ G_z = G - \frac{1}{3}A_2 \bar{u}_5 \tau^3 + \frac{5}{6}A_2 \bar{u}_5 p_0 \tau^4 \end{cases} \quad (6)$$

## 2 迭代初值的求取

初值的选择对于初定轨模型的求解至关重要,如果选择得不好,会出现迭代发散或者平凡解的情况,从而解算失败,多个文献中强调过该问题<sup>[9-10]</sup>。本文从原始的 Laplace 法<sup>[11]</sup>推导,采用多项式拟合求取初始历元处的观测数据,最后得到关于初值的 8 阶多项式。

微分(2)式两次可得:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}}_0 + \rho_0 \dot{\mathbf{L}}_0 + \dot{\rho}_0 \mathbf{L}_0 + 2\rho_0 \mathbf{L}_\delta \quad (7)$$

在二体假设下考虑目标运动,令  $u = 1/r_0^3$  并结合(2)式,可把(7)式改写为:

$$\mathbf{L}_0 \dot{\rho}_0 + 2\mathbf{L}_\delta \dot{\rho}_0 + \left( \dot{\mathbf{L}}_0 + u\mathbf{L}_0 \right) \rho_0 = -\dot{\mathbf{R}}_0 - u\mathbf{R}_0 \quad (8)$$

原始的 Laplace 法利用拉格朗日插值多项式求得(8)式中的参数  $\mathbf{L}_0$ 、 $\mathbf{L}_\delta$  和  $\dot{\mathbf{L}}_0$ , 这里对观测数据  $\alpha$  和  $\delta_i$  采用多项式拟合

$$\kappa = \kappa_0 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} \left( t - t_0 \right)^i \kappa_0^{(i)} \quad (9)$$

其中  $\kappa$  即  $\alpha$  和  $\delta$ ,  $n$  为多项式拟合次数。由(9)式求得  $\alpha_0$ 、 $\alpha_0$  和  $\dot{\alpha}_0$  以及  $\delta_0$ 、 $\delta_0$  和  $\dot{\delta}_0$ , 则利用(1)式及其微分式可以得到  $\mathbf{L}_0$ 、 $\mathbf{L}_\delta$  和  $\dot{\mathbf{L}}_0$ 。  $n$  的取值很重要,将会直接影响  $\mathbf{L}_0$ 、 $\mathbf{L}_\delta$  和  $\dot{\mathbf{L}}_0$  与真实值的逼近程度,从而影响初值的求解。一般情况下,  $n$  可以取大一些的值,但是在观测数据稀疏和误差较大的情况下,  $n$  应适当小些。否则,最终可能得不到合适的初值。

将  $\mathbf{L}_0$ 、 $\mathbf{L}_\delta$  和  $\dot{\mathbf{L}}_0$  代入(8)式可得  $\rho_0$  和  $\dot{\rho}_0$ :

$$\begin{cases} \rho_0 = A^* + \frac{B^*}{r_0^3} \\ \dot{\rho}_0 = C^* + \frac{D^*}{r_0^3} \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} A^* &= - \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \dot{\mathbf{R}}_0 \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \dot{\mathbf{L}}_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \end{vmatrix}}, & B^* &= - \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \mathbf{R}_0 \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \dot{\mathbf{L}}_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \end{vmatrix}} \\ C^* &= - \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \dot{\mathbf{R}}_0 & \dot{\mathbf{L}}_0 \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \dot{\mathbf{L}}_0 \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \end{vmatrix}}, & D^* &= - \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{R}_0 & \dot{\mathbf{L}}_0 \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta & \dot{\mathbf{L}}_0 \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{L}_\delta \end{vmatrix}} \end{aligned}$$

将(2)式与自身点乘并代入(10)式中的  $\rho_0$ , 设  $C_{\psi_0} = L_0 \cdot R_0$ , 可得关于  $r_0$  初值的 8 阶方程:

$$r_0^8 - \left( A^{*2} + 2A^* C_{\psi_0} + R_0^2 \right) r_0^6 - 2 \left( A^* B^* + B^* C_{\psi_0} \right) r_0^3 - B^{*2} = 0 \quad (11)$$

(11) 式为二体假设下的  $r_0$  初值方程, 但是完全可以作为有摄初轨确定的初值。

### 3 平凡解初值的消除及加速迭代

在天基初步轨道确定中, 如果按照(11)式求解  $r_0$ , 一般会在解中出现  $R_0$ , 即平台在此时刻的地心距, 按照该解进行求解, 则会出现收敛于平台轨道的现象。文献[9]也从观测方程解的分析上给出了该平凡解现象的原因, 提出了“通常地面站也会有这样的解”的观点。但是, 从上述推导过程可以看出, (11)式源于(8)式, 如果(8)式出现了平凡解即  $\rho=0$ , 那么必须有  $\dot{R}_0 = -uR_0$ , 这对于天基平台的轨道运动成立。然而, 地基测站的运动并不满足该关系式, 所以地基测站下求解(11)式不会得到  $R_0$ 。这一点是天基测定轨与地基测定轨极为不同之处。

基于上述分析, 对于天基初定轨情况, 考虑从(11)式中消去平凡解  $R_0$ 。由平凡解条件可得(10)式中

$$\rho_0 = \frac{B^*}{r_0 R_0} \left( R_0^3 - r_0^3 \right) \quad (12)$$

于是, 按照(11)式相同的求解过程并消去平凡解  $R_0$ , 可得关于  $r_0$  初值的如下方程:

$$R_0^6 r_0^7 + R_0^7 r_0^6 + \left( 2C_{\psi_0} B^* R_0^3 - B^{*2} \right) r_0^5 + \left( 2C_{\psi_0} B^* R_0^4 - B^{*2} R_0 \right) r_0^4 + \left( 2C_{\psi_0} B^* R_0^5 - B^{*2} R_0^2 \right) r_0^3 + B^{*2} R_0^3 r_0^2 + B^{*2} R_0^4 r_0 + B^{*2} R_0^5 = 0 \quad (13)$$

用 Newton 迭代求解(13)式得到  $r_0$  初值, 代入(10)式后得到  $\rho_0$  和  $\rho_0$ , 再由(2)式及其微分式即可得到初始历元  $t_0$  时的  $r_0$  和  $r_0$ 。

利用以上过程求取的初值迭代求解基本条件方程组, 一般可以较快得到结果, 但是在某些情况下, 收敛速度比较慢, 需要使用加速迭代方法。本文采用连续三组迭代变量进行一次加速的方法, 即

$$X_{3k+2}^* = X_{3k+2} - \frac{\left( X_{3k+2} - X_{3k+1} \right)^2}{X_{3k+2} - 2X_{3k+1} + X_{3k}} \quad k = 0, 1, \dots \quad (14)$$

其中,  $X$  为  $r_0$  和  $r_0$  的任一分量。加速后以  $X_{3k+2}^*$  代替  $X_{3k+2}$  生成下三组迭代变量。上述加速方法类似于 Aitken 加速方法, 不同之处在于每次加速前比后者多计算一组迭代变量。大量实际计算表明, 对于 VPM 基本条件方程组, (14)式的加速方法总体迭代次数远小于 Aitken 加速方法, 尤其是迭代稳定性明显优于后者。

### 4 仿真算例

本部分给出两个具体的仿真算例: 算例一将 ILM、PUVM 和 VPM 三种方法对比, 以验证 VPM 的有效性; 算例二考虑文献[9]中的算例在摄动情况下的初定轨。算例中的目标与平台在初始时刻的轨道根数如表 1 所示。  $\sigma_1$  表示算例一中的经典轨道根数,  $\sigma_2$  表示算例二中的无奇点轨道根数。

表 1 目标和平台在初始时刻的轨道根数

Tab. 1 Orbit elements of target satellites and observation satellites

$\sigma_1$	$a$ (km)	$e$	$i$ ( $^\circ$ )	$\omega$ ( $^\circ$ )	$\Omega$ ( $^\circ$ )	$M$ ( $^\circ$ )
S1	7178.137	0.001	5	0	0	200.039220
T1	10128.137	0.123419	50	250	0	328.475032
$\sigma_2$	$a$ (km)	$i$ ( $^\circ$ )	$\Omega$ ( $^\circ$ )	$\zeta$ ( $^\circ$ )	$\eta$ ( $^\circ$ )	$\lambda$ ( $^\circ$ )
S2	7128.139	98.3766	174.7	0.0221728	-0.0221728	112
T2	7178.255	81.99689	213.9376	0.00014	-0.00138	162.28636

仿真中, 观测间隔为 10s, 观测值误差为  $10''$  的随机差, 平台和目标轨道考虑地球遮挡和各种摄动影响。迭代收敛标准为相邻两次迭代得到的位置差小于 1m, 速度差小于 0.1m/s。对于算例一, 从初始时刻起, 平台与目标之间的可见弧段长达 1 个多小时, 仿真中选取 30min 的弧段进行初定轨, 分别采用

ILM、PUVM 和 VPM 法进行初定轨,定轨结果为与精确数值法结果的误差,如表 2 所示。由表 2 可以看出, VPM 的结果精度稍优于前两种方法。

表 2 不同方法的初定轨结果

Tab. 2 Results of orbit determination

	$\Delta a(\text{km})$	$\Delta e$	$\Delta i(^{\circ})$	$\Delta \Omega(^{\circ})$	$\Delta \omega(^{\circ})$	$\Delta M_0(^{\circ})$
ILM	90.882	0.0067	0.3039	-0.0351	-0.2293	0.1952
PUVM	83.769	0.0062	0.2806	-0.0319	-0.2119	0.1809
VPM	54.248	0.0040	0.1845	-0.0206	-0.1405	0.1204

算例二仿真平台与目标轨道高度相近的天基测定轨情况,选择不同长度的测量弧段和测量误差,用 VPM 进行定轨,结果如表 3 所示。

表 3 不同弧段和误差的初定轨结果

Tab. 3 Results of orbit determination of different arcs and errors

弧长(min)	误差( $''$ )	$\Delta a(\text{km})$	$\Delta i(^{\circ})$	$\Delta \Omega(^{\circ})$	$\Delta \xi$	$\Delta \eta$	$\Delta \lambda(^{\circ})$
5	5	15.0362	-0.0390	-0.0226	-0.0007	0.0017	0.0001
10	10	-12.2573	0.0718	-0.0881	0.0010	-0.0010	-0.1621
10	25	22.3873	-0.1049	0.0982	0.0009	0.0022	0.1985
15	10	-24.2068	0.1372	-0.1196	-0.0015	-0.0021	-0.2460
15	25	-6.3620	-0.2453	0.3414	0.0038	-0.0039	0.6266

从以上仿真结果可以看出,在没有任何先验信息的情况下, VPM 法的结果精度不低于现有方法,对于一般的精度要求, VPM 法完全可以满足初定轨要求。还须指出,对于算例二,如果采用 ILM 和 PUVM 方法,则会出现迭代发散或平凡解现象。

从实际仿真来看,初定轨的精度取决于定轨弧长与观测数据的精度和采样间隔。一般而言,弧段较长、数据精度较高、采样间隔较短时的定轨误差较小。不过如果  $f_g$  级数考虑的摄动因素较少、截取阶数较小,则短弧定轨精度较高。另外,采样间隔也不能太小,否则会导致观测方程相关而无法解算或者结果精度太差。

对于平凡解初值消去的必要性,经过研究认为也并非必须。一则平凡解轨道结果容易判断;再则,除非对于严格的二体轨道且数据点比较密集的情况,消去平凡解后可以得到目标轨道初值  $r_0$ ,否则,由于摄动情况下的观测视线偏离理想二体情况,或者数据点较稀疏及误差较大,都会导致  $L_0$ 、 $L_0$  和  $\dot{L}_0$  拟合较差,消去平凡解后的初值求取公式将可能得不到结果,或者得到的结果严重偏离目标轨道,导致最终迭代发散。如果不消去平凡解初值,对得到的每个初值(最多三个)都进行求解,将最终结果与平台轨道简单比对即可。

## 5 结束语

在没有任何先验信息并考虑摄动及观测数据误差的情况下,本文方法的定轨精度稍优于现有方法,可以满足一般初定轨的要求。本文基本条件方程组在不同观测条件下、利用不同方法求解时的收敛域不同,对初值的要求也不同。

## 参考文献:

- [1] 余建慧,等.空间目标天基光学观测模式分析[J].量子电子学报,2006,23(6):772-776.
- [2] 刘林,等.关于初轨计算[J].飞行器测控学报,2004,23(3):41-45.
- [3] Beutler G, et al. Determining the Orbits of EGNOS Satellites Based on Optical or Microwave Observations[J]. Advances in Space Research, 2005, 36: 392-401.
- [4] Sokolskaya M J. On the Laplacian Orbit Determination of Asteroids[J]. Planet. Space Sci., 1997, 45(12): 1575-1580.
- [5] 刘林,等.卫星定轨综述[J].飞行器测控学报,2005,24(2):28-34.
- [6] 张玉祥.人造卫星测轨方法[M].北京:国防工业出版社,2007:77-150.
- [7] Shama J. Space Surveillance with the Space-based Visible Sensor[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2000.
- [8] 郭福成,等.空间信息对抗中的单星对卫星无源定位跟踪方法[J].宇航学报,2005,26(2):196-200.
- [9] 甘庆波,等.一种基于星间方向观测的初轨计算方法[J].宇航学报,2007,28(3):619-622.
- [10] 陆本魁,等.一种有摄初轨计算的单位矢量法[J].宇航学报,1999,20(1):14-20.
- [11] Escobal P R. Methods of Orbit Determination[M]. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965: 239-289.