

文章编号: 1001- 2486(2009) 01- 0038- 05

傅里叶望远术中的相位闭合分析及其仿真^{*}

王小伟, 黎 全, 王雁桂, 陈 卫, 胡小景

(国防科技大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 傅里叶望远术是近年来受到广泛关注的一项主动成像技术。它利用直线干涉条纹对目标的傅里叶频谱进行提取, 并利用相位闭合技术消除随机相位, 最终获取同步轨道目标的高分辨率图像。对傅里叶望远术的基本理论进行了推导, 详细阐述了相位闭合实现方法, 并对整个过程进行了计算机模拟。仿真实现了对两个目标的频谱扫描并重建了它们的二维灰度图像, 充分验证了傅里叶望远术的正确性和可行性。

关键词: 傅里叶望远术; 主动成像; 相位闭合; 高分辨率

中图分类号: TN743 **文献标识码:** A

Analysis and Simulation on Phase Closure of Fourier Telescopy

WANG Xiao-wei, LI Quan, WANG Yan-gui, CHEN Wei, HU Xiao-jing

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Fourier telescopy is a kind of active imaging technique which has won great attention for these years. In that technique, fringe patterns is used to extract Fourier components of target object, and random phase shift can be eliminated by phase closure, so that high resolution image of the target at geosynchronous ranges can be reconstructed. This paper deduced the basic theory of Fourier telescopy and gave a simulative study on this imaging technique. It showed the validity and feasibility of Fourier telescopy by reconstructing the image of two simulative targets.

Key words: Fourier telescopy; active imaging; phase closure; high resolution

近年来, 傅里叶望远术引起广泛关注。作为一种主动成像技术, 它可对暗淡的物体成像, 理论上分辨率达到纳弧度量级^[1]。它利用多束激光主动扫描目标, 通过对反射信号进行解调, 得到不同空间频率点的傅立叶频谱, 从而重建目标的灰度图像。1977 年, Aleksoff 提出了利用直线条纹对旋转目标成二维像的方法^[2]。Louis Sica 采用的阵列天线^[3]已具备了傅里叶望远术的雏形, 不过他的研究并未解决频谱的相位提取问题。后来借助于无线电天文学领域的相关技术^[4], 空间频谱的相位提取问题最终得以解决。Trex 公司的傅里叶望远装置 GLINT^[5] (GEO Light Imaging National Testbed), 基线长 30m, 最终将做到 100m, 采用太阳能接收机阵列作为回波接收装置, 接收面积达 4000m², 可用于对同步轨道的暗弱目标成像。傅里叶望远术已经成为最有前景的激光干涉成像技术。然而国内有关该领域的研究比较滞后, 相关报道很少, 已有的少数文献中也没有将关键的相位闭合理论推导阐述清楚, 更缺乏仿真工作, 基于以上现状, 本文给出了傅里叶望远术中关键的相位闭合理论推导, 并进行了相应的数值仿真工作, 取得了比较理想的结果。

1 傅里叶望远术的基本理论

任何一幅二维灰度图像都可以用唯一的函数 $g(x, y)$ 来表示。利用傅里叶变换, 可以得出其频域表示:

$$G(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \quad (1)$$

^{*} 收稿日期: 2008- 08- 23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10504043)

作者简介: 王小伟(1986-), 男, 博士生。

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(f_x, f_y) e^{j2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y \quad (2)$$

式(2)是逆变换, 表明 $g(x, y)$ 可以由一系列简谐基元函数加权叠加而成。只要知道各基元函数的加权系数 $G(f_x, f_y)$, 便可以得到 $g(x, y)$, 从而得到灰度图像。傅里叶望远术的基本思想就是利用干涉条纹主动照射目标, 通过对反射信号的处理得到目标的傅里叶频谱。

1.1 利用直线条纹场扫描目标

如图 1, s_1, s_2 为两频率差别很小的激光光源, 二者干涉形成的条纹场为:

$$I(x, t) = 2A^2 + 2A^2 \cos \left[\Delta \omega t + k_0 \frac{xd}{Z} + \Delta \phi \right] \quad (3)$$

$\Delta \omega, \Delta \phi$ 分别是两束激光的频率差和相位差。在任意时刻 t , 干涉得到的直线条纹间距为 $T = \frac{2\pi Z}{k_0 d}$ 。式

(3) 表明形成的条纹不稳定, 而是随时间匀速移动的, 可得出移动速度为:

$$V = - \frac{Z \Delta \omega}{k_0 d} = - \frac{Z \lambda_0 \Delta \omega}{2\pi d} \quad (4)$$

通过设定两束光差频 $\Delta \omega$ 的大小, 可以控制场的移动速度, 从而巧妙地实现现场对目标的自动扫描。而两光源间距 d 则直接影响条纹间距。

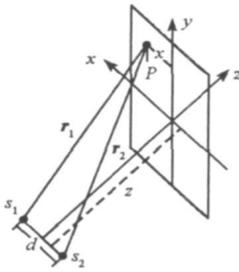


图 1 干涉条纹的形成
Fig. 1 Generation of fringe patterns

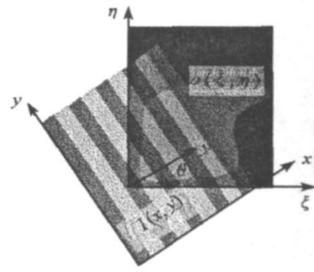


图 2 反射信号的计算
Fig. 2 Calculation of return signal

由于干涉场和目标物体的坐标系不同(如图 2 所示), 二者之间相差如下的坐标变换:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

或

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中的 θ 是两坐标系夹角, 则干涉场在目标物体坐标系的表达式为:

$$I(\xi, \eta, t) = A^2 [2 + e^{j\Delta \omega t} e^{j(2\pi f_\xi \xi + 2\pi f_\eta \eta + \delta_{12})} + e^{-j\Delta \omega t} e^{-j(2\pi f_\xi \xi + 2\pi f_\eta \eta + \delta_{12})}] \quad (6)$$

其中 $f_\xi = \frac{k_0 d}{2\pi Z} \cos \theta, f_\eta = \frac{k_0 d}{2\pi Z} \sin \theta$ 。设 $o(\xi, \eta)$ 是目标物体的反射率函数, 则 t 时刻接收到的光强为:

$$S(t) = \iint o(\xi, \eta) I(\xi, \eta, t) d\xi d\eta = A^2 \left[I_0 + e^{j\Delta \omega t} e^{j\delta_{12}} O^*(f_\xi, f_\eta) + e^{-j\Delta \omega t} e^{-j\delta_{12}} O(f_\xi, f_\eta) \right] \quad (7)$$

其中 $I_0 = 2 \iint o(\xi, \eta) d\xi d\eta, O(f_\xi, f_\eta) = \iint o(x, y) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy$ 分别是目标物体空间频率为 f_ξ, f_η 的分量的复振幅。

1.2 反射信号的处理

利用一光强探测器接收反射信号, 可得到一个时序信号 $S(t)$ 。假设采样间隔为 T , 采样的起始时刻记为时间零点, 则我们的数据为: $S(0), S(T), \dots, S(iT), \dots, S(NT)$, N 是采样点的数目。

对采样得到的数据做如下的处理:

$$S_{12} = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N S(iT) e^{j\Delta\omega T}$$

$$= I_0 \frac{A^2}{N+1} \frac{1 - e^{j\Delta\omega(N+1)T}}{e^{j\Delta\omega T}} + \frac{A^2}{N+1} e^{j\delta_{12}} O^*(f_{\xi}, f_{\eta}) \frac{1 - e^{j2\Delta\omega(N+1)T}}{e^{j2\Delta\omega T}} + A^2 e^{-j\delta_{12}} O(f_{\xi}, f_{\eta}) \quad (8)$$

适当选取抽样点数, 使 $\Delta\omega(N+1)T = 2m\pi$, 有下式成立:

$$S_{12} = A^2 e^{-j\delta_{12}} O(f_{\xi}, f_{\eta}) \quad (9)$$

上面的处理过程实际上是作了一次傅里叶变换。处理的结果中包含了目标物体空间频率为 f_{ξ}, f_{η} 的分量的复振幅, 但多出了不可知的相位因子 δ_{12} 。实际上对于远距离目标, 大气湍流及其他不稳定因素引起的相位畸变也包含其中, 此时有 $\delta_{12} = (\phi_1 - \phi_2) - (k_1 - k_2)Z + (\phi_{1a} - \phi_{2a})$, ϕ_{1a}, ϕ_{2a} 分别是两束光在大气中传播时引入的相位畸变。这样只能得到复振幅的模而无法得到相位值, 但相位对于重建目标像至关重要, 必须想办法消去 δ_{12} , 得到目标真实相位。

1.3 相位闭合

为了应用相位闭合技术, 必须同时用三个激光器产生三幅干涉条纹来照射目标。这样反射信号中包含了三个不同频率的时序信号, 将它们解调出来分别处理会得到下面的三个量:

$$\begin{cases} S_{12} = A^2 e^{-j\delta_{12}} O(f_{\xi_{12}}, f_{\eta_{12}}) \equiv A(f_{\xi_{12}}, f_{\eta_{12}}) e^{-j\delta_{12}} e^{-j\phi_{12}} \\ S_{13} = A^2 e^{-j\delta_{13}} O(f_{\xi_{13}}, f_{\eta_{13}}) \equiv A(f_{\xi_{13}}, f_{\eta_{13}}) e^{-j\delta_{13}} e^{-j\phi_{13}} \\ S_{23} = A^2 e^{-j\delta_{23}} O(f_{\xi_{23}}, f_{\eta_{23}}) \equiv A(f_{\xi_{23}}, f_{\eta_{23}}) e^{-j\delta_{23}} e^{-j\phi_{23}} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\delta_{ij} = (\phi_i - \phi_j) - (k_i - k_j)Z + (\phi_{ia} - \phi_{ja})$ ($i, j = 1, 2, 3$ 且 $i \neq j$), ϕ_j 是目标相应傅里叶分量的真实相位。注意到 $\delta_{12} + \delta_{23} - \delta_{13} = 0$, 作下面的运算可以消去 δ_{ij} :

$$S_{12} S_{23} / S_{13} = A(f_{\xi_{12}}, f_{\eta_{12}}) A(f_{\xi_{23}}, f_{\eta_{23}}) / A(f_{\xi_{13}}, f_{\eta_{13}}) e^{-j(\phi_{12} + \phi_{23} - \phi_{13})} \quad (11)$$

令 $\phi_{123} = \arg(S_{12} S_{23} / S_{13})$, 有:

$$\phi_{12} + \phi_{23} - \phi_{13} = \phi_{123} \quad (12)$$

其中 ϕ_{123} 是从反射信号中求得的量, 是三个测得的相位值的叠加, 称为闭合相位。它不受大气扰动和光束本身的光程差引起的相位变化的影响。在闭合相位中, 待测目标相位中的线性相位都会被抵消, 因此闭合相位不反映视场中物体的位置, 只和物体的具体形状有关^[6]。

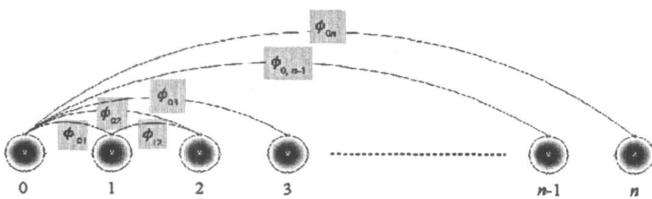


图3 相位闭合
Fig.3 Phase closure

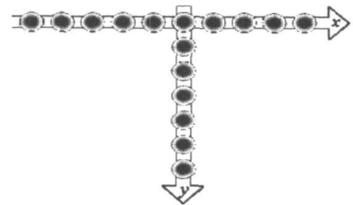


图4 激光器阵列
Fig.4 Transmitters arrangement

如图3, 将 n 个激光器等间距地排成一列。为了推导方便, 从 0 开始给激光器依次编号, 则第 0、1、 n 个激光器会得到如下的闭合相位:

$$\phi_{01} + \phi_{1n} - \phi_{0n} = \phi_{01n} \quad (13)$$

任何相同间距的两组激光器形成的条纹场具有相同的空间频率, 它们将提取出目标中相同频率的傅里叶分量, 因而它们得到的相位也相同, 即:

$$\phi_{i, i+1} = \phi_{01} = \alpha_0 \quad \text{且} \quad \phi_{i, i+k} = \phi_{0k} \quad (14)$$

则 $\phi_{0n} = \phi_{01} + \phi_{1n} - \phi_{01n} = \alpha_0 + \phi_{0, n-1} - \phi_{01n}$, 可得:

$$\begin{cases} \phi_{02} = 2\alpha_0 - \phi_{012} \\ \phi_{03} = \alpha_0 + \phi_{02} - \phi_{013} = 3\alpha_0 - \phi_{012} - \phi_{013} \\ \vdots \\ \phi_{0n} = \alpha_0 + \phi_{0, n-1} - \phi_{01n} = n\alpha_0 - \sum_{i=2}^n \phi_{01i} \end{cases} \quad (15)$$

至此, 各个频率分量的傅里叶相位全部都解了出来, 只不过 α_0 仍是未知数。文献[7]提到 α_0 的准确取值不重要, 它的大小仅仅只会造成重构图像的位移。简单的推导很容易说明这点。由 $f_{\xi}(f_n)$ 的表达式, ϕ_{0n} 和 ϕ_{01} 对应的频率大小有如下的关系:

$$f_{0n} = nf_{01} \quad (16)$$

令 $a = \frac{\alpha_0}{2\pi f_{01}}$, 则 $\phi_{0n} = 2\pi n f_{01} a - \sum_{i=2}^n \phi_{01i} = 2\pi n f_{01} a - \sum_{i=2}^n \phi_{01i}$, 作傅里叶逆变换重构目标图像为:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n A(f_{0i}) e^{-j\phi_{0n}} e^{j2\pi f_{0i} x} = \sum_{i=1}^n A(f_{0i}) e^{j\sum_{i=2}^n \phi_{01i}} e^{j2\pi f_{0i} (x-a)} \quad (17)$$

上式表明 α_0 只是把图像作了平移 $a = \alpha_0 / (2\pi f_{01})$, 并不会影响图像的形状, 所以在实际操作中, 它可以任意取值。

上面只是以一维的情况对相位闭合技术做了详尽描述。如果要对二维图像做傅里叶频谱扫描, 则需要如图4所示的“T”型激光器阵列, 在做闭合相位时, 也会出现两个初始相位 α_0 和 β_0 , 它们都可随意确定, 分别对应 x 方向和 y 方向的位移。

2 傅里叶望远术的计算机仿真

为了验证该理论分析的正确性, 在计算机上对之进行仿真实验。图5(a)是用计算机生成的一个 100×1000 的二维目标。图5(b)是从图片上截取的大小为 270×270 像素的单色灰度图像。图中白色的表示反射率较高的部分, 黑色的对应反射率较低的部分。图5(a)的情况比较简单, 它在 y 方向上的频率分量只有零频, 相当于一个一维目标, 因此提取它的频谱时, 只针对 x 方向进行就可以了。而仿真目标2相对要复杂许多, 不过它更贴进于实际应用。

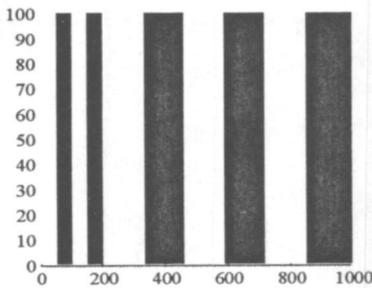


图 5(a) 仿真目标 1
Fig. 5(a) Target 1 for simulation

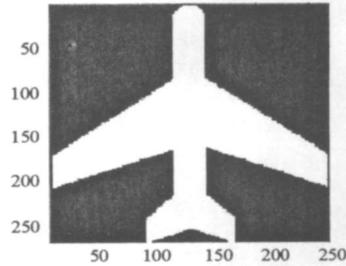


图 5(b) 仿真目标 2
Fig. 5(a) Target 2 for simulation

由于远距离产生高质量的干涉条纹是一项十分复杂的技术, 最终的实验方案还没有确定, 所以在计算机仿真实验中, 直线条纹场是直接由计算机产生的各种给定频率的余弦场。实际上我们假定通过某种手段得到了高质量的余弦场, 而忽略了这些场在实验上是如何产生的细节, 当然这并不影响傅里叶望远术理论的正确性。扫描中每次都是 3 幅条纹同时对目标进行照射。反射信号中将包含 3 个不同频率信号, 将它们解调出来分别处理以得到闭合相位。对以上两个目标分别进行实验, 重建的目标的像如图6所示。对照原物体的像(图5), 可以发现重建像对物体轮廓的刻画在细节上非常精确, 图5和图6两幅图像中各个像素的位置都能一一对应。

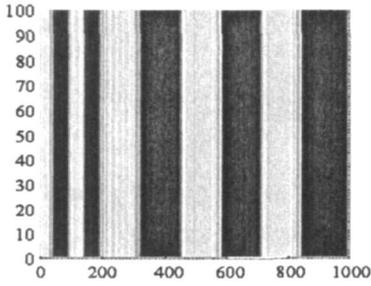


图 6(a) 目标 1 的重建像

Fig. 6(a) Reconstructed image for target 1

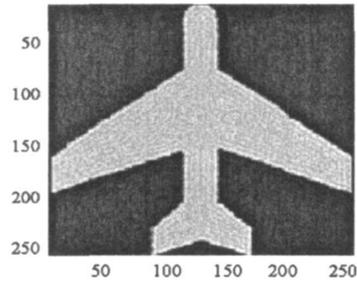


图 6(b) 目标 2 的重建像

Fig. 6(b) Reconstructed image for target 2

3 结束语

对傅里叶望远术的基本理论进行了详尽的推导,并对整个成像过程进行了计算机模拟,使得能在实验条件不太成熟的情况下能对它的理论进行实践。仿真程序实现了对两个目标的频谱扫描并重建了它们的二维灰度图像,充分证明了文中相位闭合推导的正确性。在以后进行实际实验时,接收的信号不会像仿真中的那样理想,产生各种频率和方向的条纹也不如仿真中的精确,远距离光路在大气中的稳定性也需要深入研究,因此在实际应用中实现对远距离目标的傅里叶成像还面临许多挑战。

参考文献:

- [1] Holmes R B, Brinkley T. Reconstruction of Images of Deep Space Objects Using Fourier Telescopy[J]. SPIE, 1999, 3815: 11- 22.
- [2] Aleksoff C C. Interferometric Two-dimensional Imaging of Rotating Objects[J]. Optics Letters, 1977, 1(2): 54- 55.
- [3] Sica L. Effects of Nonredundance on a Synthetic-aperture Imaging System[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1993, 10(4): 567- 572.
- [4] Brinkley T J, Sandler D. Effect of Atmospheric Turbulence and Jitter on Fourier Telescopy Imaging Systems[J]. SPIE, 1999, 3815: 42- 48.
- [5] Long S M. Satellite Motion Determination by Measuring Selected Frequency triplets with a Fourier Telescopy Facility[J]. SPIE, 2000, 4091: 345- 354.
- [6] 王海涛,周必方. 光学综合孔径干涉成像技术[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(5): 434- 441.
- [7] Holmes R B, Ma S, Bhowmik A, et al. Aperture-synthesis Techniques That Use Very-low-power Illumination[J]. SPIE, 1995, 2566.