

文章编号: 1001-248 (2009) 01-0070-04

# 图像形变中基于 MLS 的光滑纹理映射技术\*

王彦臻<sup>1</sup>, 彭 鸽<sup>2</sup>, 熊岳山<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073; 2. 中国科学院 计算技术研究所, 北京 100190)

**摘要:** 提出了一种基于移动最小二乘的二次拟合多项式纹理映射模型。该模型主要应用于使用控制网格的图像形变技术。图像中的物体被嵌入一个控制网格, 并且对控制网格进行形变操作。在控制网格上应用纹理映射, 以绘制形变后的物体。在纹理映射时通过将控制网格顶点在形变前后的位移向量作为拟合函数值, 采用移动最小二乘方法进行拟合得到映射所使用的二次函数。该方法能够明显改善图像形变后的光滑性, 实现逼真、自然的图像形变。

**关键词:** 图像形变; 纹理映射; 二次多项式; 移动最小二乘

**中图分类号:** TP391.9      **文献标识码:** A

## Smooth Texture Mapping Based on Moving Least Squares for Image Deformation

WANG Yan-zhen, PENG Ge, XIONG Yue-shan

(1. College of Computer, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** This paper proposes a quadric fitting polynomial texture mapping model based on moving least squares. The proposed model is mainly applied in image deformation techniques using control meshes. The shape in the image is firstly embedded into a control mesh which is deformed. Then the deformed shape is rendered by using texture mapping on the control mesh. Displaces of the vertices in the control mesh are treated as known function values. The MLS method is used to compute the quadric function for texture mapping. Compared with texture mapping using linear function, the method proposed can greatly improve the smoothness of the texture mapping function, and the deformation result is more natural and physically plausible.

**Key words:** image deformation; texture mapping; quifipo; moving least squares

纹理映射技术是指将一个纹理函数映射到二维或三维物体表面来模拟景物表面细节的一种技术。物体表面纹理细节的模拟在真实感图形合成技术中起着非常重要的作用, 是真实感图形生成的有效途径。因此, 自从 20 世纪 70 年代中期 Catmull<sup>[1]</sup> 首次采用纹理映射技术生成景物表面的纹理细节以来, 这种技术在计算机图形学、几何建模、虚拟现实、计算机视觉等相关领域中, 一直受到广泛的重视, 并蓬勃发展。目前关于纹理映射技术的研究主要针对不同形状物体对其纹理空间坐标的生成算法进行改进<sup>[2]</sup>。对于纹理光滑性的研究主要针对纹理识别时纹理边界的光滑性<sup>[3]</sup>, 而对于整个纹理图像的光滑性的研究较少。

本文研究的纹理映射技术主要针对图像形变领域。目前, 图像形变技术在计算机动画、渐变 (Morphing)<sup>[4]</sup> 和医学图像处理<sup>[5]</sup> 等领域都有广泛的应用。采用一种基于规则四边形控制网格的图像形变方法<sup>[1]</sup>, 并且采用纹理映射技术对形变后的二维物体进行绘制。如果采用分片的线性纹理映射方法, 形变结果在网格单元边界会出现一些不光滑的现象。特别地, 当物体出现剧烈形变时, 会导致物体局部出现严重失真。针对这些问题, 提出了一种基于移动最小二乘方法 (MLS, Moving Least Squares) 的二次拟合多项式纹理映射模型。

\* 收稿日期: 2008-0-2

基金项目: 国家自然科学基金项目 (0773022); 国家 8 3 计划项目 (2007AA01Z313); 北京市自然科学基金项目 (40 2034)

作者简介: 王彦臻 (1982-), 男, 博士生。

## 1 二次多项式纹理映射方法

一般来说, 二维纹理定义在一个平面区域内, 可以用数学函数解析地表示, 也可以用各种数字化图像来离散定义。该平面区域被称为纹理空间, 其中的每一点处均定义有一灰度值或颜色值。在图形绘制时, 应用纹理映射方法可以确定景物表面上任一可见点  $P$  在纹理空间中的对应位置  $(u, v)$ , 而  $(u, v)$  处所定义的纹理值或颜色值即描述了景物表面在  $P$  点处的某种纹理属性, 如表面法向量、漫反射系数等。

以二维纹理和二维景物空间为例, 其关键点是建立物体空间坐标  $(s, t)$  与纹理空间坐标  $(u, v)$  之间的对应关系, 用函数来描述即为

$$T(u, v) \rightarrow O(s, t) \quad (1)$$

其中,  $T$  表示纹理空间,  $O$  表示物体空间。当采用线性纹理映射时, 纹理空间坐标到物体空间坐标的对应关系可以表示为

$$\begin{cases} s = a_1 u + b_1 v + c_1 \\ t = a_2 u + b_2 v + c_2 \end{cases} \quad (2)$$

而当采用二次多项式纹理映射时, 其映射关系可以表示为

$$\begin{cases} s = a_{11} u^2 + b_{11} u + p_{11} v^2 + q_{11} v + c_{11} \\ t = a_{12} u^2 + b_{12} u + p_{12} v^2 + q_{12} v + c_{12} \end{cases} \quad (3)$$

## 2 移动最小二乘原理

1981 年, Lancaster 和 Salkavskas<sup>[7]</sup> 在研究曲面插值时, 将标准最小二乘插值进行推广, 提出了移动最小二乘法。移动最小二乘方法是对多元散乱数据进行拟合的一种方法。它的基本原理如下<sup>[8-9]</sup>:

设待求函数  $u(x)$  在求解域  $\Omega$  内的  $n$  个节点  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  处的函数值已知, 即  $u_i = u(x_i)$ 。在求解域  $\Omega$  内待求函数  $u(x)$  可以近似为

$$u(x) \approx u^h(x) = \sum_{i=1}^m P_i(x) a_i(x) = \mathbf{p}^T(x) \mathbf{a}(x) \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{a}(x) = [a_1(x), a_2(x), \dots, a_m(x)]^T$ ,  $\mathbf{p}(x) = [p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)]^T$ ,  $a_i(x)$  称为待定系数,  $p_i(x)$  称为基函数,  $m$  为基函数的个数。

在移动最小二乘近似中, 待定系数  $a_i(x)$  是通过令近似函数  $u^h(x)$  在点  $x$  的邻域  $\Omega_x$  内各点的误差的加权平方和

$$J = \sum_{i=1}^n w_i(x) [u^h(x) - u(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n w_i(x) [\mathbf{p}^T(x) \mathbf{a}(x) - u_i] \quad (5)$$

为最小来确定的。 $w_i(x) = w(x - x_i)$  称为节点  $x_i$  处的权函数, 它在节点  $x_i$  周围的一个有限区域  $\Omega_i$  中大于零, 而在该区域外为零。区域  $\Omega_i$  称为权函数  $w_i(x)$  的支撑域, 也称为节点  $x_i$  的支撑域或影响域。权函数的定义表明, 只有在点  $x_i$  的影响域范围内的点才对该点的近似函数产生影响。 $w_i(x - x_i)$  为与离散点  $x_i$  相关联的权函数, 它应具有如下特性: (1) 紧支性, 即仅在  $x_i$  点附近不为 0, 而在此之外均为 0; (2) 非负性, 即  $w_i(x - x_i) \geq 0$ ; (3) 衰减性, 在紧支域内随距离  $x_i$  的增大,  $w_i(x - x_i)$  逐渐衰减, 即任一点对其周围的影响将随离该点的距离的增加而衰减。

权函数  $w_i(x - x_i)$  是空间坐标  $(x, y)$  的函数。由于每个拟合点位置不同, 相应权函数  $w_i(x - x_i)$  的形式也不同, 故称拟合函数是移动的。这样的好处是每一个拟合点都可以令权函数在其上取最大值, 提高计算精度。

对 (5) 式进行最小化便可以得到近似函数

$$u^h(x) = \mathbf{p}^T(x) \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{B}(x) \mathbf{u} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{x}) = [w_1(\mathbf{x})p_1, w_2(\mathbf{x})p_2, \dots, w_n(\mathbf{x})p_n]$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x})\mathbf{p}(\mathbf{x}_i)\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_i)$ 。

### 3 基于MLS的二次拟合多项式纹理映射模型

基于MLS的二次拟合多项式纹理映射模型采用MLS方法进行二次拟合,计算纹理坐标空间中点 $(u, v)$ 在绘图空间坐标中的对应位置 $(s, t)$ 。该模型适用于采用控制网格的图像形变方法,首先对图像中需要发生形变的物体进行网格划分,得到若干个网格顶点,然后采用图像形变技术计算出所有的网格顶点在形变后的坐标。将形变前后控制网格顶点的相对位移向量作为拟合函数值进行MLS二次拟合。假设对物体进行网格划分之后形成的网格顶点共 $n$ 个,初始坐标分别为 $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),采用图像形变技术得到变换后对应点的坐标分别为 $(s_i, t_i)$ 。设待拟合点的初始坐标为 $(x, y)$ ,定义已知顶点函数值为 $u = (s_i - x_i, t_i - y_i)$ ,即每个网格顶点的形变位移向量,计算结果值也为待拟合点的相对位移向量。

在( )式的计算过程中,采用Gauss<sup>[7]</sup>权函数:

$$w_i(r) = \frac{e^{-(d/\delta)^2} - e^{-(d/\delta)^4}}{1 - e^{-(d/\delta)^4}}, \quad r \leq d \quad (7)$$

其中,  $r = d_i/\delta$ 。  $d_i = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|$ 是计算点与邻域内某一点的距离,  $\delta_i$ 为点 $\mathbf{x}_i$ 的影响域半径;为了保证 $\mathbf{x}_i$ 的影响域内有足够的点以使得矩阵 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ 为非奇异矩阵,影响域半径 $\delta$ 可取为 $\delta = \kappa c_i$ 。其中, $\kappa$ 为影响域半径因子,一般大于1。 $c_i$ 反映节点 $\mathbf{x}_i$ 附近平均节点间距即密度的特征参数,对规则分布的点而言, $c_i$ 即为相邻点之间的距离。由上式可见,节点影响域半径 $\delta$ 是随节点布置密度变化的。在节点较稀疏的区域,影响域的半径较大,节点较密集的区域,影响域的半径较小,以保证在所有点的定义域中都能包含合适数量的节点。如果在图像形变中采用正四边形控制网格,可以取 $c_i$ 为正四边形网格的边长 $d$ 。

由于采用二次多项式拟合,因此取基函数 $\mathbf{p}(\mathbf{x}) = (1, x, y, x^2, xy, y^2)^T$ 。由公式( )可得近似函数的表达式

$$\mathbf{u}^h(x, y) = [u^h(x), u^h(y)] = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} (s_1 - x_1, t_1 - y_1) \\ (s_2 - x_2, t_2 - y_2) \\ \vdots \\ (s_n - x_n, t_n - y_n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

经过移动最小二乘拟合后的结果坐标 $(s, t)$ 可表示为

$$\begin{cases} s = x + u^h(x) \\ t = y + u^h(y) \end{cases} \quad (9)$$

具体实现时,为了减少实时计算量,并不对每个像素点都进行MLS二次拟合,而是对图像形变的控制网格再进行一次均匀细分,以这次划分形成的网格为单位,进行分块的纹理映射。

### 4 实验和结论

在处理器为PM 1.7GHz,主存为512MB的PC机上使用OpenGL图形库和VC++ .0开发环境,采用基于MLS的二次拟合多项式纹理映射技术和基于形状匹配的图像形变技术进行了模拟实验。图像形变控制采用 $2 \times 2$ 的正四边形网格,二次细分网格时采用 $4 \times 4$ 的平均划分,采用基于MLS的二次多项式拟合映射方法得到的细分网格情况如图1所示,其中粗线网格为图像形变控制网格,细线网格为用于二次多项式拟合的细分网格。将本文方法应用于采用正四边形控制网格的图像形变,并且与线性纹理映射进行对比,得到的结果如图2所示。形变后图像的视觉失真特性由两方面因素决定:图像形变方法的非真实扭曲和纹理映射的不光滑。由于本文针对采用控制网格的一类图像形变方法提出了一种通用的纹理映射方法,因此结果评价的重点在于纹理映射的光滑性。图2(a)~(c)为采用线性纹理映射得到的结果,由于针对控制网格的每个单元采用分片线性的映射函数,因此图像在网格单元边界只能够保

证  $C^0$  连续, 形变结果的光滑性较差(如图 2(a) 中小人头顶的轮廓线)。图 2(d) ~ (f) 为采用本文提出的映射模型所得到的结果。通过对比可以发现, 在采用了基于 MLS 的二次拟合多项式纹理映射技术之后, 形变后的图像整体表现出二次多项式纹理映射的特征, 图像形变的整体光滑性明显得到改善, 从而表现出更加合理的形变结果。这是由于根据 Levin 的研究结果, 如果采用二次多项式进行拟合, 最终得到的映射函数可以达到  $C^\infty$  连续<sup>[10]</sup>, 因此可以保证图像形变结果的光滑性。该纹理映射模型可以应用于任何使用控制网格的图像形变方法。同时, 该模型还可以作为现有线性纹理映射方法的增强和补充, 可广泛应用于计算机动画、计算机辅助设计、虚拟现实等领域, 提高纹理映射的整体光滑性。

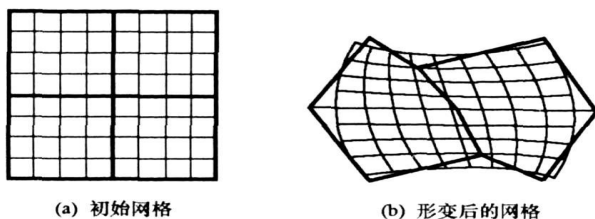


图 1 基于 MLS 的二次拟合多项式映射网格

Fig. 1 Quadric fitting polynomial mapping meshes based on MLS

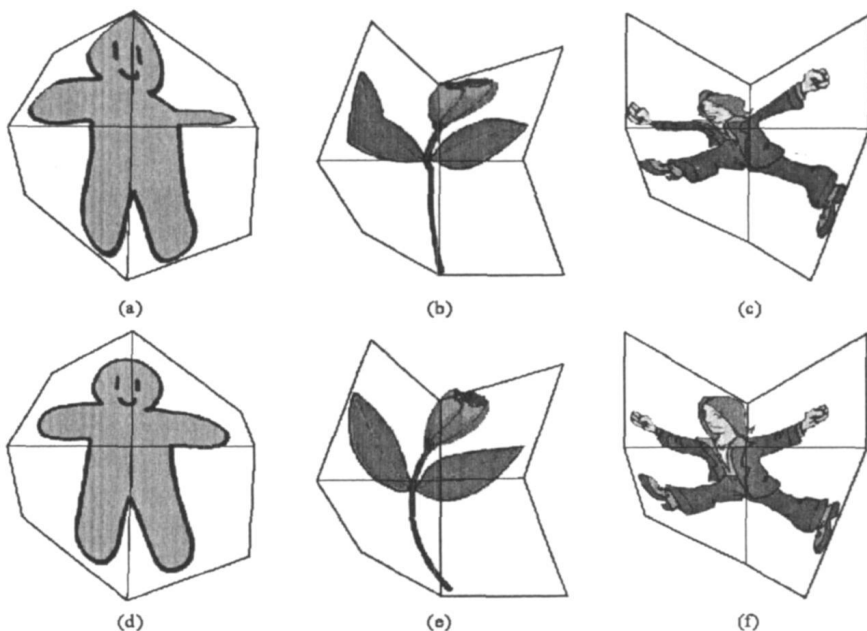


图 2 线性纹理映射与基于 MLS 的二次拟合多项式纹理映射应用于图像形变的结果对比

Fig. 2 Comparison between linear texture mapping and quadric fitting polynomial mapping based on MLS

## 参考文献:

- [1] Catmull E. Subdivision Algorithm for Computer Display of Curved Surfaces [D]. Department of Computer Science, University of Utah, Salt Lake City, Utah, 1974.
- [2] 薛军涛, 贺怀清, 张宇翔, 等. 典型纹理映射实现方法的研究[J]. 计算机工程, 2005, 31(S1): 211- 213, 255.
- [3] 张震宇, 陈怀楚, 曹亦明, 等. 一种利用图像邻域信息进行边界光滑的纹理识别的方法[J]. 计算机应用, 2004, 24(12): 25- 27.
- [4] Smythe D. A Two-pass Mesh Warping Algorithm for Object Transformation and Image Interpolation [R]. Tech. Rep. 1030, ILM Computer Graphics Department, Lucasfilm, San Rafael, Calif. 1990.
- [5] 熊岳山, 徐凯, 王彦臻, 等. 虚拟膝关节手术仿真系统的关键技术研究[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(1): 7- 80.
- [6] Wang Y, Xu K, Xiong Y, et al. 2D Shape Deformation Based on Rigid Square Matching [J]. Computer Animation and Virtual Worlds, 2008, 19(3- 4): 411- 420.
- [7] Lancaster P, Salkauskas K. Surfaces Generated by Moving Least Squares Methods[J]. Mathematics of Computation, 1981, 37(155): 141- 158.
- [8] 刘小虎, 张雄, 陆明万. 基于 MLS 的最小二乘配点法[C]// 第六届全国加权残值法及其工程应用学术会议, 北京, 2000.
- [9] 邵卫云, 张雄. 水泵水轮机全特性曲线的拟合—移动最小二乘近似[J]. 水力发电学报, 2004, 23(5): 102- 110.
- [10] Levin D. The Approximation Power of Moving Least-squares [J]. Mathematics of Computation, 1998, 7(224): 1517- 1531.