

文章编号: 1001- 2486(2009) 01- 0074- 06

# 基于因式分解 BP 的车载前视地表穿透 SAR 快速成像算法\*

王建, 张汉华, 周智敏, 宋 千, 金 添  
(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 车载前视地表穿透 SAR (VMFL-GPSAR) 属于双站 SAR 的范畴, 采用单站快速因式分解 BP (FFBP) 处理存在较大的误差。针对双站 SAR 模型分析 FFBP 的距离误差, 给出了极角采样率限制条件, 提出了双站 FFBP 算法, 通过合理设置子孔径中心提高聚焦效果, 并结合距离相位补偿和线性插值技术, 进一步提高聚焦精度。仿真和 VMFL-GPSAR 实际数据处理结果验证了双站 FFBP 算法, 成像效率可提高 2.31 倍。

**关键词:** 双站; 前视; 地表穿透合成孔径雷达; 快速因式分解后向投影; 实时成像

**中图分类号:** TN958 **文献标识码:** A

## Fast Factorized Backprojection Algorithm for Vehicle-mounted Forward-looking Ground Penetrating SAR

WANG Jian, ZHANG Han-hua, ZHOU Zhi-min, SONG Qian, JIN Tian

(College of Electronics Science and Technology, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The vehicle-mounted forward-looking ground penetrating SAR (VMFL-GPSAR) is a kind of bistatic SAR. Fast factorized backprojection (FFBP) originally developed for unistatic SAR fails to efficiently form well-focused VMFL-GPSAR image. A bistatic FFBP algorithm is derived after the analysis of the round trip range error of FFBP in VMFL-GPSAR. In the bistatic FFBP, the range error can be reduced by rational subaperture center configuration and by polar angle interval constraint. Besides, by combining range phase compensation and 2D linear interpolation, the bistatic FFBP can perform faster with the same focus precision. Simulation and VMFL-GPSAR raw data processing validate the bistatic FFBP algorithm, achieving a 2.31 times speedup.

**Key words:** bistatic; forward-looking; ground penetrating SAR; FFBP; real-time image formation

车载前视地表穿透合成孔径雷达 (VMFL-GPSAR) 是一种安全、高效、精确的浅埋目标探测传感器。VMFL-GPSAR 通过宽带信号获取距离高分辨率; 通过合成孔径原理获取方位高分辨率, 由于车辆前向运动无法在方位向形成合成孔径, 因此所需合成孔径一般通过在车顶运动的单天线<sup>[1]</sup> 模拟或通过阵列天线<sup>[2]</sup> 替代。阵列天线体制 VMFL-GPSAR 能够利用电控开关进行控制, 具有对前方高速扫描的能力。

由于 VMFL-GPSAR 属于发射位置固定的两个双站 SAR 之和, 采用传统频域 SAR 成像算法 (如  $\omega$ -K, RD) 处理 VMFL-GPSAR 数据存在以下缺点: (1) 引起图像畸变, 造成两幅双站 SAR 图像无法相干叠加; (2) 当合成孔径数目有限, 成像区域较大时, 算法效率不高。

采用时域后向投影 (BP) 进行 VMFL-GPSAR 成像具有以下优点: (1) 没有对孔径形式作限制, 适合有效处理双站 SAR 数据; (2) 能够保持目标的谐振响应, 对目标识别非常有益; (3) 可按需求对局部区域进行精细成像。但 BP 算法的计算量大、实时性差。

文献[3]给出了利用天线对称性降低计算量的改进 BP 算法, 但由于 VMFL-GPSAR 不满足对称特性, 因此该算法不适用。文献[4-6]提出了局部 BP (LBP), 将方位聚焦分成两级, 可将成像效率提高到  $O(N^{2.5})$ ; 若将方位聚焦推广到多级, 可将成像效率提高到  $O(N^2 \ln N)$ , 典型算法有: 四分树 BP (Quadtree BP, QBP)<sup>[7-10]</sup>、快速分级 BP (Fast Hierarchical BP, FHBP)<sup>[11-12]</sup> 和快速因式分解 BP (Fast Factorized BP, FFBP)<sup>[13]</sup>。QBP 和 FHBP 算法都是将粗分辨子图像投影到矩形网格上, 当积累角较大时, 图像边沿的聚焦效果降低; 若增加子图像网格, 虽可提高图像边沿的聚焦效果, 但将降低算法效率。

\* 收稿日期: 2008- 04- 21

作者简介: 王建 (1981-), 男, 博士生。

单站SAR的圆形等距离曲线,FFBP在极坐标下划分粗分辨率图像网格,降低网格内不同目标由于近似引起的距离(相位)误差,使得整幅图像的聚焦一致准确。由于VMFL-GPSAR的双程等距离曲线为椭圆,若仍按照FFBP孔径和子图像网格划分策略,引入的近似距离误差将较大。本文提出一种精度更高的相位补偿线性插值技术,提高高原FFBP的聚焦精度,在对双站SAR的距离近似误差分析的基础上,确定了极角采样限制条件和子孔径中心设置方法,得出了一种聚焦效果更好的双站FFBP算法。

### 1 VMFL-GPSAR模型下FFBP算法的原理

VMFL-GPSAR的几何模型如图1所示,发射天线 $P_{T1}(x_{T1}, y_{T1}, H_{T1})$ 、 $P_{T2}(x_{T2}, y_{T2}, H_{T2})$ 放置在阵列两端,以提高图像方位分辨率<sup>[2]</sup>。接收天线阵宽为 $L$ ,中心高度为 $H$ ,前方 $y_{min}$ 到 $y_{max}$ 长、 $x_{min}$ 到 $x_{max}$ 宽的区域为成像区域。目标地面坐标为 $P_I(x_I, y_I, 0)$ 和接收天线位置为 $P_R(x_R, 0, H_I)$ ,所有目标位置都参考地面三维坐标系。

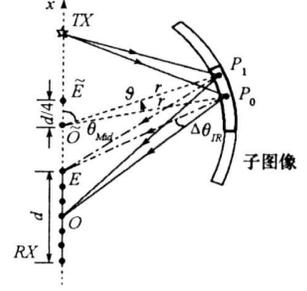
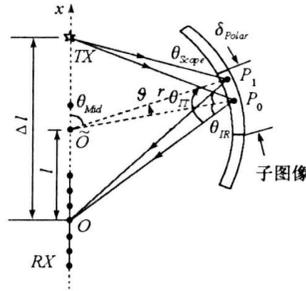
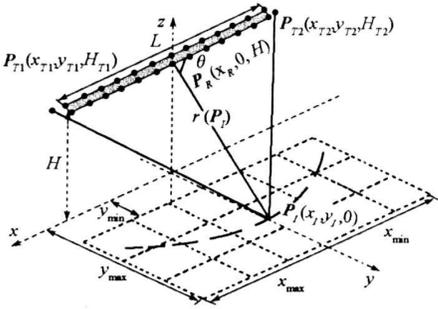


图1 VMFL-GPSAR的几何模型  
Fig.1 Geometric model of VMFL-GPSAR

图2 双站FFBP孔径中心误差  
Fig.2 Bistatic FFBP range error in the center of the subaperture

图3 双站FFBP孔径边沿误差  
Fig.3 Bistatic FFBP range error on the edge of the subaperture

对冲激信号体制SAR,以地平面为成像平面,BP算法的图像 $I(x_I, y_I)$ 可表示为

$$I(x_I, y_I) = \sum_{l=1}^L \left\{ s[t - \tau_{T1}(x_I, y_I, l)] + s[t - \tau_{T2}(x_I, y_I, l)] \right\}, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

其中电磁波从发射天线 $P_T$ 到图像点 $P_I$ 再到接收天线 $P_R$ 的总传输时间 $\tau_{Tn}(x_I, y_I, l)$ 为

$$\tau_{Tn}(x_I, y_I, l) = [ \sqrt{(x_I - x_{Tn})^2 + y_I^2 + H_{Tn}^2} + \sqrt{(x_I - x_{Rn})^2 + (y_I - y_{Rn})^2 + H_{Rn}^2} ] / c, \quad n = 1, 2 \quad (2)$$

BP算法的主要运算为累加、时延计算和插值。QBP、FHBP和FFBP算法从整个算法的结构出发,提高成像效率。

#### 1.1 单站FFBP的原理

文献[13]阐述了FFBP算法的逆向孔径分解原理,而正向孔径合并解释FFBP算法更利于编程仿真。实际上FFBP是由多级子孔径合并与坐标变换构成,方位分辨率逐级提高。FFBP效率提高的原理为:采用低分辨率子图像近似表示高分辨图像,通过限制近似误差控制最终图像的质量,因此FFBP算法存在聚焦效果和计算效率的折衷。

FFBP算法经过 $S$ 次合并后形成全孔径 $N = \prod_{s=0}^{S-1} F_s$ ,整数 $F_s$ 为每次合并的子孔径数目,则第 $s$ 次子孔径合并过程为

$$E_{s+1}(r_{s+1}, \theta_{s+1}, p) = \sum_{q=0}^{F_s-1} E_s(r_s, \theta_s, pF_s + q) \quad (3)$$

其中 $E_s$ 为第 $s$ 次合并后的极坐标子图像, $r_s, \theta_s$ 分别为子图像的极距和极角。孔径合并后,需要提高极角采样率以平衡误差,新的极距 $r_{s+1}$ 和极角 $\theta_{s+1}$ 在合并前的子图像中的位置为

$$\begin{cases} r_s = \sqrt{(r_{s+1} \sin \theta_{s+1})^2 + (r_{s+1} \cos \theta_{s+1} + C_{s+1, p} - C_{s, pF_s + q})^2} \\ \theta_s = \arcsin(r_{s+1} \sin \theta_{s+1} / r_s), \quad C_{s+1, p} = \sum_{q=0}^{F_s-1} C_{s, pF_s + q} / F_s \end{cases} \quad (4)$$

其中  $C_{s, p}$  为第  $s$  次合并后第  $p$  个子孔径方位中心。

(3) 式迭代的初始条件为原始回波, 由于原始回波本质上是以极坐标方式记录目标散射数据, 因此第 0 级子图像的角度采样点数为 1, 范围为  $\theta_{\min} \leq \theta_0 \leq \theta_{\max}$ , 由天线波数宽度决定; 极距方向采样点数为  $N_r$ , 范围为  $r_{\min} \leq r_0 \leq r_{\max}$ , 由接收机波门控制; 子孔径数目为 1, 中心与方位采样位置重合,  $C_{0, i} = x_i, i = 0, \dots, N_a$ 。其中  $N_r, N_a$  分别为原始回波矩阵的距离、方位采样点数。

FFBP 算法的关键在于合理设计  $r_s, \theta_s$  的采样率和采样数目<sup>[4 13]</sup>。若以最终图像的采样数目进行各级合并, 则算法效率没有提升; 而当子图像的采样率小于最终图像采样率时, 将产生聚焦误差, 其中当距离采样满足 Nyquist 采样定律即可控制距离误差; 角度误差通过 (5) 式控制。

$$|\Delta R| \leq \begin{cases} 2d \Delta \theta / 4, & d/2 \leq r \\ r \Delta \theta, & d/2 > r \end{cases} \quad (5)$$

即 FFBP 近似处理存在上限距离误差, 保持子孔径长度  $d$  和子图像的角采样率  $\Delta \theta$  的乘积不变, 则各次合并的上限误差也将相同, 只要距离误差造成的相位小于设定门限 (如  $\pi/4$ ), 就可保证 FFBP 算法的聚焦性能。文献 [1] 简要分析了误差门限与聚焦性能之间的关系。

第  $s$  次合并后, 孔径长度增加  $F_s$  倍, 子图像角度采样率也需要增加  $F_s$  倍。由于子图像是离散化的, 计算 (3) 式中的累加还需要进行二维插值, 相关插值方法可参考文献 [14]。原始 FFBP 在角度维作最近邻插值方法, 在极距维作频谱补零低通插值, 效率较高。其中极距维插值需要特别注意, 由于 SAR 系统的发射信号通常是带通, 需要进行带通插值<sup>[12]</sup>, 否则将引入很大的误差。仿真和大量实际数据处理表明, 线性插值的效率更高, 因此 (3) 式变为

$$E_{s+1}(r_{s+1}, \theta_{s+1}, p) = \sum_{q=0}^{F_s-1} \left\{ E_s(\nabla r_s \downarrow, \theta_s, pF_s + q) w e^{j\pi \nabla r_s / \lambda_c} + E_s(\uparrow r_s \blacktriangleleft, \theta_s, pF_s + q) (1-w) e^{j\pi \uparrow r_s \blacktriangleleft / \lambda_c} \right\} e^{-j\pi r_s / \lambda_c} \quad (6)$$

其中,  $\nabla r_s \downarrow, \uparrow r_s \blacktriangleleft$  分别为第  $s$  级子图像中小于、大于  $r_s$  的最近采样位置, 权系数  $w = (\uparrow r_s \blacktriangleleft - r_s) / (\uparrow r_s \blacktriangleleft - \nabla r_s \downarrow)$ 。(6) 式是提高 FFBP 插值精度的关键, 即使处理无相位的冲激 SAR 数据, 也需要严格按照处理, 除非极距采样率满足  $\Delta r_s \leq \lambda_{\min} / 8$ 。

FFBP 最高可将成像效率提高到原来的  $L / (P \log P)$  倍<sup>[13]</sup>,  $P$  为孔径分解因子。例如当孔径数为  $L = 64, P = 2$  时, FFBP 的成像效率比 BP 的提高 5.3 倍。

## 1.2 双站 FFBP 算法的原理

VMFL-GPSAR 是一种发射位置固定的双站 SAR。仿真表明, 采用单站 FFBP 算法进行双站成像是可行的, 但由于等相位曲线变为椭圆, 进行子孔径合并的误差变大, 因此需要提高极角采样率以降低误差, 从而造成了 FFBP 算法效率的降低。极角采样率的提高量与双站配置相关, 通过分析双站 FFBP 近似距离误差, 得出极角采样率要求。

基于极坐标, 将粗分辨子图像网格划分成“形”, 如图 2 所示, 发射天线位于  $TX$  处, 接收子天线阵  $RX$  的中心为  $O$ ,  $\Delta l$  为发射天线到  $O$  点的距离, 极坐标原点  $\tilde{O}$  的方位坐标为  $l, P_0$  为网格中心点,  $P_1$  为网格边沿点。采用中心  $P_0$  的值来近似表示  $P_1$  是存在误差的, 误差大小与  $P_1$  和  $P_0$  的双程距离误差有关, 其大小为

$$|\Delta r_{P_0 \leftarrow P_1}(l, 0)|_1 \approx |\sin \left\{ [\theta_T(l, 0) - \theta_R(l, 0)] / 2 \right\}| |\cos [\theta_{scope}(0) / 2]| |r \Delta \theta| \quad (7)$$

$\theta_T, \theta_R$  均为  $\tilde{O}$  位置  $l$  的函数。当  $l < 0$  或  $l > \Delta l$  时, 极坐标原点  $\tilde{O}$  位于发射和接收天线的连线之外。同理可以推导出双程距离误差为

$$|\Delta r_{Polar}(l, 0)|_2 \approx |\sin\left\{\left[\theta_T(l, 0) + \theta_R(l, 0)\right]/2\right\}| |\cos[\theta_{Scope}(0)/2]| |r \Delta \theta| \quad (8)$$

由于 $(\theta_T + \theta_R) \leq \pi$ , 可得 $|\Delta r_{Polar}|_1 \leq |\Delta r_{Polar}|_2$ , 即极坐标的原点置于收发天线之间的误差较小, 因此双站 FFBP 算法的关键是子孔径中心  $O$  的设置。实验表明, 当子孔径中心设为发射和接收天线位置的中点, 子图像的角采样率最低, FFBP 算法的效率最高, 因此(4)式最后一项变为

$$C_{st, 1, p} = \sum_{q=0}^{F_s-1} \left( C_{s, p}^{F_s+q} + xT_n \right) / (2F_s), \quad n = 1, 2 \quad (9)$$

图 2 和(7)式描述了子孔径中心  $O$  的误差, 图 3 是子孔径边沿  $d/2$  位置上  $E$  点的距离误差示意图, 其距离误差为

$$\Delta r_{Polar}(l, d/2) = r(P_0, d/2) - r(P_1, d/2) \approx \sin\left[\frac{\theta_T(l, d/2) - \theta_R(l, d/2)}{2}\right] \cos\left[\frac{\theta_{Scope}(d/2)}{2}\right] r \Delta \theta \quad (10)$$

(10) 式是双站 SAR 双程距离误差的精确表达式, 距离误差的上界为

$$\begin{aligned} |\Delta r(l, d/2)| \leq & \left| \sqrt{r^2 + (l-d/2)^2} + 2(l-d/2)r \cos \theta_{Mid} - \sqrt{r^2 + (l-d/2)^2} + 2(l-d/2)r \cos(\theta_{Mid} - \vartheta) \right| \\ & + \left| \sqrt{r^2 + (\Delta l-l)^2} - 2(\Delta l-l)r \cos \theta_{Mid} - \sqrt{r^2 + (\Delta l-l)^2} - 2(\Delta l-l)r \cos(\theta_{Mid} - \vartheta) \right| \\ \leq & \begin{cases} \Delta l \Delta \theta / 4 & \Delta l / 2 \leq r \\ r \Delta \theta / 2 & \Delta l / 2 > r \end{cases} + \begin{cases} (\Delta l + d) \Delta \theta / 4 & (\Delta l + d) / 2 \leq r \\ r \Delta \theta / 2 & (\Delta l + d) / 2 > r \end{cases} \\ \leq & \begin{cases} (2\Delta l + d) \Delta \theta / 4 & (\Delta l + d) / 2 \leq r \\ r \Delta \theta & (\Delta l + d) / 2 > r \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

该上界与单站 FFBP 类似, 按照(11)式确定的误差界划分子孔径和子图像网格, 可以保证最终图像质量, 但是效率不是最优的。对比(10)、(11)式可知: 一般情况下, 前者的值远小于后者, 因此在实际成像时, 可尝试进一步将图像网格稀疏化, 在可容忍图像质量下获得最高的 FFBP 算法效率。

## 2 VMFL-GPSAR 模型下 FFBP 算法的性能评估

通过聚焦性能和算法效率对 FFBP 算法进行评估。第一步评估聚焦效果, 取系统的 0.1m 角反射器的响应作为仿真信号, 如图 4 所示, 该信号的 -10dB 带宽为 700MHz, 不考虑天线和通道对发射信号的影响, 同时忽略射频干扰(RFI)的影响。仿真数据的方位采样点数为 128, 将 FFBP 的孔径分解为  $4 \times 4 \times 4 \times 2$ , 双站 FFBP 按照(9)式设置子孔径中心, 初始角采样率为 5.82。单站 FFBP 按照(4)式设置子孔径中心, 初始角采样率为 5.82°, 2.91°, 1.45° 和 0.73°。

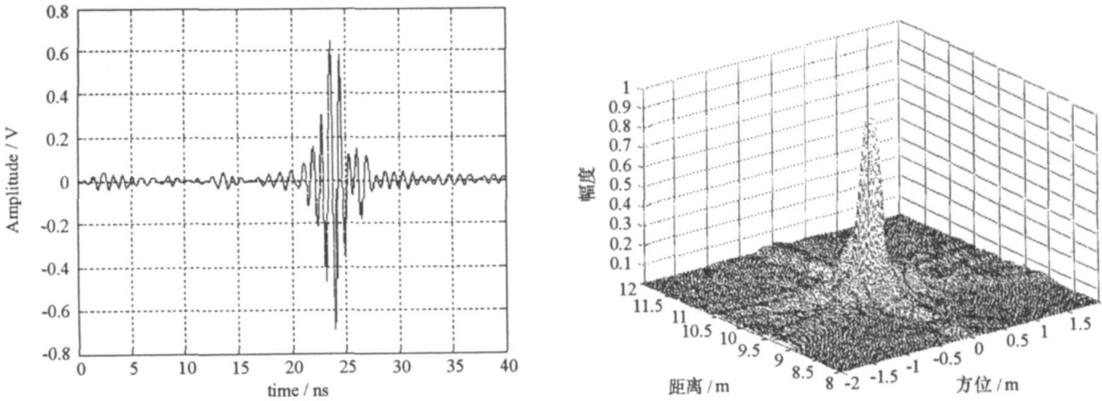


图 4 仿真波形和 BP 图像

Fig. 4 Simulation waveform and BP image

仿真数据的 BP 图像见图 4, 单站 FFBP 的图像如图 5 所示。定义 BP 图像与 FFBP 图像之差为残留图像, 在不同角采样率下, 残留图像的峰值幅度分别为 -2.06dB、-4.11dB、-12.90dB 和 -34.74dB。由于单站 FFBP 的孔径中心选取不当, 聚焦性能下降; 将角采样率提高 8 倍方可获得理想的聚焦效果, 但是

算法效率急剧下降。结果表明了双站 FFBP 子孔径中心选取的有效性。

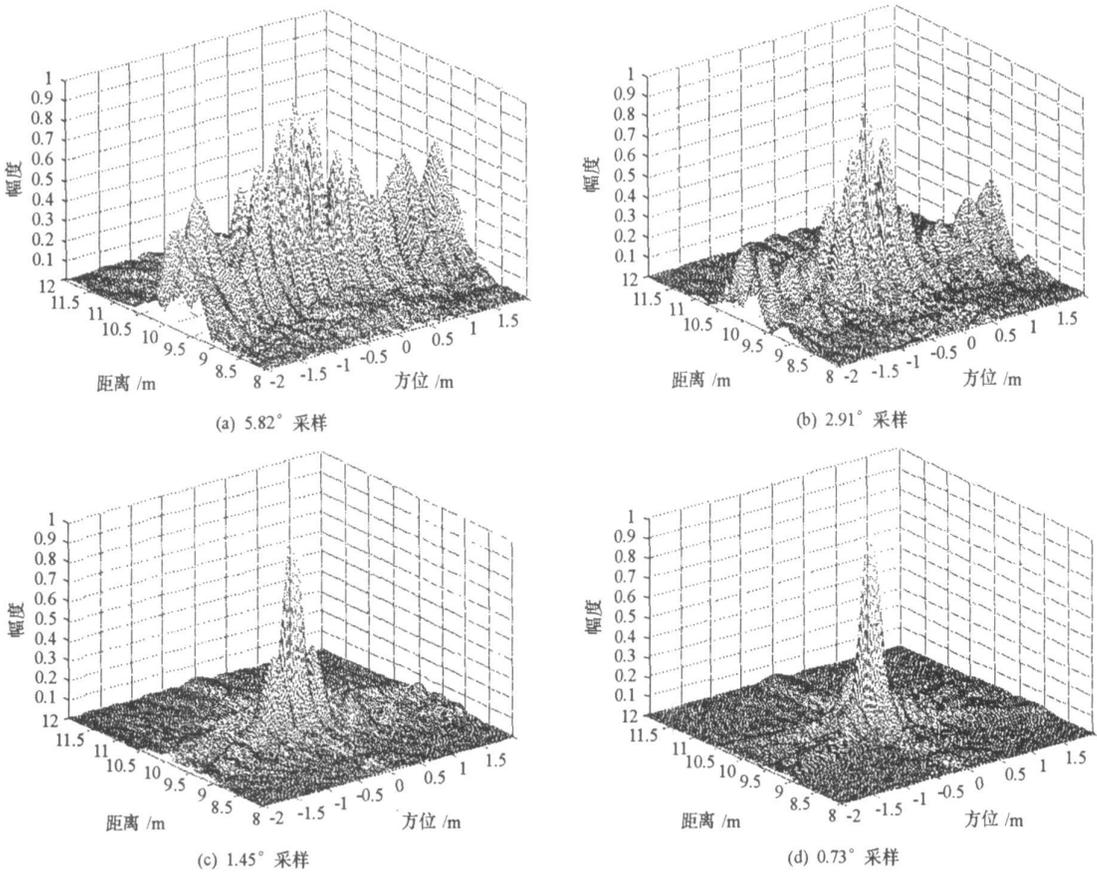


图5 不同极角采样率下,单站 FFBP 算法的点目标仿真图像

Fig. 5 Unistatic FFBP image of a simulated point target formed with different polar angle sampling rate

采用双站 FFBP 处理的图像和残留图像如图 6 所示,直接插值的点目标图像的旁瓣被明显抬高,峰值残留幅度为 $-15.12\text{dB}$ ;而采用(6)式描述的相位补偿的插值,获得的图像聚焦非常理想,峰值残留幅度约为 $-40.02\text{dB}$ 。结果表明了相位补偿插值的有效性。

以上两个实验验证了双站 FFBP 算法的有效性,表 1 的定量结果进一步验证了该结论。

表 1 双站 FFBP 与 BP 所得图像指标的对比

Tab. 1 Comparison of image quality between bistatic FFBP and BP

算法	距离分辨率(m)	距离 ISLR( dB)	方位分辨率(m)	方位 ISLR( dB)	剩余图像峰值误差( dB)
BP	0.2350	- 10.0759	0.1975	- 10.4566	—
双站 FFBP	0.2350	- 9.1079	0.1975	- 10.3588	- 40.02

评估运算效率选用的软件为 Window XP 系统下的 Matlab 6.5, 图像大小为  $10\text{m} \times 10\text{m}$ , 像素间隔为  $0.025\text{m}$ 。每种算法重复执行 50 次以减小时间波动,实测 BP 算法的成像时间为  $20.5169\text{s}$ , 双站 FFBP 的成像时间为  $8.883\text{s}$ , 效率提高 2.31 倍,与理论 5.3 倍存在差异主要在于理论值未计入插值的计算量。

利用 FFBP 对实测数据进行处理,目标区包含一列  $0.1\text{m}$  角反射器,对应 FFBP 图像如图 7 所示。

### 3 结束语

从正向孔径合并的角度阐述了单站 FFBP 算法的原理;提出了一种精度更高的相位补偿线性插值技术,提高了 FFBP 的聚焦精度;详细分析了双站 SAR 的距离误差,给出了极角采样限制条件,通过合理设置子孔径中心,得出了一种聚焦效果更好的双站 FFBP 算法。该算法在实际的 VMFL-GPSAR 系统中已获得了成功应用,也能够有效应用于轨道双站 SAR 系统和机载双站 SAR 系统之中。

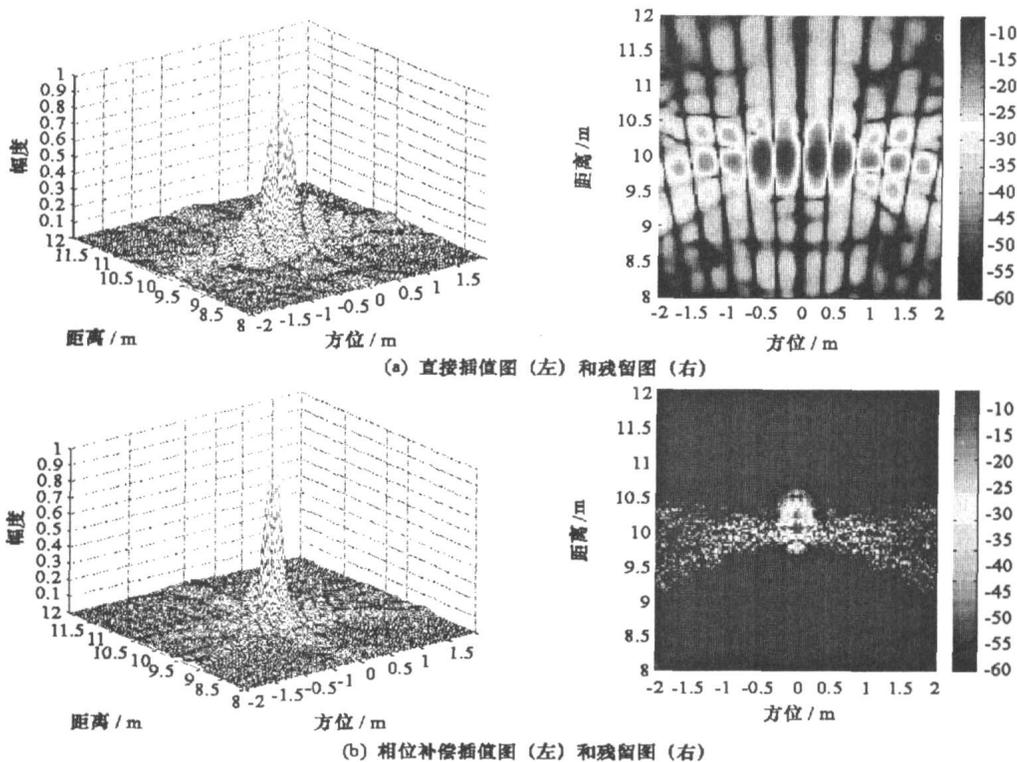


图 6 双站 FFBP 算法的点目标仿真图像

Fig. 6 Bistatic FFBP image of a simulated point target

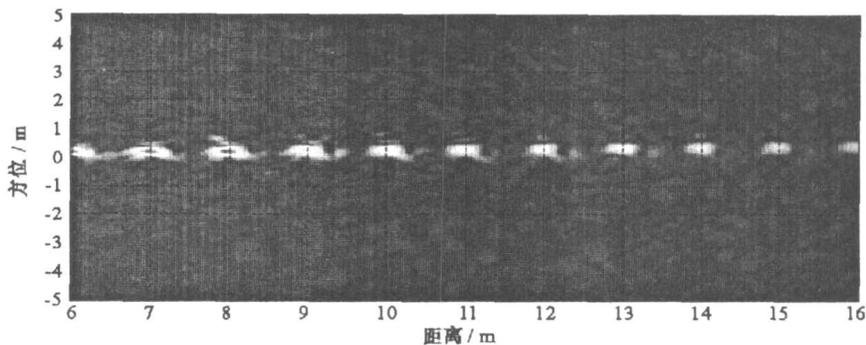


图 7 实测 VMFL-GPSAR 数据的双站 FFBP 图像

Fig. 7 Bistatic FFBP image of the echoes from VMFL-GPSAR

## 参考文献:

- [1] Kositsky J, Cosgrove R, Amazeen C, et al. Results from a Forward-looking GPR Mine Detection System[C]//Proc. of SPIE, 2002, 4742:206-217.
- [2] Bradley M, Witten T, Duncan M, et al. Mine Detection with a Forward-looking Ground-penetrating Synthetic Aperture Radar[C]//Proc. of SPIE, 2003, 5089:334-347.
- [3] 董臻. UWB-SAR 信息处理中的若干问题研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2001.
- [4] Yegulalp A F. Fast Backprojection Algorithm for Synthetic Aperture Radar[C]//IEEE Radar Conf., Waltham, Massachusetts, USA, 1999: 60-65.
- [5] 李肖东. 基于相参子孔径机载 SAR 高分辨成像技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2005.
- [6] 金添. 超宽带合成孔径雷达高效成像算法[D]. 长沙:国防科技大学, 2007.
- [7] McCorkle J, Rofhean M. An Order  $N^2 \log N$  Backprojector Algorithm for Focusing Wide-angle Wide-bandwidth Arbitrary Motion Synthetic Aperture Radar[C]//SPIE AeroSense Conf., Orlando, USA, 1996, 2747:25-36.
- [8] 刘光平. 超宽带合成孔径雷达高效成像算法[D]. 长沙:国防科技大学, 2003.
- [9] 余洪涛, 董宁宁, 田建峰. 超宽带 SAR 成像的快速 BP 算法[J]. 空军工程大学学报, 2005, 6(5): 59-62.
- [10] Oh S, McClellan J H. Multiresolution Imaging with Quadtree Backprojection[C]//35<sup>th</sup> Asilomar Conf. on Signals Systems & Computers, 2001: 105-109.
- [11] Basu S, Bresler Y.  $O(N^2 \log_2 N)$  Filtered Backprojection Reconstruction Algorithm for Tomography[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000, 9(10): 1760-1773.
- [12] Xiao S, Munson D, Basu S, et al. An  $N^2 \log N$  Back-projection Algorithm for SAR Image Formation[C]//34<sup>th</sup> Asilomar Conf. on Signals Systems & Computers, Pacific Grove, CA, 2000: 1-5.
- [13] Ulander L M H, Hellsten H, Stenstrom G. Synthetic-aperture Radar Processing Using Fast Factorized Back-projection[J]. IEEE Trans. on AES, 2003, 39(3): 760-776.
- [14] Lehmann T M, G-Lmner C, Spitzer K. Survey: Interpolation Methods in Medical Image Processing[J]. IEEE Trans. Medical Imaging, 1999, 18(1): 1049-1075.