

文章编号: 1001- 2486(2009) 02- 0025- 06

# 从空间站出发的奔月轨道设计\*

彭祺擘, 李海阳, 李 楨, 唐国金

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 由于空间站的运行轨道在惯性空间是已经确定的, 因此对于基于空间站组装的月球探测器, 需要对其奔月轨道做出专门设计。本文结合月球的运动规律, 建立了完整的奔月轨道数学模型, 并结合工程的实际背景, 给出了相应的约束条件, 从而将轨道设计问题转化为求解满足一系列约束条件的轨道动力学方程。然后通过选取合理的优化目标和约束参数, 利用遗传算法和 SQP 算法进行求解, 计算得到了满足条件的奔月轨道参数。最后, 将得到的初步设计结果, 与 STK 计算结果进行了比较, 进一步验证了结论的正确性。

**关键词:** 地球停泊轨道; 轨道设计; 约束条件; 优化目标; STK

**中图分类号:** V412. 41      **文献标识码:** A

## Trans-lunar Trajectory Design of Lunar Probe Launched from Space Station

PENG Qi-bo, LI Hai-yang, LI Zhen, TANG Guo-jin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Because of the fixed orbit of the space station in inertia space, it is important to design the trans-lunar trajectory of the probe based on the space station assembly. In this paper, considering the kinematic law of the moon, an integrated mathematical model for trans-lunar trajectory design is established, and the constraint conditions are presented according to practical situations in engineering. Then the main problem for orbit design is to solve the orbit dynamics equation in some constraint conditions. Appropriate objectfunction and constraint conditions are chosen, and the equation is solved by using genetic algorithm and SQP method. The parameters of trans-lunar trajectory are calculated by using numerical method. Finally, by a comparison with the data gained from STK, the results are validated.

**Key words:** earth parking orbit; orbit design; constraint condition; optimization objective; STK

基于空间站组装的登月方式是指将飞行器分部分发射到近地空间站上, 在空间站上完成组装后执行登月任务。采用这种方式可以在现有运载能力的条件下, 将更大质量的有效载荷发射到月球, 从而为执行更复杂的月球探测或载人登月任务创造条件<sup>[1-2]</sup>。然而若采用这种登月方式, 飞行器从近地出发的停泊轨道就已经确定, 即为空间站运行轨道, 倘若为实现奔月任务而在近地轨道实施变轨策略, 特别是改变轨道面, 则需要消耗更多的能量, 因此为了尽量减少推进剂的消耗, 直接对从已定地球停泊轨道出发的奔月轨道做出设计有着重要的意义。

将圆锥曲线拼接法与历表相结合, 是一种快速设计月球卫星地月转移轨道的方法。此方法基于双二体模型假设, 是一种无需轨道积分的纯代数计算方法, 具有速度快、精度高的特点, 可用于月球卫星转移轨道的初步设计<sup>[3]</sup>。将初步设计获得的参数作为精确设计的初值, 能大大缩短精确轨道设计参数的时间。

在本文中, 奔月轨道采用目前常用的椭圆轨道方案, 只在近地和到达月球时施加速度冲量, 而不考虑中途变轨。即从固定的地球停泊轨道出发, 在 A 点施加一个速度冲量, 将飞行器推入奔月轨道; 当到近月点时, 施加一个反向速度冲量, 使其进入环月轨道, 如图 1 所示。在轨道设计初期, 不考虑中途修正, 只给出相应的轨道方案参数, 并认为初始的地球停泊轨道和到达的环月轨道均为圆轨道。

\* 收稿日期: 2008- 10- 22

作者简介: 彭祺擘(1982—), 男, 博士生。

在此假设的前提下, 本文将利用双二体模型对从空间站出发的飞行器奔月轨道做出初步设计, 并给出与 STK 计算得到结果的比较。需要指出与地面直接发射的登月方式不同的是, 奔月轨道模型的求解不仅要考虑出发停泊轨道倾角的约束, 同时应满足出发停泊轨道升交点赤经和飞行器出发时刻纬度幅角的约束要求, 由于约束变量较多, 本文将其转化为优化问题, 通过引入相关算法进行求解。

## 1 数学模型

### 1.1 设计变量的选取

设计变量的选取可以有多种方式, 针对本文所研究的问题, 主要选取以下参数作为设计变量, 其余的轨道参数均根据设计变量求得, 设计变量的选取如图 2 所示<sup>[3]</sup>。

- 1) 飞行器从已定停泊轨道的出发时刻  $t_A$ ;
- 2) 入口点  $B$  的月心经度  $\lambda_B$ 、月心纬度  $\varphi_B$ ;
- 3) 飞行器相对白道面轨道倾角  $i^L$ ;
- 4) 飞行器在  $B$  点的月心速度矢量  $v_B^L$  与月心位置矢量  $r_B^L$  反方向夹角  $\varepsilon$ 。

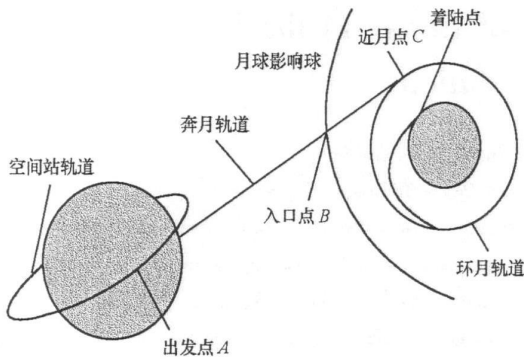


图 1 地月转移轨道

Fig. 1 Earth-moon transfer trajectory

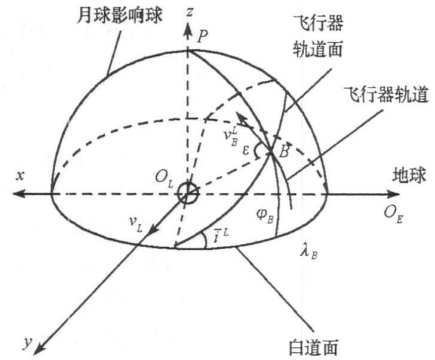


图 2 月球影响球处探测器轨道示意图

Fig. 2 Orbit parameters at influence zone of the lunar gravity where the explorer arrives

### 1.2 轨道参数求解

采用双二体模型, 相应轨道参数可根据圆锥曲线特性求得, 从而进一步求得:

地心段飞行时间:

$$\Delta t^E = \sqrt{\frac{a^3}{\mu_E}} \left[ \left( E_B^E - E_A^E \right) - e^E \left( \sin E_B^E - \sin E_A^E \right) \right] \quad (1)$$

$A$  点需要施加的速度冲量:

$$\Delta v_A = v_A^E - v_E \quad (2)$$

月心段飞行时间:

$$\Delta t^L = \sqrt{\frac{(-a^L)^3}{\mu_L}} \left( e^L \sinh H_B^L - H_B^L \right) \quad (3)$$

$C$  点需要施加的速度冲量:

$$\Delta v_C = v_C^L - v_C \quad (4)$$

双二体模型的建立以及上式中各参数的求解在文献[3]中给出了详细介绍, 这里不再进行说明。

### 1.3 约束参数的求解

对于从空间站出发的飞行器, 其约束参数主要包括出发时的地球停泊轨道参数和到达的环月轨道参数。下面给出根据设计变量来求解这些参数的方法。在地月转移轨道的数学模型中, 根据由设计变量求得的地心段参数, 可求出在白道坐标系下探测器在转移点  $A$  相对于地球的位置矢量  $r_A^E$  和速度矢量

$v_A^{E[4]}$ 。而设在地心惯性坐标系中, 探测器在  $A$  点的位置矢量为  $R_A$  和速度矢量为  $V_A$ , 则可得

$$\begin{cases} R_A = M^T r_A^E \\ V_A = M^T v_A^E \end{cases} \quad (5)$$

其中  $M = R_z(u_L) R_x(i_L) R_z(\Omega_L)$ , 为  $t_A$  时刻地心惯性坐标系到月心白道坐标系的转换矩阵。 $\Omega_L$ 、 $i_L$  和  $u_L$  为  $t$  时刻地心惯性坐标系与月心白道坐标系之间的欧拉角。这些欧拉角和时间相关, 利用行星/月球历表可查出相应时刻的值, 当不需要高精度的月球位置和速度时, 这些欧拉角由从月球运动分析理论得到的一些简化公式来算得<sup>[5]</sup>。

因此给定一组设计变量, 就可以求出月球探测器出发时的地球停泊轨道参数在地心惯性坐标系中的取值<sup>[4]</sup>:

$$\cos i_E = \frac{h_Z}{h} \quad (6)$$

$$\tan \Omega_E = \frac{h_X}{-h_Y} \quad (7)$$

$$\tan u_{AE} = \left( \frac{Z_A}{Y_A \sin \Omega + X_A \cos \Omega} \right) \sin i \quad (8)$$

其中  $i_E$  为停泊轨道倾角,  $\Omega_E$  为升交点赤经,  $u_{AE}$  为  $A$  点的纬度幅角,  $h = R_A \times V_A$ 。

同样, 在地月转移轨道的数学模型中, 根据月心段参数, 可求出在白道坐标系下近月点  $C$  相对地球的位置矢量  $r_C^L$  和速度矢量  $v_C^{L[4]}$ 。为了计算探测器相对月球赤道的轨道倾角  $i'$ , 设在地心惯性坐标系和在月固坐标系中, 探测器在近月点  $C$  的位置矢量和速度矢量分别为  $R_C$ 、 $V_C$  和  $r_C'$ 、 $v_C'$ , 则

$$\begin{cases} R_C = M^T r_C^L + R_L(t_C) \\ V_C = M^T v_C^L + V_L(t_C) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $M$  为  $t_C$  时刻地心惯性坐标系到月心白道坐标系的转换矩阵。

$$\begin{cases} r_C' = \hat{M}(R_C - R_L(t_C)) \\ v_C' = \hat{M}(V_C - V_L(t_C)) + \hat{M}(V_C - V_L(t_C)) \end{cases} \quad (10)$$

其中  $\hat{M} = R_z(\hat{u}_L) R_x(\hat{i}_L) R_z(\hat{\Omega}_L)$ , 为  $t_C$  时刻地心惯性坐标系到月固坐标系的转换矩阵。 $\hat{\Omega}_L$ 、 $\hat{i}_L$  和  $\hat{u}_L$  为  $t$  时刻地心惯性坐标系与月固坐标系之间的欧拉角, 设  $\hat{N}_L$  为月球赤道相对于地球赤道的升交点, 则  $\hat{\Omega}_L$  为该升交点赤经、 $\hat{u}_L$  为该升交点至月球起始子午线的夹角、 $\hat{i}_L$  为地球赤道与月球赤道的夹角, 可以根据坐标转换计算得到<sup>[6]</sup>。

于是得到最后环月轨道在月固坐标系中的倾角  $i_L^{[4]}$ :

$$\cos i_L = \frac{h_Z}{h} \quad (11)$$

其中,  $h = r_C' \times v_C'$ 。

#### 1.4 求解方程的建立

对于从空间站出发的飞行器来说, 其奔月轨道设计不仅要满足环月轨道的约束, 同时要满足出发前停泊轨道的约束。因此主要的约束变量有: 出发时地球停泊轨道的轨道半径  $r_{E0}$ 、轨道倾角  $i_{E0}$ 、升交点赤经  $\Omega_{E0}$  和出发点的纬度幅角  $u_{AE0}$ ; 环月轨道的轨道半径  $r_{L0}$  和轨道倾角  $i_{L0}$ 。

这就需要对设计变量进行合理选取, 使得通过轨道求解模型计算后得到的  $r_A^E$ 、 $i_E$ 、 $\Omega_E$ 、 $u_{AE}$ 、 $r_C^L$ 、 $i_L$  的值满足以上的约束条件, 其中出发时地球停泊轨道的轨道半径  $r_A^E$  在求解过程中可直接作为已知参数输入。因此, 奔月轨道的设计可以转化为主要求解满足方程(12)的设计变量。

$$\begin{cases} i_E(t_A, \lambda_B, \varphi_B, i_L, \varepsilon) = i_{E0} \\ \Omega_E(t_A, \lambda_B, \varphi_B, i_L, \varepsilon) = \Omega_{E0} \\ u_{AE}(t_A, \lambda_B, \varphi_B, i_L, \varepsilon) = u_{AE0} \end{cases} \begin{cases} r_L^C(t_A, \lambda_B, \varphi_B, i_L, \varepsilon) = r_{L0} \\ i_L(t_A, \lambda_B, \varphi_B, i_L, \varepsilon) = i_{L0} \end{cases} \quad (12)$$

## 2 计算方法

### 2.1 计算模型

由于设计变量较多, 方程复杂, 故直接对(12)进行求解难度较大。这里将其转化为优化问题来求解, 通过建立合理的优化模型, 得到满足方程的解。

根据方程, 构造优化模型的目标函数为

$$J = \frac{|i_E - i_{E0}|}{K_1} + \frac{|\Omega_E - \Omega_{E0}|}{K_2} + \frac{|u_{AE} - u_{AE0}|}{K_3} + \frac{|i_L - i_{L0}|}{K_4} + \frac{|r_L - r_{L0}|}{K_5} \rightarrow \min \quad (13)$$

其中,  $K_1 \sim K_5$  为相应的比例因子, 为了使各项的值在同一量级, 取  $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 1^\circ$ ,  $K_5 = 10\text{km}$ 。通过优化方法, 计算使得  $J$  达到最小的设计变量的值, 当  $J = 0$  时, 所求轨道严格满足约束条件。

另外, 这种登月模式一般作为载人登月飞行计划, 考虑到飞船环控生保系统的能力, 因此需要对奔月过程所需要的时间做出约束; 同时根据工程实际能力的要求, 还需要对奔月过程燃料消耗作出约束。因此可结合工程背景, 在利用优化方法求解时, 分别对地心段和月心段的飞行时间及转移速度冲量给出约束

$$\begin{cases} \Delta t^E < \Delta t_0^E \\ \Delta t^L < \Delta t_0^L \end{cases} \begin{cases} \Delta v_A < \Delta v_{A0} \\ \Delta v_C < \Delta v_{C0} \end{cases} \quad (14)$$

另外, 根据 1.2 节模型建立要求, 约束地心段转移轨道为椭圆轨道, 即

$$e < 1 \quad (15)$$

### 2.2 数值求解算法

目前常使用的搜索算法有最速下降法、爬山法、遗传算法、序列二次规划方法(SQP)等。其中遗传算法是基于全局的搜索算法, 虽需要进行大量的遗传过程计算, 但由于模型并未用到轨道积分运算, 故不会因收敛速度太慢而消耗大量时间。同时由于其应用范围的广泛性和搜索结果的全局性, 因此有较好的应用前景。而 SQP 算法是目前最为有效的求解非线性规划的方法之一。所以针对本模型, 在此使用了 SQP 算法与遗传算法结合的混合遗传算法, 即先用遗传算法进行计算, 然后将其结果作为 SQP 算法的初值来进一步求解, 其计算过程如图 3。

## 3 仿真算例

### 3.1 搜索条件

设计变量的搜索范围假设如下:

初始入口点  $B$  的经度范围:  $\lambda_B = [-180^\circ, 180^\circ]$ ; 初始入口点  $B$  的纬度范围:  $\varphi_B = [-15^\circ, 15^\circ]$ ;  $v_B^L$  与  $r_B^L$  反方向夹角范围:  $\varepsilon = [-5^\circ, 5^\circ]$ ; 月球卫星轨道相对白道倾角范围:  $i^L = [80^\circ, 100^\circ]$ ; 每天发射的时间范围:  $t = [0\text{h}, 24\text{h}]$ 。

约束条件假设:

空间站轨道高度:  $h_{E0} = 343\text{km}$ ; 轨道倾角:  $i_{E0} = 42^\circ$ ; 轨道升交点赤经:  $\Omega_{E0} = -10^\circ$ ; 2008. 4. 25 零时飞行器的纬度幅角:  $u_{E0} = 0^\circ$ ; 出发轨道加速点速度倾角:  $\Theta_A = 0^\circ$ ; 到达的环月轨道高度:  $h_L = 200\text{km}$ ; 到达的环月轨道倾角:  $i_{L0} = 90^\circ$ ; 出发点  $A$  速度增量:  $\Delta v_A < 3200\text{m/s}$ ; 出发点  $B$

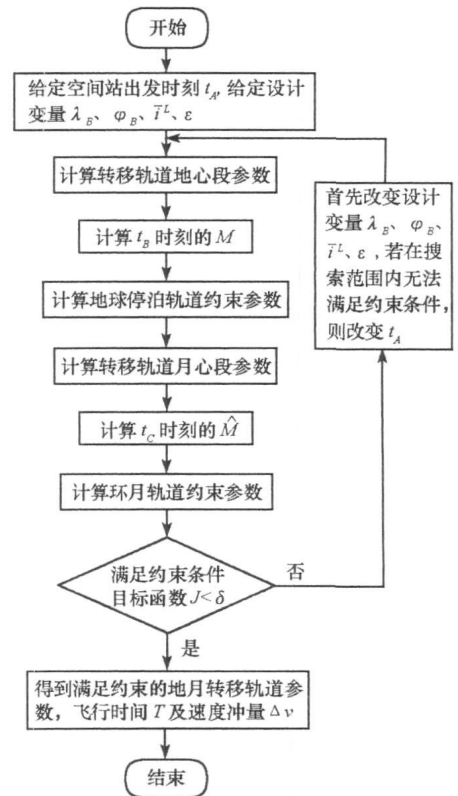


图 3 奔月轨道计算流程

Fig. 3 The process of the mathematical solution

速度增量:  $\Delta v_C < 950\text{m/s}$ ; 地心段飞行时间:  $\Delta t^E < 100\text{h}$ ; 月心段飞行时间:  $\Delta t^L < 20\text{h}$ .

### 3.2 仿真结果

针对 2008.4.20–2008.6.10 这一时间段进行搜索, 计算满足以上约束条件的结果。这里给出满足约束的部分结果, 如表 1 所示。

从表 1 中可以看出, 所得到的结果可以较好地满足出发空间站轨道和所要达到环月轨道参数的约束, 其误差较小。下面进一步给出与 STK 软件计算结果的比较。

表 1 满足约束条件的可行轨道

Tab.1 Orbital parameters that satisfied with restricting conditions

	$t_A$	2008.4.26	2008.4.27	2008.4.27	2008.5.9	2008.5.9	2008.5.10
		20.9490h	2.9997h	6.0896h	8.9836h	18.1772h	21.1776h
设计变量	$\lambda_B(^{\circ})$	65.000	60.000	55.000	65.000	60.000	55.000
	$\varphi_B(^{\circ})$	7.468	-7.256	6.923	-7.4649	7.1755	-6.9291
	$i^L(^{\circ})$	93.392	93.804	94.257	93.351	94.134	94.380
	$\varepsilon(^{\circ})$	4.725	-4.627	4.458	-4.737	4.611	-4.481
约束参数	$i_E(^{\circ})$	42.000	42.000	42.000	42.000	42.000	42.002
	$\Omega_E(^{\circ})$	-10.087	-10.011	-10.760	-9.947	-9.458	-9.972
	$u_{AE}$ 误差( $^{\circ}$ )	0.003	0.006	0.004	-0.005	0	0
	$i_L(^{\circ})$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
	$r_C^L(\text{km})$	199.980	199.967	200.019	200.025	200.000	200.000
速度冲量	$\Delta v_A(\text{m/s})$	3097.316	3098.506	3101.420	3097.006	3098.954	3100.815
	$\Delta v_C(\text{m/s})$	-780.426	-787.794	-801.838	-779.553	-789.042	-799.800
飞行时间	$\Delta t^E(\text{h})$	80.918	75.856	70.175	81.384	75.355	70.684
	$\Delta t^L(\text{h})$	18.954	18.589	17.948	18.999	18.530	18.037

### 3.3 与 STK 计算结果的比较

与前面计算不同的是, 利用 STK 进行轨道设计是正向搜索的思想, 即给定地心段轨道的参数来确定月心段轨道参数, 并通过对地心轨道参数的搜索, 以满足月心段轨道的约束。利用 STK 进行轨道参数求解, 对设计变量的选取要求非常高, 倘若初值选取不当, 往往会导致计算不收敛或是收敛时间特别长。因此, 如何选取合理的计算初值是问题求解的重点。本文在前面的轨道设计中, 已经初步得到了一些满足约束条件的奔月轨道参数, 其中包括出发时刻  $t_A$  和施加的两次速度冲量  $\Delta v_A$ 、 $\Delta v_C$ , 因此将这些参数作为高精度轨道参数求解的初值进行计算是一种很好的思路。将前面计算得到的结果作为初值代入 STK 中进行计算, 可以使程序很快收敛, 得到满足约束条件的结果。表 2 给出了两组将前面计算得到的轨道参数作为初值代入 STK 后的计算结果, 其中表中无小数点的数据表示计算时直接输入的参数, 即严格满足设计条件, 而带小数点的数据则是通过计算得到的结果。

表 2 与 STK 计算结果的比较

Tab.2 Comparing with results calculated by STK

		第一组		第二组	
		初步设计	精确设计	初步设计	精确设计
出发时刻		2008.4.26	2008.4.26	2008.4.27	2008.4.27
		20.9490h	20.9208h	2.9997h	3.0161h
约束参数	地球停泊轨道的倾角( $^{\circ}$ )	42.000	42	42.000	42
	地球停泊轨道升交点赤经( $^{\circ}$ )	-10.087	-10	-10.011	-10
	出发时刻纬度幅角误差( $^{\circ}$ )	0.003	0	0.006	0
	环月轨道的轨道倾角( $^{\circ}$ )	90.000	89.9994	90.000	90.000
	环月轨道高度(km)	199.980	200.033	199.967	200.021
速度	A 点速度增量(m/s)	3097.32	3092.43	3098.51	3093.29
冲量	C 点速度增量(m/s)	-780.426	-780.427	-787.794	-787.794

从表中可以看出,初步设计和利用 STK 进行设计得到的结果相差不大,同时将初步设计得到的轨道参数作为初值代入 STK 后可以很快收敛,得到的结果能很好地满足约束条件,符合轨道设计要求,可以为工程方案进一步提供更加精确的奔月轨道参数。

## 4 结论

本文将目前比较成熟的双二体模型应用于从空间站出发的月球探测器轨道设计中去,建立了奔月轨道求解的数学模型。并利用数值算法,通过选取合理的优化目标和约束参数,计算得到了满足条件的奔月轨道。然后,进一步给出了利用 STK 进行轨道设计的结果,与本文提出的轨道初步设计结果进行了比较,从而验证了文中得到结果的正确性。本文提出的轨道设计思路,可以为采用这种登月模式的轨道初步设计提供参考。

## 参考文献:

- [1] Charles P L, Karen D B. Technology Development, Demonstration and Orbital Support Requirements for Manned Lunar and Mars Missions[R]. NASA TM 101666, 1990.
- [2] John G C, John W A. Use of the International Space Station as a Spaceport[C]//AIAA 1<sup>st</sup> Space Exploration Conference. Florida, Feb. 2005.
- [3] 郗晓宁, 曾国强, 任萱, 等. 月球探测器轨道设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [4] 郗晓宁, 王威, 等. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2003.
- [5] 周文艳, 杨维廉. 月球星历的计算方法及比较[J]. 航天器工程, 2002, 12(4): 22-28.
- [6] 胡小工, 黄玉斌. DE200 LE200 和 DE245 LE245 历表——差别及其对登月轨道的影响[J]. 中国科学院上海天文台年刊, 1996(17): 162-168.

(上接第 19 页)

## 参考文献:

- [1] Bauer P H, Hartman K, Lightsey E G. Spaceborne GPS Current Status and Future Visions[C]//The ION GPS-98, Nashville, 1998: 1493-1508.
- [2] Ananda M P, et al. Global Positioning System (GPS) Autonomous Navigation[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium, Las Vegas, Nevada, 1990: 435-455.
- [3] Bernstein H B. GPS User Positioning Accuracy with Block IIR Autonomous Navigation (Autonav) [C]//ION-GPS Conference, Salt Lake, 1993.
- [4] Gill E. Precise Orbit Determination of the GNSS-2 Space Segment from Ground Based to Satellite to Satellite Tracking[C]//GNSS-1998, Toulouse, 1998.
- [5] 刘林, 刘迎春. 关于星-星相对测量自主定轨中的亏秩问题[J]. 飞行器测控学报, 2000, 19(3).
- [6] 张艳, 张育林. Walker 星座自主定轨误差分析[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(6).
- [7] LeMay J L, Brogan W L, Seal C E. High Altitude Navigation Study[R]. The Aerospace Corp, 1973.
- [8] Psiaki M L, Powell S P, Kinhir P M. The Accuracy of the GPS-Derived Acceleration Vector[R]. A Novel Attitude Reference, AIAA-99-4079, 1999.
- [9] Cai Z W, Zhao D M, Chen J P, et al. Research on Autonomous Orbit Determination of Navigation Satellite Based on Crosslink Range and Orientation Parameters Constraining[J]. Geospatial Information of Science, 2006, 9(1): 18-23.
- [10] 朱华统. 大地坐标系统的建立[M]. 北京: 测绘出版社, 1986.
- [11] 张艳, 张育林. 基于星间测量的异构星座自主导航方法研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(4).
- [12] Zhu J, Wen Y L, Chen Z G, et al. Research on Modeling and Simulation of Semi-autonomous Orbit Determination for Satellite Navigation Constellation[C]//2008 Asia Simulation Conference—7th Intl. Conf. on Sys. Simulation and Scientific Computing, 2008.
- [13] Wen Y L, Zhu J, Li Z, Liao Y. Simulation and Analysis of Integrated Orbit Determination of Satellites Constellation[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1).
- [14] Li J S. Satellite Precision Orbit Determination[M]. Beijing: Press of Jiefangjun, 1995.